

верхности трубы. Из первого равенства (11) вычисляем перепад давления, задавшись предварительно внутренним или внешним давлением.

Интересно проанализировать случай, когда труба равномерно прогрета, т. е. $\Theta_* = 0$. При этом $v = 0$ и, как следует из (4), интенсивность напряжений не зависит от радиуса и равна $S_2^{1/2} = A$. Для наглядности в дальнейшем положим $p_2 = 0$. Переходя в (11) к пределу при $v \rightarrow 0$, находим

$$p_1 = 2A \ln \beta.$$

Видно, что это соотношение является аналогом известной формулы

$$p_* = 2\tau_s \ln \beta,$$

которая широко используется в расчетах прочности цилиндрических труб и сосудов в условиях пластического деформирования. Здесь τ_s — предел текучести материала при чистом сдвиге, A вырождается в предел длительной прочности материала, определенный при фиксированной температуре на базе t_{**} часов.

Из (12) при $p_2 = 0$ и $v \rightarrow 0$ следует, что распределение напряжений соответствует идеально пластическому состоянию с той лишь разницей, что в последнем величина p_* заменена на p_1 , т. е.

$$\sigma_r = -(p_1/\ln \beta) \ln(b/r), \quad \sigma_\varphi = (p_1/\ln \beta) [1 - \ln(b/r)].$$

Аналогично можно рассмотреть случай плоского напряженного состояния. Методика определения внешних температурно-силовых полей аналогична той, что изложена выше. В обоих случаях граничные условия по температуре и нагрузке не являются произвольными. Следовательно, они могут быть технически трудно осуществимы. В связи с этим изложенную методику определения внешних нагрузок и температуры с целью возможности реализации равнопрочности конкретных элементов конструкций в процессе ползучести можно рекомендовать в качестве прикидочной на первых этапах расчета и проектирования изделий. Решение этой задачи в самом общем случае весьма затруднительно.

Поступила 27 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. П. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
2. Качанов Л. М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960.
3. Немировский Ю. В. Оптимальное проектирование ползущих конструкций. — В кн.: Материалы III Всесоюз. съезда по теоретической и прикладной механике. М., 1968.
4. Немировский Ю. В., Резников Б. С. Равнопрочные в условиях ползучести балки и плиты. — Машиноведение, 1969, вып. 2.
5. Никитенко А. Ф., Заев В. А. Об экспериментальном обосновании эквивалентной термсиловой поверхности в смысле процесса повреждаемости материала и длительности до разрушения. — Проблемы прочности, 1979, № 3.
6. Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975.

УДК 531.663

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СДАВЛИВАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДИСКА ПРИ УДАРЕ

В. К. Боболев, А. В. Дубовик, М. В. Лисанов
(Москва)

Рассмотрена математическая модель явления тепловой неустойчивости осевой деформации тонкого однородного диска из несжимаемого вязкопластического материала с учетом инерционных свойств потоков, возникающих под действием механического удара, направленного вдоль оси симметрии. Эти исследования представляют интерес для анализа технологических процессов обработки материалов импульсной нагрузкой, чувствительности взрывчатых веществ к удару на копре и многих других случаев,

где рассматривается достаточно быстрое (адиабатическое) сжатие тонкого слоя вещества между жесткими шероховатыми поверхностями.

Задача об осевом сжатии нетеплопроводного диска из материала с постоянным пределом текучести на сдвиг τ_s рассматривалась в [1—4]. Из ее решения следует, что в условиях развитого пластического течения сжимающее усилие p обратно пропорционально толщине диска δ , причем рост давления продолжается до тех пор, пока не израсходуется энергия в системе нагружения. Иная картина наблюдается при учете зависимости предела прочности от температуры [5]. Вследствие пластической диссипации механической энергии температура диска T возрастает и по мере ее приближения к температуре плавления T_{Π} (зависящей от давления) материал диска разупрочняется и возникает тепловая неустойчивость деформации — снижение среднего давления с уменьшением δ при достаточном запасе энергии в системе нагружения.

В рамках безынерционной картины растекания вещества получалось [5], что в пределе при $T \rightarrow T_{\Pi}$ скорость спада давления обращается в бесконечность (торможением ударника жидкой прослойкой пренебрегалось). Поэтому для более тонкого понимания закономерностей теплового разупрочнения твердых тел необходимо принять во внимание вязкие и инерционные свойства материала диска и определить их влияние на величину диссипативного разогрева вещества, что особенно важно знать для выяснения причин возбуждения взрыва в твердых ВВ при механических воздействиях.

Анализ экспериментальных данных по удару по тонким образцам пластических веществ показывает [5, 6], что в начальный период времени их сжатие носит упругий характер, причем деформация образцов $\Delta\delta/\delta_0 \approx \approx p/E$ незначительна вплоть до момента достижения предела текучести вещества τ_s^0 на контактной поверхности ударника. Соответствующая величина удельной нагрузки в указанный момент времени составляет $p_0 = = \sigma_s^0 (1 + 2R/3\sqrt{3}\delta_0)$, $\sigma_s^0 = \tau_s^0\sqrt{3}$.

В течение упругой стадии удара давление в образце и скорость центра масс системы нагружения изменяются в соответствии с формулами $p = p_x \sin \pi t/t_x$, $v = v_0 \cos \pi t/t_x$, $p_x = v_0 \sqrt{MK}/\pi R^2$, $t_x = \pi \sqrt{MK}^{-1}$, полученными в [7] из анализа так называемого «холостого» удара, т. е. при отсутствии прослойки между ударником и наковальней. Здесь K — жесткость элементов системы нагружения; R — радиус ударника; E — модуль упругости материала диска.

Во время начальной стадии удара разогрев вещества отсутствует $\Delta T = 0$, а скорость контактной поверхности ударника $w = v - (\pi R^2/K) dp/dt$, $dp/dt = Ew/\delta$ много меньше v , если толщина слоя не слишком велика.

Пластическое течение прослойки начинается в момент времени $t_1 = = \sqrt{M/K} \arcsin(p_0/p_x)$, если начальная толщина образца больше некоторой минимальной: $\delta_0 > \delta_x = (2R/3\sqrt{3}) / (v_0 \sqrt{MK}/\pi R^2 \sigma_s^0 - 1)$. В условиях развитого вязкопластического течения среднее давление в прослойке определяется по формуле [3]

$$(1) \quad p = \sigma_s (1 + 2R/3\sqrt{3}\delta) + 3\mu w/\delta + (\rho R^2/8\delta^2) (3w^2/2 + \delta dw/dt),$$

где μ — пластическая вязкость материала, считающаяся постоянной.

Формула (1) получена в предположении $\sigma_s = \text{const}$. Как показано в [5], она выполняется и в случае $\sigma_s = \sigma_s(T, p)$ при условии равномерного распределения температур внутри диска. Наиболее употребительной формой записи функции $\sigma_s = \sigma_s(T, p)$ является степенная

$$(2) \quad \sigma_s = \sigma_s^0 [(T_{\Pi} - T)/(T_{\Pi} - T_0)]^n, \quad T_{\Pi} = T_{\Pi}^0 + \beta p,$$

где T_{Π}^0 — нормальная температура плавления вещества.

В случае нетеплопроводной прослойки или малого времени течения $t \ll \delta^2 \rho c_p / \lambda$ уравнение притока тепла вследствие пластической и вязкой диссипации механической энергии записывается в виде

$$(3) \quad \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{2\sigma_s}{3\sqrt{3}} \frac{wR}{\delta^2} + \frac{3}{2} \frac{\mu w^2 R^2}{\delta^4}.$$

Здесь λ , ρ , c_p — теплопроводность, плотность и теплоемкость материала диска.

Уравнения (1)–(3) вместе с кинематическими и динамическими соотношениями между δ , w , v и p

$$d\delta/dt = -w, \quad dv/dt = -p\pi R^2/M, \quad dp/dt = (K/\pi R^2)(v - w)$$

образуют замкнутую автономную систему из пяти обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка с начальными условиями

$$\delta(t_1) = \delta_0, \quad p(t_1) = p_0, \quad T(t_1) = T_0,$$

$$v(t_1) = v_0 \sqrt{1 - (p_0/p_x)^2}, \quad w(t_1) = v(t_1)/(1 + \pi R^2 E/K\delta_0).$$

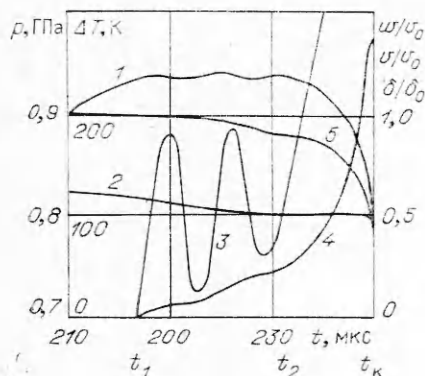
Указанная система уравнений решалась численно на ЭВМ методом Рунге — Кутты. Точность расчетов составляла 0,1–0,5%. Счет прекращался, когда скорость ударника обращалась в нуль или когда температура образца достигала температуры плавления при конечном значении $v_k > 0$.

На фиг. 1 приведены результаты расчета изменения во времени механических и тепловых параметров при ударе по образцу упругопластического вещества с характеристиками: $\sigma_s^0 = 59$ МПа, $E = 10$ ГПа, $T_{II}^0 = 413$ К, $T_0 = 293$ К, $\beta = 0,2$ К/МПа, $n = 0,6$, $\rho c_p = 2$ Дж/(см³·К), $\delta_0 = 0,13$ мм при $R = 5$ мм, $M = 10$ кг, $v_0 = 2$ м/с и $K = 200$ МН/м, так что $p_x = 1,14$ ГПа и $t_x = 0,700$ мс. Эти условия типичны для испытаний твердых ВВ на чувствительность к механическим воздействиям (кривая 1 — $p(t)$, 2 — $v(t)$, 3 — $w(t)$, 4 — $\Delta T(t)$, 5 — $\delta(t)$).

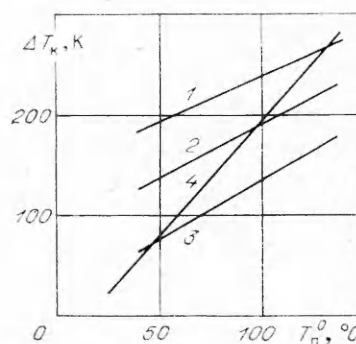
Из фиг. 1 видно, что упругая стадия занимает большую часть времени удара ($t_1 = 0,217$ мс). Давление при этом возрастает до величины $p_0 = 0,93$ ГПа, скорость центра масс снижается до $v_1 = 1,2$ м/с, движение контактной поверхности ударника практически отсутствует и разогрева вещества нет.

После перехода в пластическое состояние начинается течение и разогрев образца, давление и скорость контактной границы увеличиваются, причем кривые $p(t)$ и $w(t)$ имеют колебательный характер, связанный с инерционными эффектами движения. Как видно из уравнения (3), при $w(t_1) \simeq 0$ и $p = p_0 \neq 0$ начальный наклон кривой $w(t)$ положительный, т. е. имеет место разгон контактной поверхности ударника до скорости, заметно превышающей скорость центра масс системы нагружения. Затем w уменьшается, и далее весь процесс повторяется. Наличие затухающих колебаний давления в момент перехода образца в пластическое состояние наблюдалось в экспериментах с ударом по свинцовым дискам [3].

Из-за пластической диссипации энергии удара образец нагревается на 53 К, в результате чего в момент $t_2 = 0,231$ мс происходит его разрушение — давление резко уменьшается, а температура быстро возрастает, достигая в конечный момент времени $t_k = 0,240$ мс температуры плавления вещества $T_k = T_{II} = 575$ К. В этот момент времени давление $p_k = 0,80$ ГПа, толщина слоя $\delta_k = 0,054$ мм, скорость $v_k = 0,50$ м/с, в то время как $w_k = 51$ м/с. Максимальная скорость радиального потока



Фиг. 1



Фиг. 2

Параметры удара	Исходный вариант	$\delta_0=1$ мм	$v_0=4$ м/с	$\mu=10^4$ Па·с	$\beta=0$	$K=400$ МН/м	$n=0$	$T_0=353$ К
t_1 , мкс	217	34	169	217	217	99	217	130
p_0 , ГПа	0,929	0,172	0,929	0,929	0,929	0,929	0,929	0,597
t_{II} , мкс	27	501	6,1	9	3,8	19	143	12
p_2 , ГПа	0,934	0,253	0,933	0,930	0,932	0,934	1,093	0,816
t_p , мкс	8,6	45	2,6	8	2,5	8,3	0	11
p_K , ГПа	0,801	0,141	0,821	0,906	0,816	0,722	1,093	0,484
T_K , К	575	435	581	598	413	559	375	511
v_K , м/с	1,00	1,15	3,58	1,13	1,13	1,54	0	1,60
w_K , м/с	51	7,7	101	35	75	44	0	48
δ_K , мм	0,054	0,210	0,055	0,116	0,080	0,059	0,109	0,063

вещества ($u_K = w_K R / 2\delta_K$) достигает 981 м/с, что позволяет говорить о взрывообразном характере теплового разупрочнения образца. Подобный тип быстрого разрушения тонких дисков из твердых органических веществ при ударе на копре обсуждался в [6].

Расчеты с использованием постоянной вязкости в уравнении (3) выявили дополнительные сведения о процессе. Большая вязкость ($\sim 10^4$ Па·с) приводит к быстрому затуханию колебаний p и w и заметно уменьшает проявление других инерционных эффектов. Кроме того, она сокращает времена пластического течения $t_{II} = t_2 - t_1$ и теплового разупрочнения $t_p = t_K - t_2$, но несколько увеличивает значение конечной температуры T_K и толщины слоя δ_K , т. е. облегчает возникновение взрыва.

Рассмотренную на фиг. 1 картину тепловой неустойчивости деформации пластического диска дополним следующими данными. Если давление превышает некоторую критическую величину $p_* = (T_{II}^0 - T_0) (n/\rho c_p - \beta)^{-1}$ [5], то тепловое разупрочнение диска наступает в момент времени t_1 , минуя стадию пластического течения ($t_{II} \rightarrow 0$). С другой стороны, если при $p_* > p > p_0$ энергия удара $E_0 = Mv_0^2/2$ недостаточно велика, то пластическая деформация прослойки протекает без разупрочнения. В этом случае $t_p = 0$ и кривая $p(t)$ монотонно возрастает до момента остановки ударника $v_K = 0$ по аналогии с [3].

Влияние начальных условий на характерные значения механических и тепловых параметров удара по вязкопластичному веществу видно из таблицы, где представлены результаты расчетов различных вариантов рассмотренной задачи, полученные путем замены в исходном варианте (см. фиг. 1) одной из известных величин. Из ее анализа можно сделать следующие выводы.

С увеличением толщины диска δ_0 возрастают интервалы времени t_{II} и t_p , но конечная температура T_K уменьшается. Это обстоятельство затрудняет возбуждение взрыва, что и наблюдается в экспериментах по исследованию чувствительности ВВ [8]: с увеличением толщины взрывы прекращаются в первом акте разрушения образцов при ударе. Закон изменения ΔT_K от δ_0 в интервале толщин диска от 0,1 до 1,0 мм записывается в виде $\Delta T_K \sim \delta_0^{-0,255}$.

От начальной скорости удара ΔT_K практически не зависит, мало изменяется с вязкостью вещества и слабо ($\sim n^{-0,164}$ при $0,4 \leq n \leq 1,5$) зависит от показателя n в законе (2). Заметим, что если разрушение протекает без теплового разупрочнения (пластический удар), то разогрев вещества значительно снижается. Так, при $n = 0,4$ величина $\Delta T_K = 306$ К, а в случае $n = 0,3$, когда при заданной энергии удара наблюдается только пластическая деформация диска, $\Delta T_K = 160$ К (при $\sigma_s = \text{const}$ $\Delta T_K = 82$ К).

Зависимость $\Delta T_K(\beta)$ близка к линейной ($\sim \beta^{1,04}$) так же, как и зависимости ΔT_K от T_{II}^0 и σ_s^0 . На фиг. 2 представлены графики функций

$\Delta T_K(T_n^0)$, рассчитанные при различных значениях ($\sigma_s^0 = 59; 40; 20$ МПа, кривые 1—3 соответственно). Поскольку для некоторых ВВ зависимость $\sigma_s^0(T_n^0)$ линейная [8], кривой 4 показан ход функции $\Delta T_K(T_n^0)$ с учетом связи $\sigma_s^0 = 0,42(T_n^0 - 273)$, где σ_s^0 , МПа; T_n^0 , К. В интервале значений T_n^0 от 25 до 140°C зависимость 4 аппроксимируется линейной функцией $\Delta T_K = 2,217T_n^0 - 31,07$.

Как видно из таблицы, увеличение жесткости системы нагружения вдвое приводит к некоторому уменьшению величины разогрева. Это понятно физически, поскольку с возрастанием K уменьшается энергия упругой деформации ударника $\sim \pi^2 R^4 p^2 / 2K$, часть которой при разупрочнении диска диссипирует в виде тепла, идущего на разогрев вещества.

Увеличение начальной температуры образца T_0 также уменьшает T_K , что связано с уменьшением прочности вещества σ_s^0 . Эти данные хорошо согласуются с экспериментальными результатами [8] по снижению чувствительности ВВ вследствие его предварительного нагрева.

Итак, в работе выполнен теоретический анализ явления теплового разупрочнения пластического диска в условиях адиабатического сдвигания между соударяющимися твердыми поверхностями. Рассчитаны значения максимальных температур разогрева вещества, знание которых играет важную роль в анализе чувствительности твердых ВВ к механическим воздействиям.

Поступила 17 VII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
2. Haddow J. B. The compression of a thin disk. — Intern. J. Mech. Sci., 1965, vol. 7, N 10.
3. Боднева В. Л., Боболев В. К., Дубовик А. В. Деформация свинцовых дисков при ударе. — ПМТФ, 1975, № 5.
4. Амосов А. П., Мишина В. А. К теории воздействия на тонкий пластический слой ударом. — ФГВ, 1980, № 2.
5. Дубовик А. В. Тепловая неустойчивость осевой деформации пластического слоя и оценка критических давлений инициирования твердых ВВ при ударе. — ФГВ, 1980, № 4.
6. Афанасьев Г. Т., Боболев В. К., Дубовик А. В. Деформация и разрушение тонкого диска при сжатии. — ПМТФ, 1971, № 3.
7. Харитон Ю. Б. К вопросу детонации от удара. — В кн.: Сборник статей по теории ВВ/Под ред. К. К. Андреева, Ю. Б. Харитона. М.: Оборонгиз, 1940.
8. Афанасьев Г. Т., Боболев В. К. Иницирование твердых ВВ ударом. М.: Наука, 1968.

УДК 539.3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ОДНОНАПРАВЛЕННОМ КОМПОЗИТЕ В СРАВНЕНИИ СО СЛОИСТЫМ УПРУГИМ ТЕЛОМ

А. А. Ермак

(Новосибирск)

При изучении однонаправленного композита часто используется допущение о том, что армирующие волокна испытывают только растяжение — сжатие, а связующее — лишь сдвиг на площадках, параллельных волокнам. Эта гипотеза основана на чисто качественных соображениях, и дать достаточно точную априорную оценку вносимой ею погрешности, по-видимому, невозможно. Поэтому представляет интерес решение тестовых задач и сравнение полученных результатов с решениями для упругой слоистой среды. В данной работе в качестве таких задач рассмотрены распространение стационарных гармонических волн вдоль волокон и нормальное падение плоской волны напряжений на полупространство. В случае, когда граничная нагрузка является функцией Хевисайда от времени, вторая задача для приближенной модели рассмотрена в [1]. Анализ полученного решения показал, что оно обладает всеми основными особенностями, присутствующими и в более сложных задачах. В то же время рассмотрение плоской волны удобно при численном решении, так как дает возможность ограничиться рассмотрением лишь двух смежных слоев.