

МОДЕЛЬ ГРУНТА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РАСЧЕТА ПОДЗЕМНЫХ ВЗРЫВОВ

*В. В. Башуров, Ю. С. Вахрамеев, С. В. Демьяновский,
В. В. Игнатенко, Т. В. Симонова*

(Челябинск)

При подземных взрывах, проводимых с целью выброса, образования провальных воронок или холмов вспучивания, свойства грунта существенно влияют не только на количественные параметры, но и на качественную картину взрыва. Так, при одних и тех же условиях заложения и мощности заряда в зависимости от свойств породы может образоваться провальная воронка или холм вспучивания. Большинство взрывов проводится в скальной породе. Поэтому модель грунта должна быть пригодной для описания ее основных свойств. В данной работе предложена модель скального грунта, описана схема численного счета задач в осесимметричной геометрии, приведены результаты некоторых расчетов.

1. Неразрушенная среда считается упругой. Разрушение наступает мгновенно по достижении определенных критериев. Сразу после разрушения, которое у хрупких материалов происходит при незначительных деформациях, раздробленная порода состоит из отдельных плотно прилегающих кусков. Ее объемная плотность в этом состоянии в 1,5—1,7 раза больше, чем у насыпного щебня. Плотная разрушенная среда и рыхлый щебень очень сильно отличаются по эффективной величине внутреннего трения и в ~ 100 раз по объемной сжимаемости. Поэтому важно учитывать постепенное изменение свойств разрушенной среды по мере ее разрыхления.

В обоих состояниях — до разрушения и после — среда считается изотропной. В качестве параметров состояния в данной модели принимаются давление и степень разрыхляемости. Влиянием на механические свойства размеров кусков, их формы и температуры пренебрегается.

Уравнения состояния разрушенной среды записываются в дифференциальной форме. Изменение плотности определяется уравнением

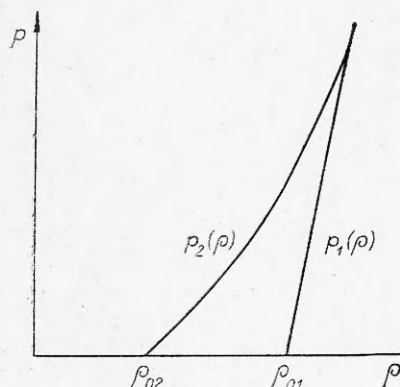
$$(1.1) \quad d\rho/\rho = dp/K_{1,2}(p, \rho) - \Phi(p, \rho)\sqrt{J_2}dt,$$

где J_2 — второй инвариант девиатора скоростей деформаций.

Первый член справа отвечает чисто объемному деформированию, второй — описывает дилатансионный эффект. Аналогичное уравнение рассматривалось в работе [1] применительно к сыпучим средам и мягким грунтам. В данной работе уравнение (1.1) распространено на все состояния разрушенной скальной породы, включая щебень, и состояния с плотной упаковкой. Поэтому под $K_{1,2}$ и Φ понимаются сильно изменяющиеся функции своих аргументов. Необратимость объемной деформации учитывается тем, что модуль объемной сжимаемости $K_{1,2}$ зависит от знака dp . При построении функции $\Phi(p, \rho)$ для простоты принимается:

а) при $dp = 0$ сдвиговые деформации приводят только к рыхлению вещества;

б) интенсивность рыхления обращается в нуль на крайней кривой $p_2(\rho)$ (фиг. 1), соответствующей монотонному сжатию максимально рых-



Фиг. 1

лого щебня. На фиг. 1 показана область возможных состояний разрушенной среды.

Для неразрушенной среды $K_1 = K_2$ и $\Phi(p, \rho) = 0$, т. е. рыхления нет, а давление является однозначной функцией плотности $p = p_1(\rho)$. При больших давлениях кривые $p_2(\rho)$ и $p_1(\rho)$ смыкаются. В этих предположениях на плоскости (ρ, p) точки, соответствующие состоянию разрушенной среды, заключены внутри криволинейного треугольника между $p_2(\rho)$, $p_1(\rho)$ и $p=0$, причем за счет разного сочетания объемных и сдвиговых деформаций возможен переход между любыми двумя точками.

В состоянии полета, если $p = 0$, средняя объемная плотность может быть меньше ρ_{02} . Мгновенная величина объемной плотности не дает представления о характере расположения кусков. В качестве параметра состояния взято значение плотности ρ^* , по достижении которого в данном веществе, если его равномерно сжимать, возникает положительное давление. Расчет ρ^* ведется по уравнению, аналогичному (1.1):

$$(1.2) \quad d\rho^*/\rho^* = -\Phi(0, \rho^*)\sqrt{J_2}dt = -\Phi(\rho^*)dz.$$

Интегрирование (1.2) дает $\rho^*(z)$, которое должно удовлетворять условиям $d\rho^*/dz < 0$ и $\rho^*(z) \rightarrow \rho_{02}$ при $z \rightarrow \infty$.

Связь между девиаторами записывается по аналогии с упругопластической моделью Прандтля — Рейса, при этом условие выхода на поверхность нагружения имеет вид

$$(1.3) \quad T^{ik}T_{ik} = f^2(p, \rho),$$

где T^{ik} — девиатор напряжений; $f(p, \rho) = \kappa(p, \rho)p$. Функция $\kappa(p, \rho)$ выбирается так, чтобы передать уменьшение коэффициента внутреннего трения по мере рыхления среды и переход к жидкой модели при больших давлениях. В программе заложена возможность расчета движения нескальных грунтов по более простым моделям. При сильном взрыве ближняя зона считается в газодинамическом приближении по уравнению состояния типа Ми — Грюнайзена с учетом тепловой части давления.

2. Для проведения расчетов подземных взрывов с предложенной моделью грунта создана разностная методика решения уравнений движения сплошной среды. Исходные дифференциальные уравнения записаны в смешанной эйлерово-лагранжевой системе координат, аналогичной предложенной в работе [2]. Эта система образована замкнутыми лагранжевыми линиями $r = \text{const}$ и лучами, исходящими из общего центра $\theta = \text{const}$.

Выбор такой системы обусловлен, во-первых, геометрией рассчитываемых задач и, во-вторых, наличием контактных границ. Кроме этого, разностные схемы, использующие чисто лагранжево представление движения, плохо описывают поведение свободных и контактных границ.

В качестве внешней (неподвижной) системы координат выбирается сферическая система координат (R, φ, ψ) с центром в полости, первоначально заполненной продуктами взрыва.

Относительно решения дифференциальных уравнений предполагается, что оно обладает осевой симметрией. Все это позволяет записать связь между внешней системой координат и счетной в виде

$$R = R(r, \vartheta, t), \quad \varphi = \vartheta.$$

В качестве искомых скоростей выбираются следующие компоненты:

$$u = u^r \partial R / \partial r, \quad v = u^\vartheta,$$

где u^r, u^ϑ — контравариантные составляющие вектора скорости.

Выбор таких переменных обеспечивает непрерывность компоненты скорости u на контактной границе и снимает вопрос об аппроксимации переносного члена в уравнении для

$$\partial R / \partial t = u^r \partial R / \partial r.$$

Аналогичные соображения обуславливают выбор компонент тензора напряжений p^{ik} , связь между контравариантными составляющими и «счетными» задается соотношениями

$$p^{11} = (R_r)^2 p^{rr}, \quad p^{12} = R_r p^{r\vartheta}, \quad p^{22} = p^{\vartheta\vartheta}, \quad p^{33} = p^{\psi\psi}$$

(здесь $p^{rr}, p^{r\vartheta}, p^{\vartheta\vartheta}, p^{\psi\psi}$ — контравариантные составляющие).

При этом $p^{ik} = -p g^{ik} + T^{ik}$, где p — давление; $G = \{g^{ik}\}$ — метрический тензор; $T = \{T^{ik}\}$ — девиатор напряжений.

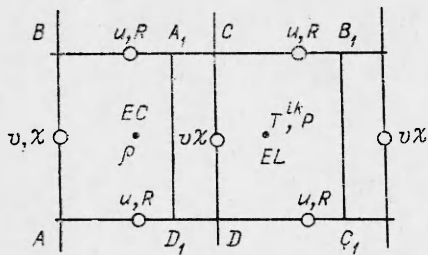
В рассмотренной модели грунта напряженное состояние зависит от истории нагружения, т. е. появляется необходимость слежения за отдельными частицами среды. Поэтому вводится в рассмотрение третья система координат — лагранжева; координата r была введена ранее, а для другой координаты χ , отмечающей движение частиц в канале, образованном лагранжевыми линиями $r = \text{const}$, выполняется уравнение переноса

$$\partial \chi / \partial t + v \partial \chi / \partial \vartheta = 0.$$

Таким образом, методика использует три системы координат: внешнюю, сферическую (R, φ) , счетную (r, ϑ) и лагранжеву (r, χ) .

Полная система уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} (2.1) \quad & \frac{\partial u}{\partial t} + 2v \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - 2uv \frac{R_\vartheta}{R} + v^2 \frac{RR_{\vartheta\vartheta} - 2R_\vartheta^2 - R^2}{R} = \\ & = -g \left(\cos \vartheta + \frac{R_\vartheta}{R} \sin \vartheta \right) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p^{11}}{\partial R} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial (p^{12} \sin \vartheta)}{\partial \vartheta} + \right. \\ & + \frac{2}{R} p^{11} + 2 \frac{\partial R_\vartheta}{\partial R} p^{12} + p^{22} \frac{RR_{\vartheta\vartheta} - 2R_\vartheta^2 - R^2}{R} + (R_\vartheta \sin \vartheta \cos \vartheta - R \sin^2 \vartheta) p^{33} \Big], \\ & \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial \vartheta} + 2uv \frac{1}{R} + \frac{2R_\vartheta}{R} v^2 = -g \frac{\sin \vartheta}{R} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p^{12}}{\partial R} + \right. \\ & + \frac{\partial (p^{22} \sin \vartheta)}{\partial \vartheta} \frac{1}{\sin \vartheta} + \frac{4p^{12}}{R} + \left(\frac{4R_\vartheta}{R} + \frac{\partial R_\vartheta}{\partial R} \right) p^{22} - p^{33} \sin \vartheta \cos \vartheta \Big], \\ & \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial \vartheta} + \rho \frac{\partial v}{\partial \vartheta} + \rho \frac{\partial u}{\partial R} + \rho v \frac{\partial R_\vartheta}{\partial R} + \frac{2\rho u}{R} + \frac{2\rho v R_\vartheta}{R} + \rho v \operatorname{ctg} \vartheta = 0, \\ & \frac{\partial R}{\partial t} = u, \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} + v \frac{\partial \chi}{\partial \vartheta} = 0, \quad \frac{dp}{dt} = K \left[\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \Phi(p, \rho) \sqrt{J_2} \right], \quad \lambda T + \\ & + \frac{dT}{dt} = -2\mu V + \left(\frac{dT}{dt} \right)_s, \end{aligned}$$



Фиг. 2

где g — ускорение свободного падения; ρ — плотность; p — давление; T — девиатор напряжений; V — девиатор скоростей деформаций; $(dT/dt)_v$ — тензор, отвечающий за изменение напряженного состояния в результате вращения материальной частицы (вид этого тензора будет приведен ниже). Коэффициент λ отличен от нуля при неупругом напряжении; μ — модуль сдвига.

Граничные условия для приведенной системы уравнений задаются на границе полости, на свободной поверхности и на некоторой линии, достаточно далеко удаленной от центра взрыва. Все эти границы совпадают с лагранжевыми линиями $r = \text{const}$.

Исходная система дифференциальных уравнений (2.1) аппроксимируется системой явных разностных уравнений. При этом область решения в плоскости (r, θ) и (r, χ) разбивается на прямоугольные ячейки.

В начальный момент времени ячейки совпадают, а в последующие моменты одна сетка начинает двигаться относительно другой. Разнесение счетных величин показано на фиг. 2, где $ABCD$ — счетная ячейка, A_1, B_1, C_1, D_1 — лагранжева ячейка, BC — r -координатная линия, AB — θ -координатная линия, точка EC — центр счетной ячейки, EL — центр лагранжевой ячейки.

В разностных уравнениях переносные члены аппроксимируются односторонними разностями с учетом знака скорости v , остальные производные по пространству аппроксимируются центральными разностями. Ввиду громоздкости разностные уравнения не приводятся. Порядок определения искомых сеточных функций следующий:

$$\begin{aligned} u^{n+1} &= f_1 \left(u^n, v^n, p^{ih}, \rho^n, R^n, \tau \right), \\ v^{n+1} &= f_2 \left(u^n, v^n, p^{ih}, \rho^n, R^n, \tau \right), \\ R^{n+1} &= f_3 \left(u^{n+1}, R^n, \tau \right), \quad \chi^{n+1} = f_4 \left(v^{n+1}, \chi^n, \tau \right), \end{aligned}$$

τ — шаг по времени.

По сосчитанным скоростям определяются компоненты девиатора скоростей деформации $\{V^{ih}\}^{n+1}$ в серединах счетных ячеек. Для определения тензора напряжений необходимо знать компоненты девиатора скоростей в серединах лагранжевых ячеек. Эти компоненты могут быть получены параллельным переносом девиатора скоростей из соседних счетных ячеек. С точностью до $(\Delta\theta)^2$ параллельный перенос сводится к простой покомпонентной интерполяции девиатора скоростей деформаций.

Зная новое положение лагранжевых ячеек (координаты χ^{n+1}), можно определить их объем и, следовательно, плотность. В частности, объем может быть определен по аддитивной формуле

$$\Delta W^{n+1} = -2\pi/3 (\Delta R^3) (\Delta \cos \theta), \quad \rho^{n+1} = M/\Delta W,$$

где M — масса, заключенная в лагранжевой ячейке.

Новое напряженное состояние в серединах лагранжевых ячеек определяется согласно уравнениям состояния. Если для давления формула

(1.1) справедлива в любой системе координат, то для девиатора напряжений справедливо тензорное соотношение

$$(2.2) \quad \lambda T + dT/dt = 2\mu V + (dT/dt)_B.$$

Коэффициент λ отличен от нуля в случае, когда точка в пространстве напряжений попадает на поверхность нагружения (1.3). В этом случае полученные из формулы (2.2) при $\lambda = 0$ компоненты девиатора $\tilde{T}^{ik}$ умножаются на некоторую постоянную C такую, что изображающая точка остается на этой поверхности, или, другими словами, постоянная C определяется из равенства

$$C^2 \tilde{T}^{ik} \tilde{T}_{ik} = f(p, \rho), \text{ если } \tilde{T}^{ik} \tilde{T}_{ik} > f(p, \rho).$$

Член $(dT/dt)_B$ учитывает то обстоятельство, что во вращающейся с угловой скоростью ω частице тензор напряжений также вращается с той же угловой скоростью. Можно показать, что этот тензор выражается через тензор T и коаксиальный тензор Ω следующим образом:

$$(dT/dt)_B = T * \Omega - \Omega * T,$$

где $*$ — означает свертку по одной паре индексов.

В нашей системе координат компоненты тензора Ω имеют вид

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega/\sqrt{g_0} & 0 \\ \omega/\sqrt{g_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad g_0 = \|G\|,$$

$$\omega = 0,5 \left(\frac{\partial(u + R_\theta v)}{R \partial \theta} - \frac{R_\theta}{R} \frac{\partial(u + R_\theta v)}{\partial R} - R \frac{\partial v}{\partial R} \right) - v.$$

Выражение для полной производной dT/dt включает в себя также производные по времени от базисных векторов [3]. Приведем полное выражение для определения, например, T^{11}

$$\begin{aligned} \frac{dT^{11}}{dt} = & 2\mu V^{11} + T^{11} \frac{2R_\theta}{R} (v + \omega) + T^{12} 2R \left[\omega \left(1 + \frac{R_\theta^2}{R^2} \right) + \right. \\ & \left. + v \left(1 + \frac{2R_\theta^2}{R^2} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial(u + R_\theta v)}{\partial \theta} + \frac{R_\theta}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{R_\theta}{R^2} u \right]. \end{aligned}$$

По вновь сосчитанному давлению и компонентам девиатора напряжений строится тензор напряжений, который затем интерполируется на середины счетных ячеек.

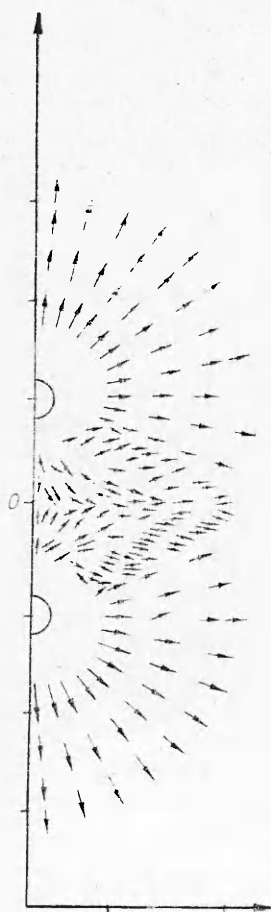
Для расчета ударных волн к давлению добавляется искусственная вязкость в инвариантном виде

$$q = q_1 c_L^2 \frac{d\rho}{dt} \tau + q_2 \rho \left[\min \left(\Delta R \frac{\partial(u + R_\theta v)}{\partial R}, 0 \right)^2 + \min \left(\Delta \theta \frac{dvR}{\partial \theta}, 0 \right)^2 \right].$$

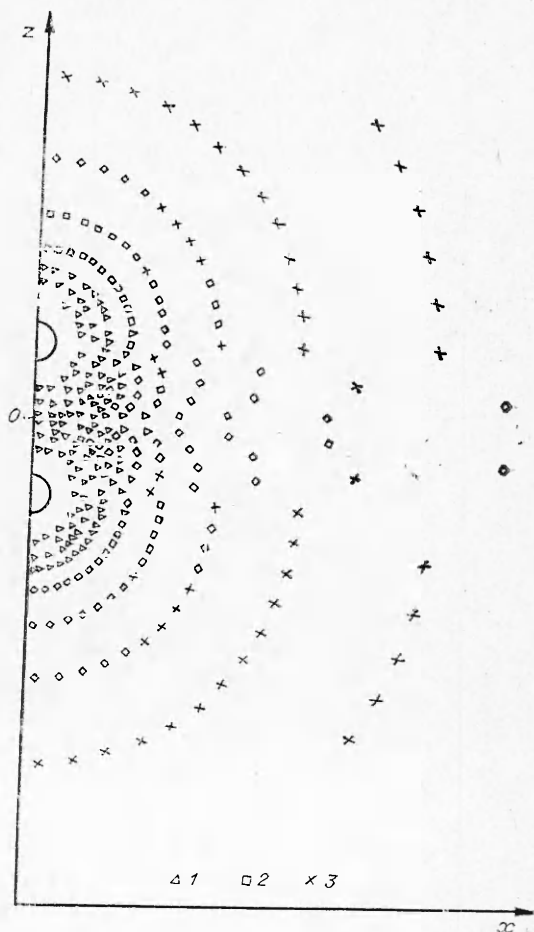
Кроме этого, к правым частям уравнений для u и v добавляются члены вида $\partial^2 u / \partial R^2$, $\partial^2 u / \partial \theta^2$ и т. д. с коэффициентами, пропорциональными шагу по времени τ . Эти члены выполняют ту же самую роль, что и тензорная вязкость в методе [4].

3. Возможности методики и описанного выше уравнения состояния грунта можно проиллюстрировать результатами расчетов следующих задач.

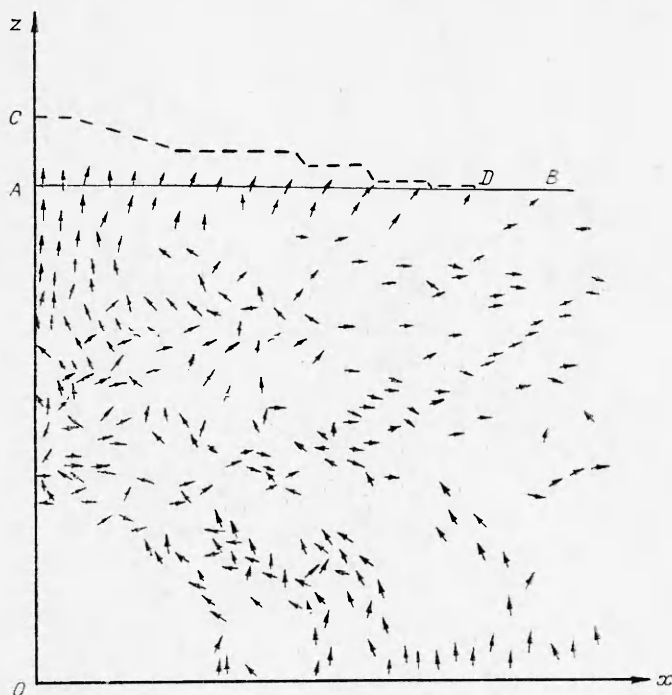
Расчет одновременного взрыва двух зарядов. Взрыв двух разнесенных на расстояние l зарядов можно рассматривать как взрыв одного заряда, удаленного на расстояние $l/2$ от жесткой стенки. (Плоскость симметрии, равноудаленную от обоих зарядов, естественно рассматривать как жесткую стенку, поскольку на ней нет нормальных перемещений). При парном взрыве возникают своеобразные эффекты, вызванные взаимодействием полей напряжений соседних зарядов. К таким эффектам можно отнести искажение сферической формы камуфлетной полости, изменение по сравнению со сферически-симметричным взрывом конфигураций зон разрушения, сближение полостей и выдавливание грунта из межзарядной области. Параметры уравнения состояния грунта в проведенном расчете соответствуют граниту. В исходном состоянии энергия взрыва равномерно распределена по объему сферы с приведенным радиусом $1,84 \text{ м/кг}^{1/3}$, который соответствует радиусу зоны испарения в граните, определенному Бутковичем [5]. Продукты взрыва считаются идеальным газом с $\gamma = 5/3$. Результаты расчетов представлены на фиг. 3, 4. На фиг. 3 показано характерное поле скоростей, вызванное взаимодействием волн. На фиг. 4 изобра-



Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5

жены зоны разрушения для расчета с приведенным разнесением зарядов $52 \text{ м/кг}^{1/3}$ (1 — грунт, разрушенный сдвиговыми напряжениями, 2 — грунт разрушенный по растягивающим напряжениям, 3 — неразрушенное вещество).

Расчет взрыва рыхления. При взрыве в сухих скальных породах с приведенной глубиной заложения свыше $60 \text{ м/кг}^{1/3}$ наблюдается образование холмов из разрушенной и разрыхленной породы [6]. Особенностью взрывов рыхления является преобладание механизма откола в формировании истинной воронки. Фаза газового ускорения выражена слабо, что позволяет закончить расчет при сравнительно небольших перемещениях свободной поверхности. Был выполнен расчет взрыва в граните с приведенной глубиной заложения $84 \text{ м/кг}^{1/3}$. Задача считалась до завершения формирования полости и зон разрушения. Установившаяся граница откольной воронки и поле скоростей в грунте изображены на фиг. 5 (AB — дневная поверхность, CD — профиль навала, камуфлетная полость не показана). Форма навала, полученная в результате расчета (фиг. 5), напоминает холм рыхления при взрыве «Салки», однако в расчете не учтено «всплывание» полости вдоль столба обрушения, приведшее в натурном взрыве к образованию воронки в центре навала.

Поступила 27 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н. О связи объемных и сдвиговых пластических деформаций и об ударных волнах в мягких грунтах. — Докл. АН СССР, 1967, т. 177, № 3.
2. Неуважаев В. Е., Фролов В. Д., Яненко Н. Н. Уравнения движения теплопроводного газа в смешанных эйлерово-лагранжевых координатах. — В кн.: Численные ме-

- годы механики сплошной среды. Т. 3. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1970, № 1.
3. Седов Л. И. Введение в механику сплошной среды, М., Физматгиз, 1962.
 4. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений. — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
 5. Butkovich T. R. Calculation of the shock wave from an underground nuclear explosion in granite. — *J. Geophys. Res.*, 1965, vol. 70, p. 885—892.
 6. Родионов В. Н., Адушкин В. В., Костюченко В. Н., Николаевский В. Н., Ромашов А. Н., Цветков В. М. Механический эффект подземного взрыва. М., «Недра», 1971.

УДК 539.373

НАПРЯЖЕННЫЙ СЛОЙ, СКРЕПЛЕННЫЙ С ПОЛУПЛОСКОСТЯМИ

Н. Н. Сергеев-Альбов

(Новосибирск)

1. В работе [1] показано, что при соударении пластин в режиме сварки взрывом за точкой контакта вдоль линии сварки образуется напряженный слой, подвергнутый сжимающим напряжениям. Была выдвинута гипотеза, что наличие напряженного слоя — причина волнообразования, которое имеет место при некоторых режимах соударения. В экспериментах по сварке взрывом установлено, что волнообразование происходит не в момент соударения, а некоторое время спустя, т. е. для начала процесса волнообразования необходимо начальное возмущение [2]. Такое возмущение может давать волна разрежения, приходящая от свободной поверхности метаемой пластины.

В данной работе исследуется вопрос о возможности волнообразного излома напряженного слоя $S = \{x, y | -\infty < x < +\infty, -h \leq y \leq h\}$ при условии, что этот слой сжат напряжениями, близкими к пределу текучести материала, но не превосходящими его. Случай, когда слой находится в пластическом состоянии, изучался в [1]. Пусть напряженный слой волнообразно изогнулся под воздействием малого возмущения. Так как рассматривается слой, сжатый напряжениями, близкими к пределу текучести материала, то естественно предположить, что в вершинах изгиба образуются пластические шарниры. В дальнейшем весь напряженный слой рассматривается как «стержневая система», соединенная посредством шарниров. Будем предполагать, что стержни абсолютно упругие и что вся «стержневая система» может выйти из состояния прямолинейного равновесия под воздействием малого возмущения. В слое S действуют сжимающие напряжения [1]

$$\sigma_{11}^0 = -k \ (k > 0),$$

где

$$(1.1) \quad k = \frac{4}{3\pi\tau_s} \rho_0 H U \sin(\gamma/2) \left(\frac{c_0^2 - 2b_0^2}{c_0^2 - b_0^2} \right);$$

c_0, b_0 — продольная и поперечная скорости звука в материале; ρ_0 — плотность материала; U — скорость точки контакта; γ — угол соударения;