

РЕЛАКСАЦИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУЕ, ИСТЕКАЮЩЕЙ В ВАКУУМ

УДК 333.6.011

А. В. Лазарев, В. М. Жданов, Н. Н. Застенкер, Д. Н. Трубников

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
119899 Москва

Введение. Истекающая в вакуум сверхзвуковая газодинамическая струя представляет значительный интерес для исследования релаксации поступательной и вращательной энергии в условиях переходного течения (от континуального к почти свободномолекулярному). В то время как поступательная релаксация в таких струях изучена достаточно полно [1–4] (что позволило в случае одноатомных газов и их смесей извлекать информацию о потенциале упругого межмолекулярного взаимодействия в области низких энергий из экспериментальных зависимостей параметров струи от условий в источнике), число работ, посвященных теоретическому исследованию вращательной релаксации в струе, сравнительно невелико [5–8]. Так, в [7, 8] изучалась эволюция параллельной, перпендикулярной и вращательной температур в струе на основе численного решения системы моментных уравнений, полученных с использованием кинетического уравнения Ван Чанг — Уленбека. Аналогичная задача рассматривалась в [5] с помощью модельного представления интеграла столкновений и асимптотического анализа уравнений моментов.

Цель настоящей работы — последовательный асимптотический анализ системы моментных уравнений, следующей из кинетического уравнения Ван Чанг — Уленбека для многоатомного газа, в приближении слабой неравновесности струи. Это позволяет получить аналитические зависимости предельных параллельной $T_{\parallel}$, перпендикулярной $T_{\perp}$ и вращательной T_r температур от условий в источнике и вращательного числа столкновений Z , являющегося характеристикой неупругого столкновения молекул. Сравнение результатов расчетов с экспериментом дает возможность определить значения Z при низких температурах для конкретных многоатомных газов.

1. Система моментных уравнений. Система уравнений моментов для многоатомного газа может быть получена из кинетического уравнения Ван Чанг — Уленбека известным способом [9]. В случае расширения газа от сферического источника она включает уравнения сохранения массы, импульса и полной энергии, а также уравнения для $T_{\parallel}$, $T_{\perp}$ и средней вращательной энергии E_r :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr}(nur^2) &= 0, & nu \frac{du}{dr} + \frac{d}{dr} \left(\frac{nkT_{\parallel}}{m} \right) + \frac{2}{r} \frac{nk}{m} (T_{\parallel} - T_{\perp}) &= 0, \\ nu \frac{d}{dr} \left(\frac{mu^2}{2} + \frac{3kT_{\parallel}}{2} + kT_{\perp} + E_r \right) &= 0, \\ nu^2 \frac{du}{dr} + \frac{3}{2} nu \frac{k}{m} \frac{dT_{\parallel}}{dr} - \frac{2}{r} nu \frac{kT_{\perp}}{m} &= R_{\parallel}, & nu \frac{dE_r}{dr} &= R_r. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Уравнение для $T_{\perp}$ не входит в полную систему уравнений, так как не является независимым (суммирование его с уравнениями для $T_{\parallel}$ и E_r приводит к уравнению сохранения полной энергии).

Система (1.1) получена в предположении эллипсоидального представления для функции распределения по поступательным степеням свободы (см., например, [1]) и больцма-

новского распределения по вращательным степеням свободы:

$$f_i = \frac{n}{Q} \left(\frac{m}{2\pi k T_{\parallel}} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{2\pi k T_{\perp}} \right) \exp \left[-\frac{m}{2k T_{\parallel}} (\xi - u)^2 - \frac{m}{2k T_{\perp}} \rho^2 - \varepsilon_i \right]. \quad (1.2)$$

Здесь $Q = \sum_i \exp(-\varepsilon_i)$; $\varepsilon_i = E_i/kT_r$ (E_i — энергия i -го вращательного уровня). При этом

$$E_r = kT_r \langle \varepsilon(T_r) \rangle, \quad dE_r = c_r(T_r) dT_r, \quad (1.3)$$

где $\langle \varepsilon(T_r) \rangle = Q^{-1} \sum_i \varepsilon_i \exp(-\varepsilon_i)$; $c_r(T_r)$ — теплоемкость вращательных степеней свободы.

Моменты от интеграла столкновений $R_{\parallel}$ и R_r с использованием (1.2) вычислялись в [8]. Они представляют сложную функцию от $T_{\parallel}$, $T_{\perp}$ и T_r , из-за чего решение системы (1.1) при определенных ограничениях возможно лишь численно. Для реализации последовательного асимптотического анализа системы (1.1), позволяющего получить аналитические результаты, ниже рассматривается приближение слабой неравновесности струи:

$$\frac{T_{\parallel} - T}{T} \ll 1, \quad \frac{T_{\perp} - T}{T} \ll 1, \quad \frac{T_r - T}{T} \ll 1. \quad (1.4)$$

Здесь температура T соответствует равновесной энергии струи и определяется соотношением

$$\frac{1}{2} k T_{\parallel} + k T_{\perp} + E_r(T_r) = \frac{5}{2} k T + E_r(T). \quad (1.5)$$

Заметим, что при выполнении условий (1.4) $E_r(T_r) - E_r(T) \simeq c_r(T_r - T)$. Вычисление $R_{\parallel}$ и R_r на основе (1.2) с учетом (1.4), (1.5) дает

$$R_{\parallel} = -\frac{1}{3} n \frac{k(T_{\parallel} - T_{\perp})}{\tau} + \frac{1}{3} n \frac{c_r}{\tau_E} \left[(T_r - T_{\perp}) - \frac{2}{5} \left(\frac{3}{2} - \varepsilon_0 \right) (T_{\parallel} - T_{\perp}) \right],$$

$$R_r = -n \frac{c_r}{\tau_E} \left[(T_r - T_{\perp}) - \frac{1}{3} (T_{\parallel} - T_{\perp}) \right].$$

При этом τ^{-1} и τ_E^{-1} — характерные частоты упругих и неупругих столкновений молекул, определяемые выражениями [9]

$$\tau^{-1} = \frac{8}{5} n \langle \gamma^4 (1 - \cos^2 \chi) \rangle_c, \quad \tau_E^{-1} = \frac{2k}{c_r} n \langle (\Delta \varepsilon)^2 \rangle_c$$

$$\langle F \rangle_c = 2\pi \left(\frac{kT}{\pi m} \right)^{1/2} Q^{-2} \sum_{ijkl} \int F \gamma^3 \exp(-\gamma^2 - \varepsilon_i - \varepsilon_j) \sigma_{ij}^{kl}(g, \chi) \sin \chi d\chi d\gamma,$$

кроме того, $\varepsilon_0 = \langle (\Delta \varepsilon)^2 \sin^2 \chi \rangle_c / \langle (\Delta \varepsilon)^2 \rangle_c$. Здесь $\gamma = (m/4kT)^{1/2} g$; g — относительная скорость частиц при столкновении; χ — угол рассеяния.

В дальнейшем вместо уравнений для $T_{\parallel}$, $T_{\perp}$ и E_r удобно использовать уравнения для $T_{\parallel}$, $T_{\perp}$ и T . Из условия (1.5) с учетом (1.4) следует, что $c_r(T_r - T) \simeq -(1/2)k(T_{\parallel} - T) - k(T_{\perp} - T)$. Исключая с помощью этого соотношения T_r в системе моментных уравнений и в выражениях для $R_{\parallel}$ и R_r и учитывая, что $R_{\parallel} + R_{\perp} + R_r = 0$, получим окончательно следующую моментную систему:

$$\frac{d}{dr}(nur^2) = 0, \quad nu \frac{du}{dr} + \frac{d}{dr} \left(\frac{nkT_{\parallel}}{m} \right) + \frac{2}{r} \frac{nk}{m} (T_{\parallel} - T_{\perp}) = 0, \quad uc_v \frac{dT}{dr} + kT_{\parallel} \frac{du}{dr} + \frac{2ukT_{\perp}}{r} = 0,$$

$$\frac{1}{2} uk \frac{dT_{\parallel}}{dr} + kT_{\parallel} \frac{du}{dr} = -\frac{k}{\tau} [C(Z)(T_{\parallel} - T) - A(Z)(T_{\perp} - T)], \quad (1.6)$$

$$uk \frac{dT_{\perp}}{dr} + \frac{2ukT_{\perp}}{r} = \frac{k}{\tau} [A(Z)(T_{\parallel} - T) - B(Z)(T_{\perp} - T)].$$

Здесь вращательное число столкновений $Z = (4/\pi)\tau_E/\tau$;

$$\begin{aligned} A(Z) &= \frac{1}{3} \left\{ 1 - \frac{8}{5} \left[\frac{5}{2} + \frac{c_r}{k} (1 + \varepsilon_0) \right] (\pi Z)^{-1} \right\}, \\ B(Z) &= \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{8}{5} \left[5 \left(1 + \frac{c_r}{k} \right) - \frac{c_r}{k} (1 + \varepsilon_0) \right] (\pi Z)^{-1} \right\}, \\ C(Z) &= \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{8}{5} \left[\frac{5}{4} + \frac{c_r}{k} \left(\frac{3}{2} - \varepsilon_0 \right) \right] (\pi Z)^{-1} \right\}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

кроме того, $c_V(T) = (3/2)k + c_r(T)$.

Для последующего асимптотического анализа системы моментных уравнений (1.6) надо конкретизировать вид зависимости от T функций τ_t , Z , c_r и ε_0 . В то время как τ_E существенно определяется анизотропной (неупругой) частью потенциала взаимодействия, $\tau_t = \eta/p$ (η — коэффициент сдвиговой вязкости газа [9]) с хорошим приближением находится из предположения о чисто упругом характере рассеяния [10]. При конкретных расчетах релаксации в струях τ_t и ε_0 определяются обычно на основе той части потенциала Леннарда — Джонса, которая соответствует ветви притяжения ($V(r) = -C_6/r^6$), что вполне адекватно описывает упругое рассеяние молекул при низких энергиях, отвечающих условиям расширения струи [11]. Тогда для частоты упругого рассеяния и ε_0 имеем

$$\tau_t^{-1} = 6,82n \left(\frac{kT}{m} \right)^{1/2} \left(\frac{C_6}{kT} \right)^{1/3} \quad (1.8)$$

[8] и $\varepsilon_0 = 0.581$ [6]. Кроме того, предположим, что $c_r(T) = (1/2)jk$ (j — число вращательных степеней свободы) — это справедливо для не очень низких температур. Положим также, что $Z = \text{const}$. Последнее предположение обсуждалось в [8]. Отметим, что два последних предположения не являются обязательными для целей асимптотического анализа. Возможно использование и более сложных зависимостей c_r и Z от T , например степенных.

При этих предположениях система моментных уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} nur^2 &= \left(\frac{5+j}{3+j} \right)^{1/2} M_s, \quad nu \frac{du}{dr} + \frac{d}{dr}(nT_{\parallel}) + \frac{2n}{r}(T_{\parallel} - T_{\perp}) = 0, \\ \frac{3+j}{2} u \frac{dT}{dr} + T_{\parallel} \frac{du}{dr} + \frac{2uT_{\perp}}{r} &= 0, \\ \frac{1}{2} u \frac{dT_{\parallel}}{dr} + T_{\parallel} \frac{du}{dr} &= -A_s n T^{1/6} [C(Z)(T_{\parallel} - T) - A(Z)(T_{\perp} - T)], \\ u \frac{dT_{\perp}}{dr} + \frac{2uT_{\perp}}{r} &= A_s n T^{1/6} [A(Z)(T_{\parallel} - T) - B(Z)(T_{\perp} - T)], \\ A(Z) &= \frac{1}{3} [1 - 0,402(j + 3,163)Z^{-1}], \quad B(Z) = \frac{1}{3} [1 + 0,870(j + 2,925)Z^{-1}], \\ C(Z) &= \frac{1}{3} [1 + 0,234(j + 2,720)Z^{-1}], \end{aligned} \quad (1.9)$$

где M_s — число Маха в источнике ($r = r_s$); $A_s = 4/(5\sqrt{\pi})K_n^{-1}\Gamma(11/3)$; $K_n^{-1} = 3,770n_s r_s (C_6/kT_s)^{1/3}$.

Обезразмеренная система моментных уравнений (1.9) получается из (1.6) введением следующих масштабов переменных: n_s для плотности, T_s для температуры, $(kT_s/m)^{1/2}$ для скорости, r_s для расстояния (индекс s отвечает условиям в источнике). При этом

параметр Kn_s (число Кнудсена источника) в условиях эксперимента со струями обычно мал.

2. Решение во внутренней области. Используя малость числа Кнудсена источника ($\text{Kn}_s \ll 1$), будем искать решение системы (1.9) для параметров струи вблизи сопла в виде

$$\Gamma(r, A_s) = \Gamma_0(r) + A_s^{-1} \Gamma_1(r) + \dots \quad (2.1)$$

В нулевом приближении имеем

$$n_0 u_0 r^2 = \left(\frac{5+j}{3+j} \right)^{1/2} M_s, \\ u_0^2 + (3+j) \left(\frac{5+j}{3+j} \right)^{(4+j)/(3+j)} M_s^{2/(3+j)} u_0^{-2/(3+j)} r^{-4/(3+j)} = \left(\frac{5+j}{3+j} \right) (M_s^2 + 3+j), \quad (2.2) \\ T_0 = n_0^{2/(3+j)}, \quad T_{r0} = T_{\parallel 0} = T_{\perp 0} = T_0,$$

т. е. обычное континуальное решение для сферически-симметричного расширения многоатомного газа.

При $r \rightarrow \infty$ из (2.2) следует

$$n_0 \simeq M_s (M_s^2 + 3+j)^{-1/2} r^{-2} + \dots, \quad u_0 \simeq \left(\frac{5+j}{3+j} \right)^{1/2} (M_s^2 + 3+j)^{1/2} + \dots, \quad (2.3) \\ T_0 \simeq M_s^{2/(3+j)} (M_s^2 + 3+j)^{-1/(3+j)} r^{-4/(3+j)} + \dots$$

Далее, используя (2.3) в одном из двух последних уравнений системы (1.9), можно показать из сравнения членов нулевого и первого приближения, что равномерная пригодность разложения (2.1) нарушается на расстояниях

$$r = O(A_s^{3(3+j)/(3j+11)}), \quad (2.4)$$

что определяет внешнюю границу внутренней области течения. Переходя к решению системы моментных уравнений во внешней области, следует их перемасштабировать.

3. Решение во внешней области. При масштабировании уравнений используем обстоятельство, что размер внутренней области определяется условием (2.4) и поведением параметров на границе (2.3). Введем новые переменные:

$$r = s_1 A_s^{3(3+j)/(3j+11)}, \quad n = N A_s^{-6(3+j)/(3j+11)}, \quad T = \tau A_s^{-12/(3j+11)}, \quad u = U. \quad (3.1)$$

Тогда система моментных уравнений во внешней области принимает вид

$$\frac{d}{ds_1} (N U s_1^2) = 0; \quad (3.2)$$

$$N U \frac{dU}{ds_1} + A_s^{-12/(3j+11)} \left[\frac{d}{ds_1} (N \tau_{\parallel}) + \frac{2N}{s_1} (\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}) \right] = 0; \quad (3.3)$$

$$\frac{3+j}{2} U \frac{d\tau}{ds_1} + \tau_{\parallel} \frac{dU}{ds_1} + \frac{2U\tau_{\perp}}{s_1} = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{2} U \frac{d\tau_{\parallel}}{ds_1} + \tau_{\parallel} \frac{dU}{ds_1} = -[C(Z)(\tau_{\parallel} - \tau) - A(Z)(\tau_{\perp} - \tau)] N \tau^{1/6}; \quad (3.5)$$

$$U \frac{d\tau_{\perp}}{ds_1} + \frac{2U\tau_{\perp}}{s_1} = [A(Z)(\tau_{\parallel} - \tau) - B(Z)(\tau_{\perp} - \tau)] N \tau^{1/6}. \quad (3.6)$$

Кроме того, $\tau_r = ((j+3)/j)\tau - (1/j)\tau_{\parallel} - (2/j)\tau_{\perp}$.

Внешний предел внутреннего разложения в новых переменных есть

$$U = \left(\frac{5+j}{3+j}\right)^{1/2} (M_s^2 + 3 + j)^{1/2} + \dots, \quad N = M_s (M_s^2 + 3 + j)^{-1/2} s_1^{-2} + \dots, \quad (3.7)$$

$$\tau_0 = M_s^{2/(3+j)} (M_s + 3 + j)^{-1/(3+j)} s_1^{-4/(3+j)} + \dots$$

Из структуры системы уравнений (3.2)–(3.6) видно, что ее решение следует искать в виде $\Gamma(s_1, A_s) = \Gamma_0(s_1) + A_s^{-12/(3j+11)} \Gamma_1(s_1) + \dots$. В нулевом приближении получим

$$U_0 = \left(\frac{5+j}{3+j}\right)^{1/2} (M_s^2 + 3 + j)^{1/2}; \quad (3.8)$$

$$N_0 = \left(\frac{5+j}{3+j}\right) M_s^{-1} (M_s^2 + 3 + j)^{3/2} s^{-2}. \quad (3.9)$$

$$\frac{d\tau_0}{ds} = -\frac{4}{3+j} \frac{\tau_{\perp 0}}{s}; \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{2} s^2 \frac{d\tau_{\parallel 0}}{ds} = -[C(Z)(\tau_{\parallel 0} - \tau_0) - A(Z)(\tau_{\perp 0} - \tau_0)] \tau_0^{1/6}; \quad (3.11)$$

$$s^2 \frac{d\tau_{\perp 0}}{ds} + 2s\tau_{\perp 0} = [A(Z)(\tau_{\parallel 0} - \tau_0) - B(Z)(\tau_{\perp 0} - \tau_0)] \tau_0^{1/6}, \quad (3.12)$$

$$\tau_{r0} = \frac{j+3}{j} \tau_0 - \frac{1}{j} \tau_{\parallel 0} - \frac{2}{j} \tau_{\perp 0}.$$

Здесь введена новая переменная: $s = ((5+j)/(3+j))^{1/2} M_s^{-1} (M_s^2 + 3 + j) s_1$. При $s \rightarrow 0$ решение системы (3.8)–(3.12) имеет вид

$$\tau_{r0} = \tau_{\parallel 0} = \tau_{\perp 0} = \tau_0 = K s^{-4/(3+j)}. \quad (3.13)$$

«Сшивание» с (3.7) определяет значение константы

$$K = \left(\frac{5+j}{3+j}\right)^{2/(3+j)} M_s^{-2/(3+j)} (M_s^2 + 3 + j)^{3/(3+j)}. \quad (3.14)$$

Легко показать также, что при $s \rightarrow \infty$ система уравнений (3.8)–(3.12) допускает следующее решение:

$$\tau_{\parallel 0}(s) = \tau_{\parallel 0}(\infty) + 2\tau_0^{1/6}(\infty) \{ \tau_{\parallel 0}(\infty) C(Z) + [A(Z) - C(Z)] \tau_0(\infty) \} \frac{1}{s},$$

$$\tau_{\perp}(s) = \tau_0^{1/6}(\infty) \{ \tau_{\parallel 0}(\infty) A(Z) + [B(Z) - A(Z)] \tau_0(\infty) \} \frac{1}{s},$$

$$\tau_0(s) = \tau_0(\infty) + \frac{4}{3+j} \tau_0^{1/6}(\infty) \{ \tau_{\parallel 0}(\infty) A(Z) + [B(Z) - A(Z)] \tau_0(\infty) \} \frac{1}{s}.$$

Отсюда

$$\tau_{r0}(s) = \tau_{r0}(\infty) + \frac{2}{j} \tau_0^{1/6}(\infty) \{ \tau_{\parallel 0}(\infty) [A(Z) - C(Z)] + \tau_0(\infty) [B(Z) + C(Z) - 2A(Z)] \} \frac{1}{s},$$

где $\tau_{\parallel 0}(\infty)$, $\tau_{\perp 0}(\infty)$, $\tau_0(\infty)$ находятся численным интегрированием системы уравнений (3.10)–(3.12) с граничными условиями (3.13), (3.14) и зависят от Z и M_s .

Возвращаясь к размерным переменным, можно записать выражения для предельных параллельной и вращательной температур многоатомного газа, связав их с условиями в источнике:

$$T_{r(\parallel)\infty} = (9,690 \cdot 10^{27})^{-12/(3j+11)} \Phi_{r(\parallel)}(Z, j) \frac{(T_0^0)^{3(j+9)/(3j+11)}}{(p_0^0 D)^{12/(3j+11)} C_6^{4/(3j+11)}}.$$

Здесь $\Phi_{r(\parallel)}(Z, j) = \tau_{r(\parallel)0}(\infty) [r_s(1 + (1/(3+j)) M_s^2)^{-(j+1)/4}]^{-12/(3j+11)}$ — функция, зависящая только от Z и j , поскольку реальная температура не должна зависеть от места «сшивки» $r = r_s$; p_0^0 и T_0^0 в сопле заданы в атм и К соответственно, D — в см.

4. Результаты и их обсуждение. Конкретные расчеты были выполнены для двухатомных газов ($j = 2$). В этом случае выражения для предельных параллельной и вращательной температур имеют вид

$$T_{\parallel\infty} = 1,758 \cdot 10^{-20} \Phi_{\parallel}(Z, 2) \frac{(T_0^0)^{33/17}}{(p_0^0 D)^{12/17} C_6^{4/17}}; \quad (4.1)$$

$$T_{r\infty} = 1,758 \cdot 10^{-20} \Phi_r(Z, 2) \frac{(T_0^0)^{33/17}}{(p_0^0 D)^{12/17} C_6^{4/17}}. \quad (4.2)$$

На рис. 1 представлены зависимости $\Phi_r(Z, 2)$ и $\Phi_{\parallel}(Z, 2)$ от Z . Видно, что $\Phi_{\parallel}(Z, 2)$ сравнительно слабо зависит от Z , в то время как $\Phi_r(Z, 2)$ достаточно быстро растет с увеличением Z . Отметим, что приведенные зависимости при больших Z хорошо аппроксимируются выражениями $\Phi_r(Z, 2) = 3,427 Z^{12/17}$, $\Phi_{\parallel}(Z, 2) = 16,490 Z^{-5/17}$. Характер асимптотик согласуется с оценками работы [5]. Кроме того, отметим, что при $Z = 2,12$ $\Phi_r(Z, 2) = \Phi_{\parallel}(Z, 2)$, т. е. предельные параллельная и вращательная температуры равны при любых условиях в источнике. Такое поведение температур отмечалось в [5, 6].

На рис. 2 приводится сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей предельной вращательной температуры от $n_0^0 D$ для N_2 с использованием результатов экспериментов Поулсена и Миллера [12]. Кривая 1 рассчитана в [12] на основе линейного уравнения релаксации вращательной энергии и предположения изэнтропического поведения параметров струи. Удовлетворительное совпадение с экспериментальной зависимостью достигалось в [12] при $Z_r = 3$. Следует обратить внимание на существенное различие в определении параметра Z_r в [12] и Z в настоящей работе. В [12], как и во многих других работах (например, [7, 13–15]), Z_r определено соотношением $Z_r = \tau_r/\tau_t = \tau_r \nu$, где $\nu = \sqrt{2} n \langle v \rangle \pi \sigma^2$ — средняя частота упругих соударений для твердых сфер [9]. Это соотношение не учитывает реального поведения при низких температурах частоты упругих

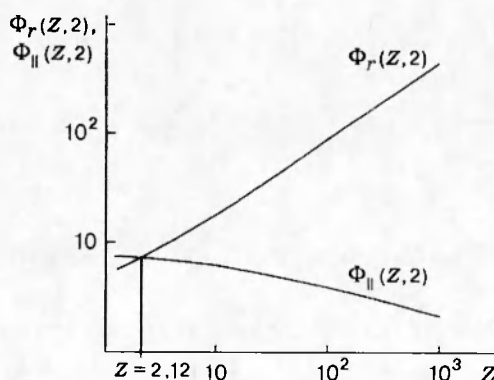


Рис. 1. Зависимости $\Phi_{\parallel}(Z, 2)$ и $\Phi_r(Z, 2)$ от Z

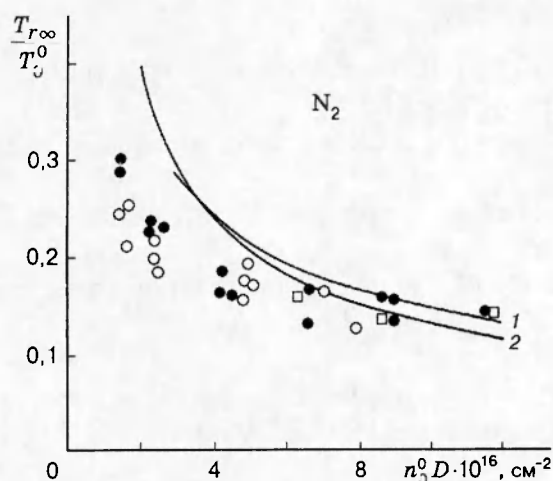


Рис. 2. Зависимость $T_{r\infty}/T_0^0$ от $n_0^0 D$:
 • — эксперимент [12] ($T = 300$ K); ○ — эксперимент [12] ($T = 600$ K); 1 — теория [12]; 2 — формула (4.2) настоящей работы при $Z = 9$; □ — расчет [7] для данных [12]

столкновений (которая для потенциала $V(r) = -C_6/r^6$ дается выражением (1.8)) и приводит к заниженным значениям экспериментально определяемого значения Z . Так, расчет по формуле (4.2) дает кривую 2, удовлетворительно описывающую экспериментальные данные при $Z = 9$.

На рис. 3 сравниваются экспериментальные и расчетные зависимости $T_{||\infty}$ от $p_0^0 D$. Сплошная линия — расчет по формуле (4.1) при $Z = 9$ и $C_6 = 1,256 \cdot 10^{-58}$ эрг·см⁶ [17]. Для сравнения на рис. 2 и 3 приведены результаты численного решения системы моментных уравнений с линейным уравнением релаксации вращательной энергии (слабая неравновесность по вращательным степеням свободы) [7] для условий работ [12, 16]. Как видно из проведенного сопоставления теоретических и экспериментальных кривых, зависимости T_r от $p_0^0 D$ могут служить для определения вращательного числа столкновений в области низких температур. Однако отметим, что при этом следует учитывать расхождение между теорией и экспериментом при малых значениях $p_0^0 D$. Возможной причиной расхождения может быть неравновесность как по поступательным, так и по вращательным степеням свободы, возрастающая с уменьшением $p_0^0 D$. Последнее обстоятельство отмечалось, например, в [18, 19].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-03-33807).

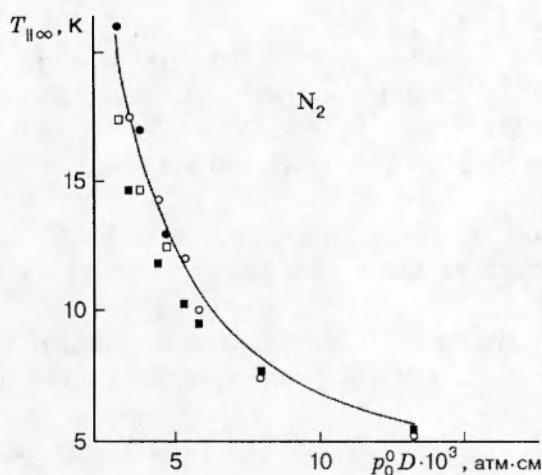


Рис. 3. Зависимость $T_{||\infty}$ от $p_0^0 D$:
 • — эксперимент [12]; ○ — эксперимент [16]; линия — формула (4.1) настоящей работы при $Z = 9$; □ — расчет [7] для данных [12]; ■ — расчет [7] для данных [16]

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hamel B. B., Willis D. R.** Kinetic theory of source flow expansion with application to the free jet // *Phys. Fluids*. 1966. V. 9, N 5. P. 829–841.
2. **Thomas D. R.** Spherical expansions into vacuum: a higher order analysis // *Carleton Mathematical Series*. 1970. N 21.
3. **Трубников Д. Н.** Поступательная релаксация в сверхзвуковых струях, истекающих в вакуум: Дис... д-ра хим. наук. М., 1992.
4. **Lazarev A. V., Lenin L. V., Trubnikov D. N.** Quantum effects under free expansion of monoatomic gas mixtures into a vacuum // *Chem. Phys. Lett.* 1988. V. 148, N 5. P. 401–405.
5. **Willis D. R., Hamel B. B.** Non-equilibrium effects in spherical expansions of polyatomic gases and gas mixtures // *Proc. 5th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics* / C. L. Brundin (Ed.). N.Y.; L.: Acad. Press, 1967. V. 1. P. 837–860.
6. **Klots C. E.** Rotational relaxation in sonic nozzle expansions // *J. Chem. Phys.* 1980. V. 72, N 1. P. 192–197.
7. **Lang H.** Rotational and translational relaxation in free jet expansions // *Proc. 11th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics* / R. Camparque (Ed.). Paris, 1979. V. 2. P. 823–832.
8. **Randenija L. K., Smith M. A.** A study of molecular supersonic flow using the generalized Boltzmann equation // *J. Chem. Phys.* 1990. V. 93, N 1. P. 661–673.
9. **Жданов В. М., Алиевский М. Я.** Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989.
10. **Mason E. A., Monchick L.** Heat conductivity of polyatomic and polar gases // *J. Chem. Phys.* 1962. V. 36, N 6. P. 1622–1639.
11. **Beijerinck H. C. W., Verster N. F.** Absolute intensities and perpendicular temperatures of supersonic beams of polyatomic gases // *Physica*. 1981. V. 111C. P. 327–352.
12. **Poulsen P., Miller D. R.** The energy balance and free jet expansions of polyatomics // *Proc. 10th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics* / J. L. Potter (Ed.). Aspen, 1976. V. 2. P. 899–911.
13. **Miller D. R., Andres R. P.** Rotational relaxation of molecular nitrogen // *J. Chem. Phys.* 1967. V. 46, N 5. P. 3418–3423.
14. **Gallagher R. J., Fenn J. B.** Relaxation rates from time of flight analysis of molecular beams // *J. Chem. Phys.* 1974. V. 60, N 9. P. 3487–3491.
15. **Koura K.** Effect of translational temperature anisotropy on rotational distribution of N₂ in the Ar free jet // *Phys. Fluids*. 1982. V. 25, N 8. P. 1346–1348.
16. **Buck U., Pauly H., Pust D., Schleusener J.** Molecular beams from free jet expansions of molecules and mixed gases // *Proc. 9th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics* / N. Becker, M. Fiebig (Eds). Porz-Wahn: DFVLR Press, 1974. V. 2. P. C10-1–C10-9.
17. **Гиршфельдер Дж., Картисс Ч., Берд Р.** Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
18. **Борзенко Б. Н., Карелов Н. В., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г.** Экспериментальное исследование заселенности вращательных уровней молекул в свободной струе азота // *ПМТФ*. 1976. № 5. С. 20–31.
19. **Карелов Н. В., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г.** Заселенность вращательных уровней молекул азота при неравновесной конденсации в свободно расширяющемся газе // *ПМТФ*. 1978. № 3. С. 3–10.

Поступила в редакцию 17/IV 1996 г.