

2. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Некоторые результаты численного исследования нестационарных волн в газовзвесах. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1976, № 5.
3. Лонгвелл Д. П. Горение жидких топлив. — В кн.: Процессы горения. М., Физматгиз, 1961.
4. Комаровский Л. В. Задача Лагранжа с подводом массы импульса и энергии. — В кн.: Докл. 3-й Сибирск. конф. по матем. и механике. Томск, изд. Томск. ун-та, 1964.
5. Ткаленко Р. А. Об автомодельных движениях двухфазных сред. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 3.
6. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. М., «Выш. школа», 1972.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.
8. Крайко А. И. О возникновении ударных волн при неравновесных течениях. — ПММ, 1967, т. 31.
9. Нигматулин Р. И. К вопросу о волнах уплотнения в двухфазных средах. — «Вестн. Моск. ун-та. Матем. и механика», 1969, № 4.
10. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1967, № 5.

УДК 532.593

ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ЛОКАЛЬНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В ЛИНЕЙНО-СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

И. В. Стурова

(Новосибирск)

1. Для исследования внутренних волн, вызванных удлиненным осесимметричным телом, движущимся горизонтально с постоянной скоростью U в стратифицированной жидкости, рассмотрена стационарная задача об обтекании точечных источника и стока равной мощности m , помещенных под свободной поверхностью, равномерным потоком тяжелой жидкости конечной глубины. Метод решения данной задачи аналогичен [1], где исследован случай безграничной жидкости.

Источник и сток расположены на глубине h от невозмущенной свободной поверхности $y = 0$ горизонтального слоя жидкости $-\infty < x, z < \infty$, $-H \leq y \leq 0$. Отрезок прямой, соединяющий особенности, имеет длину $2a$ и параллелен оси x , совпадающей с направлением вектора скорости жидкости далеко вверх по потоку. В невозмущенном состоянии распределение плотности жидкости имеет вид

$$(1.1) \quad \rho_0(y) = \rho_s(1 - \alpha y), \quad -H \leq y \leq 0, \quad \alpha = \text{const} > 0.$$

Считается, что при достаточно большом погружении и слабой стратификации обтекание такой комбинации источника и стока эквивалентно обтеканию замкнутого осесимметричного тела (аналогично безграничной однородной жидкости). Радиус миделева сечения R , удлинение тела d и скорость основного потока U однозначно определяют величины a и m [1].

В линейной постановке с использованием приближения Буссинеска уравнения движения имеют вид

$$(1.2) \quad \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = m[\delta(x + a) - \delta(x - a)]\delta(y + h)\delta(z),$$

$$\rho_s U \partial u / \partial x = -\partial p / \partial x, \quad \rho_s U \partial v / \partial x = -\partial p / \partial y - g \rho, \quad \rho_s U \partial w / \partial x = -\partial p / \partial z, \\ U \partial \rho / \partial x - \alpha \rho_s v = 0$$

с граничными условиями

$$v = 0, \quad y = 0, \quad y = -H, \quad u, \quad v, \quad w, \quad p, \quad \rho \rightarrow 0, \quad x^2 + z^2 \rightarrow \infty,$$

где u, v, w, p, ρ — возмущения компонент вектора скорости в направлении осей x, y, z , давления и плотности, вызванные наличием особенностей в первоначально невозмущенном течении; g — ускорение силы тяжести; δ — дельта-функция Дирака.

Свободная поверхность заменена твердой «крышкой», так как при достаточно большом погружении поверхностные волны пренебрежимо малы, а внутренние волны при слабой стратификации практически не искажают формы свободной поверхности [1, 2].

Функция $\eta(x, y, z)$, определяющая вертикальное отклонение жидкой частицы от невозмущенного состояния, удовлетворяет линеаризованному условию $\partial \eta / \partial x = v / U$.

Вводя безразмерные переменные $(x_*, y_*, z_*, h_*, H_*, \eta_*, a_*) = (1/R)(x, y, z, h, H, \eta, a)$, $(u_*, v_*, w_*) = (1/U)(u, v, w)$, $m_* = m / UR^2$, сведем уравнение (1.2) к одному уравнению для функции v_* (звездочку снизу в дальнейшем опустим)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta v + S \Delta_2 v = m \frac{\partial}{\partial y} \delta(y + h) \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\delta(x + a) - \delta(x - a)] \delta(z),$$

где $S = \alpha g R^2 / U^2$; Δ и Δ_2 — соответственно трехмерный и двумерный (по x и z) операторы Лапласа.

Применяя преобразования Фурье

$$(1.3) \quad f(\mu, y, v) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\mu x} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ivz} v(x, y, z) dz$$

для действительных μ и v , получим для функции f обыкновенное дифференциальное уравнение

$$f'' - (k^2 - \lambda)f = 2im \sin \mu a \cdot \delta'(y + h)$$

с граничными условиями

$$f = 0, \quad y = 0, \quad y = -H,$$

решение которого имеет вид

$$f = im \sin \mu a \left[\operatorname{sgn}(y + h) e^{M|y+h|} + e^{-M(y+h)} - \frac{2 \operatorname{sh} M(H+y) \cdot \operatorname{ch} Mh}{\operatorname{sh} MH} \right],$$

где $k^2 = v^2 + \mu^2$; $\lambda = S k^2 / \mu^2$; $M = (k^2 - \lambda)^{1/2}$.

Выполняя обратные преобразования Фурье, для функции $v(x, y, z)$ получим (аналогично [1])

$$(1.4) \quad v(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\mu x} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} e^{ivz} f dv = \frac{1}{\pi^2} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} e^{i\mu x} d\mu \int_0^{\infty} \cos vz \cdot f dv,$$

или, вводя замену переменных,

$$\mu = k \sin \vartheta, \quad v = k \cos \vartheta, \quad x = r \cos \varphi, \quad z = r \sin \varphi,$$

$$(1.5) \quad v(r, \varphi, y) = \frac{1}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} k f(k, \theta) [e^{ikr \sin(\theta+\varphi)} + e^{ikr \sin(\theta-\varphi)}] dk.$$

В данной задаче основной интерес представляет исследование внутренних волн на больших расстояниях за телом, и поэтому в (1.5) при выполнении интегрирования в комплексной k -плоскости будут оставлены только однократные интегралы, представляющие собой вычеты в полюсах подынтегральной функции, которые являются корнями уравнения $\text{sh}MH = 0$. При $k > \lambda$ это уравнение не имеет вещественных корней, при $0 \leq k \leq \lambda$ существует $N(\theta) = E\left[\frac{H\sqrt{S}}{\pi \sin \theta}\right]$ ($E[\cdot]$ — целая часть числа) положительных корней $k_n = (S/\sin^2 \theta - n^2\pi^2/H^2)^{1/2}$ ($n = 0, \dots, N$). Следовательно,

$$(1.6) \quad v(r, \varphi, y) = A \left[\int_0^{\pi/2} \sum_{n=1}^N \sin(ak_n \sin \theta) \cos\left(\frac{n\pi h}{H}\right) \cdot BD_+ d\theta + \right. \\ \left. + \int_{\varphi}^{\pi/2} \sum_{n=1}^N \sin(a\bar{k}_n \sin \theta) \cos\left(\frac{n\pi h}{H}\right) \cdot BD_- d\theta \right],$$

где $A = -2m/H^2$; $B = n \sin(n\pi y/H)$; $D_{\pm} = \cos(rk_n \sin(\theta \pm \varphi))$. Аналогичный вид имеют и другие искомые функции u , w , η , причем для u $A = 2\pi m/H^3$, $B = n^2 \sin \theta \cos(n\pi y/H)/k_n$, $D_{\pm} = \sin(rk_n \sin(\theta \pm \varphi))$,

для w

$$A = 2\pi m/H^3, \quad B = n^2 \cos \theta \cos(n\pi y/H)/k_n, \quad D_{\pm} = \pm \sin(rk_n \sin(\theta \pm \varphi)),$$

для η

$$A = -2m/H^2, \quad B = n \sin(n\pi y/H)/k_n \sin \theta, \quad D_{\pm} = \sin(rk_n \sin(\theta \pm \varphi)).$$

В случае безграничной жидкости получим, в частности, для $\eta(r, \varphi, \bar{y})$ ($\bar{y} = y + h$)

$$(1.7) \quad \eta(r, \varphi, \bar{y}) = -\frac{m}{\pi^2} \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{V\bar{S}/\sin \theta} \Phi(k, \theta) \sin(rk \sin(\theta + \varphi)) dk + \right. \\ \left. \pm \int_{\varphi}^{\pi/2} d\theta \int_0^{V\bar{S}/\sin \theta} \Phi(k, \theta) \sin(rk \sin(\theta - \varphi)) dk \right],$$

где $\Phi(k, \theta) = \sin(ak \sin \theta) \sin(\bar{y}\sqrt{S/\sin^2 \theta - k^2})/\sin \theta$, что аналогично формуле (29) в [1] при $a\sqrt{S} \ll 1$. Применяя метод стационарной фазы для асимптотической оценки интегралов в (1.7) при $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$, получим

$$(1.8) \quad \eta(x, y, z) = \frac{m}{\pi} \sin\left(\frac{a\sqrt{S}xy}{(y^2 + z^2)^{1/2}(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}\right) \times \\ \times \frac{[x^2z^2 + (y^2 + z^2)^2]^{1/2}}{(y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \cos\left(y\sqrt{\frac{S(x^2 + y^2 + z^2)}{y^2 + z^2}}\right),$$

что в случае диполя ($a = 0$, $ma = \pi$) совпадает с формулой (6.10) в [3]. В [1] представлены результаты численного интегрирования (1.7); их сравнение с (1.8) показывает, что асимптотическое решение можно принять при $x \geq 4\pi/\sqrt{S}$.

Исследование интегралов в (1.6) при $r \rightarrow \infty$ проведем методом стационарной фазы. Для этого найдем корни уравнения $\Psi'(\theta) = 0$, где $\Psi(\theta) = k_n \sin(\theta \pm \varphi)$. Для определения стационарных точек получим

$$(1.9) \quad \operatorname{tg} \varphi = \mp f(\theta), f(\theta) = \frac{b \cos \theta \sin^3 \theta}{1 - b \sin^4 \theta}, \dot{\varphi} = \frac{n^2 \pi^2}{SH^2}.$$

При $0 < \theta < \pi/2$ функция $f(\theta)$ положительна, и, следовательно, стационарные точки может иметь только второй интеграл в (1.6). Для $n \leq n_0$ ($n_0 = N(\pi/2)$) имеются две стационарные точки $\theta_{1,2}$, если $\operatorname{tg} \varphi < f(\theta_m)$ ($\theta_1 < \theta_m < \theta_2$), и одна стационарная точка при $\operatorname{tg} \varphi = f(\theta_m)$, при $\operatorname{tg} \varphi > f(\theta_m)$ стационарных точек нет ($\theta_m = \arcsin((2 - \sqrt{4 - 3b})/b)^{1/2}$). Для $n > n_0$ существует одна стационарная точка θ_1 , если $\sin \varphi \leq 1/\sqrt{b}$.

Окончательное выражение для функции $\eta(r, \varphi, y)$ имеет вид

$$(1.10) \quad \eta(r, \varphi, y) = -\frac{2m}{H} \sqrt{\frac{2}{\pi r \cos \varphi}} \times \left[\sum_{n=1}^{n_0} A_n \sum_{i=1}^2 B(k_{in}, \theta_{in}) \times \right. \\ \times \sin(rk_{in} \sin(\theta_{in} - \varphi) + (-1)^i \pi/4) + \sum_{n=n_0+1}^{N_1} A_n B(k_{1n}, \theta_{1n}) \times \\ \left. \times \sin(rk_{1n} \sin(\theta_{1n} - \varphi) - \pi/4) \right],$$

где

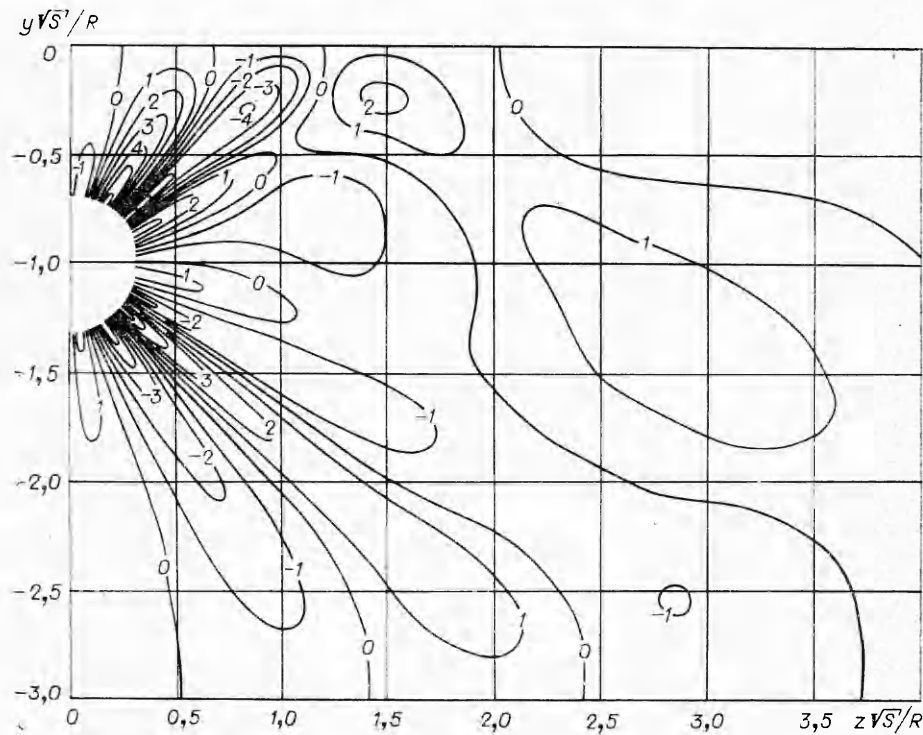
$$N_1 = N(\varphi); A_n = \sin(n\pi y/H) \cos(n\pi h/H);$$

$$B(k, \theta) = \sin(ak \sin \theta) \cdot \left[\frac{1 - b \sin^4 \theta}{k \sin \theta \cdot |3 - 4 \sin^2 \theta + b \sin^4 \theta|} \right]^{1/2}.$$

Аналогичный вид имеют выражения и для компонент вектора скорости возмущенного течения. Интересно отметить, что для жидкости конечной глубины внутренние волны сосредоточены внутри угла $|\varphi| \leq \varphi_m$, где φ_m — максимальная из величин $\arcsin(H\sqrt{S}/\pi(n_0 + 1))$ и $\arctg f(\theta_m(n_0))$, тогда как в случае безграничной жидкости они охватывают все полупространство $x > 0$.

Изолнии функции $5\eta/\sqrt{SR}$ для значения $x\sqrt{S}/R = 15$ представлены на фиг. 1 при $H\sqrt{S}/R = 3$, $h\sqrt{S}/R = 1$, $d = 1$. Корни уравнения (1.9) определялись численно. В отличие от безграничной жидкости волновой след становится несимметричным при $h \neq H/2$, более широким и раздробленным.

2. Для исследования внутренних волн, индуцируемых коллапсом зоны смещения, рассмотрена плоская нестационарная задача о течении, возникающем при схлопывании первоначально круглого пятна полностью или частично перемешанной жидкости, окруженного линейно-стратифицированной по плотности жидкостью. В настоящее время имеется ряд работ, посвященных этой проблеме. В [4—6] представлены результаты численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса (в [4, 6] используется приближение Буссинеска), а в [3, 7—10] выполнено аналитическое исследование процесса коллапса, основанное на линеаризованных уравнениях невязкой жидкости (в [3, 8, 9] рассматривается безграничная жидкость, в [7, 10] — слой жидкости конечной глубины). В [10] в отличие от [3, 7—9] не используется приближение Буссинеска и выполненное численное сравнение с [7] показывает, что эти решения отличаются незначительно.



Фиг. 1

В данной работе выполнено исследование внутренних волн, порождаемых коллапсом, методом, аналогичным п. 1, и получены решения, более удобные для численного интегрирования, чем в [7].

В плоскости движения вводится декартова система координат y, z (ось y направлена вертикально вверх, ось z совпадает со свободной поверхностью). В начальный момент времени $t = 0$ внутри круга радиуса R с центром в точке $y = -h, z = 0$ ($h > R$) жидкость перемешана, так что возмущение плотности имеет вид

$$\rho(y, z, 0) = \begin{cases} \varepsilon \alpha(y+h) \rho_s, & \sqrt{(y+h)^2 + z^2} < R, \\ 0, & \sqrt{(y+h)^2 + z^2} > R, \end{cases} \quad 0 < \varepsilon \leq 1,$$

в случае полностью перемешанного пятна $\varepsilon = 1$, вне пятна распределение плотности определяется (1.1).

Линеаризованные уравнения движения в приближении Буссинеска имеют вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \partial v / \partial y + \partial w / \partial z &= 0, \quad \rho_s \partial v / \partial t = -\partial p / \partial y - g v, \\ \rho_s \partial w / \partial t &= -\partial p / \partial z, \quad \partial \rho / \partial t - \alpha \rho_s v = 0 \end{aligned}$$

с граничными условиями

$$v = 0, \quad y = 0, \quad y = -H, \quad v, w, \rho, p \rightarrow 0, \quad z \rightarrow \pm \infty$$

и начальными условиями

$$v = w = p = 0, \quad \rho = \rho_0(y) F(y, z), \quad t = 0,$$

где

$$F(y, z) = \varepsilon [\rho_0(-h)/\rho_0(y) - 1] H(y + h + R) H(R - y - h) H(z + \sqrt{R^2 - (y + h)^2}) H(\sqrt{R^2 - (y + h)^2} - z).$$

Здесь по-прежнему v, w, p, ρ — возмущения компонент вектора скорости в направлении осей y, z , давления и плотности; $H()$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Вертикальное отклонение жидкой частицы от невозмущенного состояния $\eta(y, z, t)$ определяется из линеаризованного условия $\partial\eta/\partial t = v$.

Вводя безразмерные переменные

$$(y_*, z_*, h_*, H_*, \eta_*) = (1/R)(y, z, h, H, \eta), \quad t_* = \sqrt{g\alpha} t, \quad (v_*, w_*) = (1/R\sqrt{g\alpha}) \times (v, w)$$

(звездочку в дальнейшем опустим), сводя уравнения (2.1) к одному уравнению для v и применяя аналогично п.1 двойное преобразование Фурье (1.3) (время t играет роль продольной координаты x в предыдущих рассмотрениях), получим

$$(2.2) \quad f'' - v^2 \left(1 - \frac{1}{\mu^2}\right) f = -\frac{2\varepsilon v}{\mu^2} (y + h) H(y + h + 1) H(1 - y - h) \times \\ \times \sin(v\sqrt{1 - (y + h)^2})$$

с граничными условиями

$$f = 0, \quad y = 0, \quad y = -H.$$

Решение уравнения (2.2) вне пятна имеет вид

$$f = \pi \varepsilon J_2(v/\mu) [\operatorname{sgn}(y + h) e^{M|y+h|} + e^{-M(y+h)} - 2 \operatorname{ch} Mh \cdot \operatorname{sh} M(y + H) / \operatorname{sh} MH],$$

где $M = v\sqrt{1 - 1/\mu^2}$; J_2 — функция Бесселя первого рода второго порядка.

В данной задаче по-прежнему основной интерес представляет исследование внутренних волн вдали от возмущения, поэтому при выполнении обратных преобразований Фурье, аналогичных (1.4), (1.5), оставим только однократные интегралы, представляющие собой вычеты в полюсах подынтегральной функции. Искомое решение имеет вид

$$v(r, \varphi, y) = A \left[\int_0^{\pi/2} J_2(\operatorname{ctg} \theta) \sum_{n=1}^N \cos\left(\frac{n\pi h}{H}\right) \cdot BD_+ d\theta + \right. \\ \left. + \int_{\varphi}^{\pi/2} J_2(\operatorname{ctg} \theta) \sum_{n=1}^N \cos\left(\frac{n\pi h}{H}\right) \cdot BD_- d\theta \right],$$

$$\text{где } A = -\frac{2\pi\varepsilon}{H^2}; \quad B = \frac{n}{\cos^2 \theta} \sin\left(\frac{n\pi y}{H}\right); \quad D_{\pm} = \sin(rk_n \sin(\theta \pm \varphi));$$

$$N = E[H \operatorname{ctg} \theta / \pi]; \quad k_n = \sqrt{1 - (n\pi \operatorname{tg} \theta / H)^2} / \sin \theta.$$

Аналогичный вид имеют и другие искомые функции, причем для w

$$A = -\frac{2\pi^2\varepsilon}{H^3}, B = \frac{n^2}{k_n \cos^3 \theta} \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right), D_{\pm} = \pm \cos(rk_n \sin(\theta \pm \varphi)),$$

для η

$$A = \frac{2\pi\varepsilon}{H^2}, B = \frac{n}{k_n \sin \theta \cos^2 \theta} \sin\left(\frac{n\pi y}{H}\right), D_{\pm} = \cos(rk_n \sin(\theta \pm \varphi)).$$

В случае безграничной жидкости получим, в частности, для

$$\begin{aligned} \eta(r, \varphi, \bar{y}) \quad (\bar{y} = y + h) \\ \eta(r, \varphi, \bar{y}) = \frac{\varepsilon}{\pi} \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{1/\sin \theta} \Phi(k, \theta) \cos(rk \sin(\theta + \varphi)) dk + \right. \\ \left. + \int_{\varphi}^{\pi/2} d\theta \int_0^{1/\sin \theta} \Phi(k, \theta) \cos(rk \sin(\theta - \varphi)) dk \right], \end{aligned}$$

где $\Phi(k, \theta) = J_2(\text{ctg } \theta) \sin(\bar{y} \cos \theta \sqrt{1/\sin^2 \theta - k^2})/\sin \theta$. Асимптотическая оценка этих интегралов методом стационарной фазы при $y^2 + z^2 + t^2 \rightarrow \infty$ дает

$$(2.4) \quad \eta = \frac{\varepsilon z}{y^2 + z^2} J_2\left(\frac{zt}{y^2 + z^2}\right) \sin\left(\frac{yt}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right).$$

Это выражение с точностью до множителя 2 совпадает с формулой (26) в [8]. В [3] при исследовании внутренних волн, генерируемых коллапсом полностью перемешанного пятна радиуса R , последнее имитировалось квадруполем с моментом $\pi R^4/4$. Показано, что при $t \rightarrow \infty$

$$\eta = \frac{z^3 t^2}{8(y^2 + z^2)^3} \sin\left(\frac{yt}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right),$$

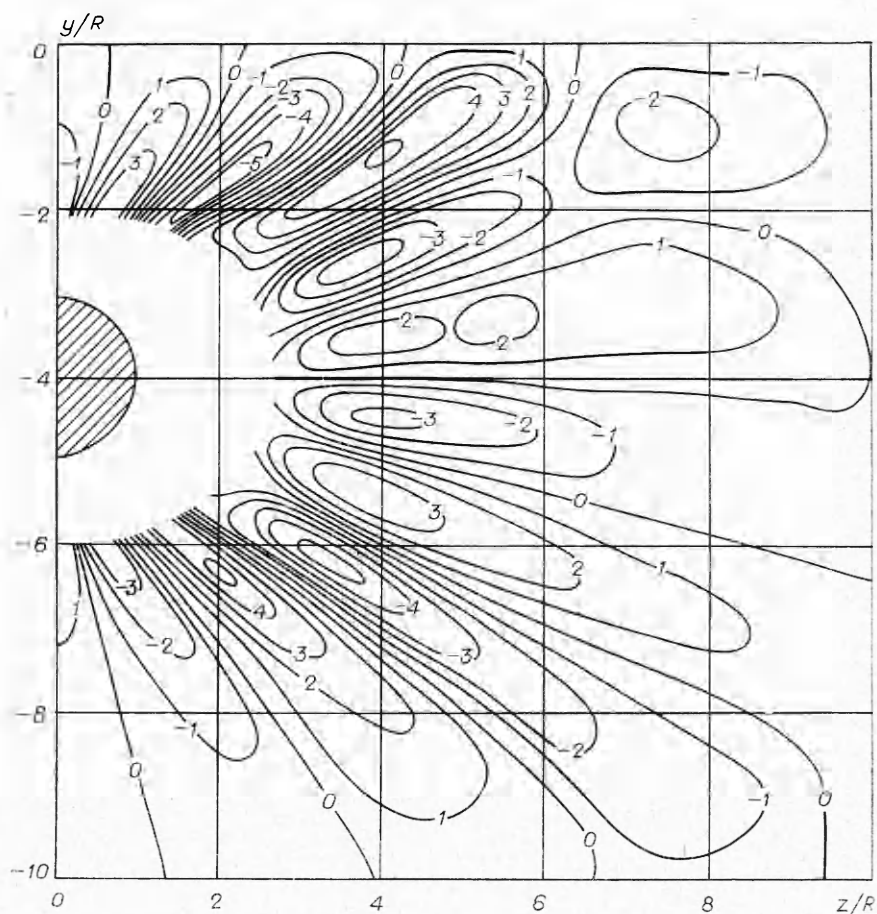
что совпадает с (2.4) при $zt \ll y^2 + z^2$.

Выполнено численное интегрирование (2.3) (использование метода стационарной фазы для асимптотической оценки интегралов встретило значительные трудности), изолинии функции $50\eta/R$ для значения $t\sqrt{\alpha g} = 15$ изображены на фиг. 2 при $H/R = 10$, $h/R = 4$, $\varepsilon = 1$. Заштрихованный полукруг соответствует первоначальному положению пятна. Качественно фиг. 2 повторяет фиг. 1. На фиг. 1, 2 ввиду трудности графического изображения не представлено течение в окрестности точки $y = -h$, $z = 0$. Следует отметить, что течение в этой области с достаточной точностью описывается решениями (1.8), (2.4) соответственно.

Можно предложить также другой способ решения данных задач, основанный на использовании метода отражений. При исследовании внутренних волн вдали от источника возмущения, зная решения (1.8), (2.4) и вводя в безграничной жидкости бесконечный ряд мнимых возмущений, эквивалентных исходному и расположенных симметрично относительно горизонтальных плоскостей $y = 0$ и $y = -H$, получим для случая жидкости конечной глубины решение в виде

$$(2.5) \quad \eta(x, y, z) = \bar{\eta}(x, y, z) + \sum_{n=1}^{\infty} [\bar{\eta}(x, y + 2nH, z) + \bar{\eta}(x, y - 2nH, z)],$$

где $\bar{\eta}(x, y, z) = \eta_0(x, y + h, z) + \eta_0(x, y - h, z)$, $\eta_0(x, y, z)$ — решение (1.8) для первого типа возмущений или (2.4) для второго типа возмущений



Ф и г. 2

(в этом случае в (2.5) следует переменную x заменить на t). Сравнение результатов, полученных с использованием (2.5), и решений (1.10), (2.3) дает хорошее совпадение.

Поступила 7 IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Стурова И. В. Волновые движения, возникающие в стратифицированной жидкости при обтекании погруженного тела. — ПМТФ, 1974, № 6.
2. Стурова И. В. Волновые движения, возникающие в жидкости со ступенчатой стратификацией, при обтекании погруженного тела. — В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 6. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, № 3, 1975.
3. Miles J. W. Internal waves generated by a horizontally moving source. — «Geophysical Fluid Dynamics», 1974, vol. 2, p. 1.
4. Wessel W. R. Numerical study of the collapse of a perturbation in an infinite density stratified fluid. — «Phys. Fluids», 1969, vol. 12, N 12, p. 2.
5. Young J. A., Hirt C. W. Numerical calculation of internal wave motions. — «J. Fluid Mech.», 1972, vol. 56, N 2.
6. Лыткин Ю. М., Черных Г. Г. О внутренних волнах, индуцируемых коллапсом зоны смещения в стратифицированной жидкости. — В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 22. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1975.

7. Schooley A. H., Hughes B. A. An experimental and theoretical study of internal waves generated by the collapse of a two-dimensional mixed region in a density gradient.— «J. Fluid Mech.», 1972, vol. 51, p. 1.
8. Hartman R. I., Lewis H. W. Wake collapse in a stratified fluid: linear treatment.— «J. Fluid Mech.», 1972, vol. 51, p. 3.
9. Mei C. C. Collapse of a homogeneous fluid mass in a stratified fluid.— In: Proc. 12th Intern. Congress Appl. Mech. Stanford Univ., 1968.
10. Никишов В. И., Стеценко А. Г. Образование внутренних волн, порождаемых схлопыванием однородного «пятна» в статифицированной жидкости.— В кн.: Гидромеханика. Вып. 32. Киев, «Наукова думка», 1975.

УДК 532.526.4

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ В ПРЯМОМ ДВУГРАННОМ УГЛЕ

В. И. Корнилов, А. М. Харитонов

(Новосибирск)

Взаимодействие двух смежных турбулентных пограничных слоев, реализующееся при продольном обтекании пересекающихся поверхностей, относится к сложным видам вязких течений. Подобные течения весьма часто встречаются на практике, например в местах сопряжения отдельных частей летательного аппарата, при обтекании крестообразных и V-образных крыльев и т. д. Однако, несмотря на практическую важность, структура вязкого взаимодействия в угловых конфигурациях до сих пор остается экспериментально малоизученной. Теоретические исследования, как правило, не учитывают пространственный характер течения в углах, и поэтому полученные результаты плохо согласуются с опытами.

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию интегральных характеристик пограничного слоя, определению протяженности области взаимодействия при различных числах Рейнольдса и изучению влияния продольного градиента давления.

Опыты проводились в малотурбулентной аэродинамической трубе ИТПМ СО АН СССР Т-324 [1] на модели прямого двугранного угла (фиг. 1). Для измерения статического давления на каждой из граней 1 сделаны дренажные отверстия 3 диаметром 0,5 мм. Как носовая, так и хвостовая части граней выполнены в виде полуэллипса с соотношением полуосей 1 : 12. Изменение статического давления по длине модели производилось двумя хвостовыми закрылками 2. Для обеспечения заданной величины продольного градиента давления на поверхности модели в рабочей части аэродинамической трубы устанавливалась фальшстенка 4, выполненная из оргстекла. При этом величина градиента давления изменялась в зависимости от степени загромождения рабочей части, а знак градиента определялся формой искусственно созданного фальшстенкой контура рабочей части. Тем самым на поверхности модели можно было реализовать как положительный, так и отрицательный градиенты статического давления $d\bar{p}/dx$ ($\bar{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$ — коэффициент давления).

Эксперименты проводились при скоростях невозмущенного потока от 10 до 52 м/с, что соответствовало единичным числам Рейнольдса $Re_1 = (0,7 - 3,2)10^6$, m^{-1} . Для обеспечения развитого турбулентного пограничного слоя использовался турбулизатор, который представлял собой