импульса и полной энергии. При этом уравнения сильного разрыва получаются весьма сложными и трудными для анализа. Напротив, в моделях II и III имеется неограниченный запас линейно-независимых законов сохранения и результат будет в значительной мере зависеть от их удачного выбора. При этом во всех случаях в качестве критерия успеха можно выдвинуть однозначную разрешимость задачи о распаде произвольного разрыва при любых допустимых исходных состояниях. Это требование нетривиально, в чем можно убедиться на примере уравнений газовой динамики (27), если допустимыми считать также и отрицательные значения плотности.

Изложенные одномерные модели и полученные для них предварительные качественные выводы допускают естественное обобщение в нескольких направлениях. К ним относятся, например, модели волновых движений многослойной «мелкой воды», двумерных («плановых») движений, течений над неровным дном и т. п. Однако значимость соответствующих аналитических исследований в большой мере будет определяться прогрессом в изучении одномерных задач.

Поступила 28 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. Математическая теория и приложения. М., ИЛ, 1959.
2. **Friedrichs K. O.** On the derivation of the shallow water theory. Appendix to «The formation of breakers and bores» by J. J. Stoker.— «Comm. Pure. Appl. Math.», 1948, vol. 1, p. 81—85.
3. **Овсянников Л. В.** К обоснованию теории мелкой воды.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 15. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1973.
4. **Овсянников Л. В.** Обоснование теории мелкой воды.— В кн.: Труды Всесоюзной конференции по уравнениям с частными производными, посвященной 75-летию со дня рождения академика И. Г. Петровского. М., изд. Моск. ун-та, 1978.
5. **Ламб Г.** Гидродинамика. М.—Л., ГИТТЛ, 1947.
6. **Внутренние** волны. Сборник статей под редакцией А. А. Иванова. М., «Мир», 1964.
7. **Кочин Н. Е.** Точное определение установившихся волн конечной амплитуды на поверхности раздела двух жидкостей конечной глубины. Собр. соч. Т. 2. М.—Л., 1949, с. 43—79.

УДК 532.51

О МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ОДНОМЕРНЫХ ДВИЖЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

В. М. Меньщиков

(Новосибирск)

Исследование устойчивости нестационарных движений сопряжено с изучением асимптотического представления решений уравнений малых возмущений, удовлетворяющих заданным начальным и граничным условиям. В большинстве случаев определение асимптотики роста малых возмущений становится практически невозможным из-за сложности уравнений, описывающих эволюцию малых возмущений. Решение обсуждаемой задачи значительно упрощается, если урав-

нения малых возмущений удается редуцировать к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

В настоящее время известен ряд примеров нестационарных движений идеальной несжимаемой жидкости, для которых выяснена асимптотика роста малых возмущений [1—5]. В большинстве цитируемых работ сведение уравнений малых возмущений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений достигалось в основном за счет предположения о потенциальности возмущенного движения. С другой стороны, известно [1, 4], что учет непотенциальных возмущений может существенно повлиять на выводы об устойчивости исследуемого движения.

В данной работе рассматриваются плоские неустановившиеся движения идеальной несжимаемой жидкости. Показывается, что для широкого класса одномерных движений с осевой симметрией уравнения малых возмущений могут быть сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом на вид возмущений никаких дополнительных ограничений (типа потенциальности) не накладывается.

В качестве приложения этого результата исследуется эволюция малых возмущений при движении вращающегося кольца идеальной несжимаемой жидкости к центру под действием внешнего давления.

1. Основное движение. Одномерные движения идеальной несжимаемой жидкости, обладающие осевой симметрией, определяются решениями следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \tag{1.1}$$

$$\partial v_\varphi/\partial t + v_r \partial v_\varphi/\partial r + v_r v_\varphi/r = 0, \quad \partial v_r/\partial r + v_r/r = 0,$$

где p — давление; ρ_0 — плотность; v_r, v_φ — проекции вектора скорости на оси полярных координат r, φ.

Будем считать для определенности, что уравнения (1.1) описывают движение жидкости в кольце $R_1(t) \leqslant r \leqslant R_2(t)$ со свободными поверхностями $r = R_i(t)$ $(i = 1, 2)$. Так как в основном и в возмущенном движениях имеются свободные поверхности, целесообразно использовать лагранжеву форму записи уравнений гидродинамики. Независимые лагранжевы переменные ρ, θ определим как значения полярных координат r, φ частиц в начальный момент времени $t = 0$.

Если произвести обезразмеривание зависимых и независимых переменных по формулам

$$\rho = R_{10}(\xi + 1), \quad t = T\tau, \quad r = R_{10}s, \quad p = \frac{\rho_0 R_{10}^2}{T^2} p', \tag{1.2}$$

где R_{10} — начальный внутренний радиус кольца; T — характерное время, то уравнения плоскопараллельных движений идеальной несжимаемой жидкости в этих переменных запишутся в виде

$$\frac{\partial s}{\partial \xi}\left[\frac{\partial^2 s}{\partial \tau^2} - s\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\right)^2\right] + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \tau}\left(s^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\right) + \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0, \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial s}{\partial \theta}\left[\frac{\partial^2 s}{\partial \tau^2} - s\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\right)^2\right] + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \tau}\left(s^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\right) + \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{\partial s}{\partial \xi}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial s}{\partial \theta}\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\xi + 1}{s}.$$

В этих уравнениях искомые функции s, φ, p зависят от переменных ξ, θ, τ. Для простоты записи в системе (1.3) безразмерное давление обозначается тем же символом, что и размерное. Из определения лагранжевых переменных и формул (1.2) вытекают следующие начальные условия для функций

$s = s(\xi, \theta, \tau)$ и $\varphi = \varphi(\xi, \theta, \tau)$:

$$s = \xi + 1, \ \varphi = \theta \ \text{при} \ \tau = 0. \tag{1.4}$$

Плоским движениям с осевой симметрией отвечают решения уравнений (1.3), в которых

$$s = \sigma(\xi, \tau), \ \varphi = \theta + \gamma(\xi, \tau), \ p = p_0(\xi, \tau). \tag{1.5}$$

Интегрирование системы уравнений (1.3) в предположении (1.5) приводит к следующим выражениям:

$$\sigma = [(\xi + 1)^2 - \Phi(\tau)]^{1/2}, \ \partial\gamma/\partial\tau = (\xi + 1)^2\omega(\xi) \times \times [(\xi + 1)^2 - \Phi(\tau)]^{-1}, \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial \xi} = (\xi + 1)\,\sigma^{-4}\left[\omega^2(\xi)(\xi + 1)^4 + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{d^2\Phi}{d\tau^2} + \frac{1}{4}\left(\frac{d\Phi}{d\tau}\right)^2\right].$$

В формулах (1.6) функция $\omega(\xi)$ задает начальное распределение угловой скорости, а функция $\Phi(\tau)$ определяет закон движения кольца.

Удовлетворение граничным условиям на свободных поверхностях кольца $\xi = 0$ и $\xi = l = (R_{20} - R_{10})/R_{10}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно функции $\Phi(\tau)$. Начальные условия для этой функции определяются условиями (1.4) и заданием радиальной компоненты скорости в момент времени $\tau = 0$.

2. Уравнения малых возмущений. Поведение малых возмущений для движений идеальной несжимаемой жидкости, описываемых соотношениями (1.6), будет изучаться в рамках линейной теории. Пусть возмущенное движение описывается формулами

$$s = \sigma(\xi, \tau) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n(\xi, \tau)\, e^{in\theta}, \tag{2.1}$$

$$\varphi = \theta + \gamma(\xi, \tau) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Lambda_n(\xi, \tau)\, e^{in\theta}, \quad p = p_0(\xi, \tau) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Pi_n(\xi, \tau)\, e^{in\theta},$$

где амплитуды возмущений R_n, Λ_n и Π_n предполагаются достаточно малыми вместе со всеми своими производными.

После подстановки выражений (2.1) в систему уравнений (1.3) и отбрасывания членов, имеющих более высокий порядок малости по сравнению с амплитудами возмущений, получается следующая система уравнений:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\xi}\left[\frac{\partial^2 R_n}{\partial\tau^2} - \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}\right)^2 R_n\right] - \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\xi}\right)^{-1}\frac{\partial p_0}{\partial\xi}\left(\frac{\partial R_n}{\partial\xi} - in\frac{\partial\gamma}{\partial\xi}R_n\right) - 2(\xi + 1)\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}\frac{\partial\Lambda_n}{\partial\tau} + \frac{\partial\Pi_n}{\partial\xi} - in\frac{\partial\gamma}{\partial\xi}\Pi_n = 0, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\sigma^2\frac{\partial\Lambda_n}{\partial\tau}\right) + 2\sigma\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}\frac{\partial R_n}{\partial\tau} - 2\frac{\partial\sigma}{\partial\tau}\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}R_n - in\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\xi}\right)^{-1}\frac{\partial p_0}{\partial\xi}R_n + in\,\Pi_n = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\sigma R_n) - in\frac{\partial\gamma}{\partial\xi}\sigma R_n + in(\xi + 1)\Lambda_n = 0.$$

Из вида уравнений (2.2) вытекает, что при $n \neq 0$ их можно свести к одному уравнению четвертого порядка относительно функции $R_n(\xi, \tau)$. После определения этой функции амплитуды Λ_n и Π_n могут быть найдены из второго и третьего уравнений системы (2.2).

Получающееся уравнение четвертого порядка имеет в общем случае довольно громоздкий вид. Поскольку коэффициенты этого уравнения зависят как от переменной ξ, так и от переменной τ, без дополнительных упрощений практически невозможно выяснить асимптотику решения соответствующей начально-краевой задачи. Исследование свойств обсуждаемого уравнения четвертого порядка позволило установить следующий факт: если начальная угловая скорость $\omega(\xi)$ имеет вид

$$\omega(\xi) = \omega_0 + \omega_1/(\xi + 1)^2, \tag{2.3}$$

то уравнение относительно R_n можно записать в компактной форме

$$D_1 D_2 D_3 D_4(\sigma R_n) = 0. \tag{2.4}$$

В (2.3) величины ω_0 и ω_1 — произвольные постоянные. Начальное распределение (2.3) отвечает суперпозиции потенциального вихря и вращения жидкости как твердого тела. В уравнении (2.4) через D_i $(i = 1, \ldots, 4)$ обозначены следующие дифференциальные операторы:

$$D_1 = \frac{\partial}{\partial\tau}, \quad D_2 = e^{in\gamma}\sigma^{-n}\frac{\partial}{\partial\xi}, \quad D_3 = (\xi + 1)^{-1}\sigma^{2(n+1)}\frac{\partial}{\partial\xi}, \quad D_4 = e^{-in\gamma}\sigma^{-n}\frac{\partial}{\partial\tau}.$$

Уравнение (2.4) легко интегрируется, и для величины $\partial(\sigma R_n)/\partial\tau$ получается выражение

$$\frac{\partial}{\partial\tau}(\sigma R_n) = e^{in\gamma}\sigma^n \int_0^\xi e^{-in\gamma(\zeta,\tau)}\sigma^{-n}(\zeta, \tau)\, A_n(\zeta)\, d\zeta - e^{in\gamma}\sigma^{-n}\int_0^\xi e^{-in\gamma(\zeta,\tau)} \times \sigma^n(\zeta, \tau)\, A_n(\zeta)\, d\zeta + e^{in\gamma}\left(\sigma^n u_n(\tau) + \sigma^{-n} v_n(\tau)\right), \tag{2.5}$$

где $A_n(\xi)$, $u_n(\tau)$ и $v_n(\tau)$ — произвольные функции, подлежащие определению из начальных и граничных условий для возмущенного движения. Заданием начального возмущения

$$\partial R_n/\partial\tau = V_n(\xi) \text{ при } \tau = 0$$

радиальной компоненты скорости сразу определяется функция $A_n(\xi)$

$$A_n(\xi) = \frac{1}{2n}\left[(\xi + 1)^2\frac{d^2V_n}{d\xi^2} + 3(\xi + 1)\frac{dV_n}{d\xi} - (n^2 - 1)V_n\right].$$

Можно установить, что граничные условия на свободных поверхностях в возмущенном движении сведутся к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функций $u_n(\tau)$ и $v_n(\tau)$.

Таким образом, установлено, что для решений уравнений гидродинамики, задаваемых формулами (1.6), (2.3), анализ малых возмущений в классе плоских движений сводится к исследованию задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Движение к центру вращающегося кольца. Полученный результат применим к исследованию малых возмущений движения вращающегося кольца к центру под действием переменного внешнего давления. Задача о движении вращающегося кольца к центру рассматривается в следующей постановке.

Пусть в моменты времени $t \leqslant 0$ кольцо $R_{10} \leqslant r \leqslant R_{20}$ идеальной несжимаемой жидкости, вращаясь как твердое тело с угловой скоростью Ω_0, находилось в равновесии под действием перепада давления и капиллярных сил с коэффициентами поверхностного натяжения β_0' и β_l' на внутренней и внешней поверхностях кольца соответственно. Различие коэффициентов поверхностного натяжения на внутренней и внешней поверхностях отвечает случаю, когда внутри и вне кольца находятся среды, отличающиеся физическими свойствами. При $t > 0$ на внешнюю поверхность кольца по закону $p = P(t)$ действует давление, а внутренняя поверхность кольца свободна. Требуется определить возникающее движение кольца.

В безразмерных переменных решение поставленной задачи дается формулами (1.6), где $\omega(\xi) \equiv \Omega_0 T = \omega_0$ — постоянная начальная угловая скорость, а функция $\Phi(\tau)$ является решением задачи Коши

$$(3.1)\quad \left(\omega_0^2\Phi + \frac{1}{4}\frac{d^2\Phi}{d\tau^2}\right)\ln\frac{\sigma_l^2}{\sigma_0^2} - \frac{1}{2}\left(\sigma_l^{-2} - \sigma_0^{-2}\right)\left[\omega_0^2\Phi^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{d\Phi}{d\tau}\right)^2\right] = P(\tau) -$$

$$- \frac{1}{2}\omega_0^2(l^2 + 2l) + \beta_l\sigma_l^{-1} + \beta_0\sigma_0^{-1}, \quad \Phi(0) = \frac{d\Phi}{d\tau}(0) = 0,$$

где $\beta_0 = T^2\left(\rho_0 R_{10}^3\right)^{-1}\beta_0'$ и $\beta_l = T^2\left(\rho_0 R_{10}^3\right)^{-1}\beta_l'$ — безразмерные коэффициенты поверхностного натяжения; $\sigma_0(\tau) \equiv [1 - \Phi(\tau)]^{1/2}$ и $\sigma_l(\tau) \equiv [(l + 1)^2 - \Phi(\tau)]^{1/2}$ — функции, задающие законы движения внутренней и внешней поверхностей кольца соответственно.

Несложный анализ задачи (3.1) показывает, что в зависимости от знака величины

$$\varkappa = P(0) - \frac{1}{2}\omega_0^2(l^2 + 2l) + \beta_0 + \frac{\beta_l}{l+1}$$

возможны два качественно различных режима движения кольца. Именно при $\varkappa > 0$ кольцо начнет сжиматься, а при $\varkappa < 0$ — расширяться. Далее, если $\omega_0 \neq 0$ и для всех $t > 0$ функция $P(t)$ удовлетворяет неравенствам $0 < P_0 \leqslant P(t) \leqslant P_1 < \infty$, то внутренний радиус кольца $R_1(t)$ будет изменяться в конечных пределах $0 < R_* \leqslant R_1(t) \leqslant R_{**} < \infty$, причем возможны режимы, когда критические значения R_* или R_{**} будут достигаться за бесконечное время. Если давление на внешней поверхности вращающегося кольца постоянно ($p = P_0 > 0$), то кольцо будет пульсировать с постоянными во времени амплитудой и периодом.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая схождения кольца к центру в предположении, что $R_*/R_{10} \ll 1$. Последнее условие всегда может быть выполнено, поскольку при $\omega_0 = 0$ критический радиус $R_* = 0$.

Предположим, что это движение возмущается либо начальным отклонением формы границ кольца от формы окружности, либо асимметрией импульса. Пусть в возмущенном движении внутренняя поверхность кольца задается уравнением

$$\xi = \nu(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \nu_n e^{in\theta},$$

а внешняя поверхность кольца — уравнением

$$\xi = l + \mu(\theta) = l + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mu_n e^{in\theta}.$$

Амплитуды ν_n и μ_n начальных возмущений границ кольца предполагаются достаточно малыми. Будем считать также, что вносятся возмущения в распределение начальных скоростей, т. е.

$$\partial R_n/\partial\tau = V_n(\xi) \text{ при } \tau = 0,$$

и в закон действия давления на внешнюю поверхность кольца

$$p = P(\tau) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \pi_n(\tau)\, e^{in\theta} \quad \text{при } \xi = l + \mu(\theta).$$

Влияние малых возмущений на движение кольца наиболее наглядно характеризуют радиальные отклонения свободных поверхностей в возмущенном движении от свободных поверхностей в исходном движении. Обозначим через $H_0(\theta, \tau)$ и $H_l(\theta, \tau)$ величины отклонений для внутренней и внешней поверхностей кольца соответственно. В линейном приближении эти величины выражаются формулами

$$(3.2) \qquad H_0(\theta, \tau) = \sigma(\nu(\theta), \tau) + R(\nu(\theta), \theta, \tau) - \sigma_0(\tau) \cong$$

$$\cong \sigma_0^{-1}(\tau) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\nu_n + \sigma_0(\tau) R_n(0, \tau)]\, e^{in\theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_{0n}(\tau)\, e^{in\theta},$$

$$H_l(\theta, \tau) = \sigma(l + \mu(\theta), \tau) + R(l + \mu(\theta), \theta, \tau) - \sigma_l(\tau) \cong$$

$$\cong \sigma_l^{-1}(\tau) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [(l+1)\mu_n + \sigma_l(\tau) R_n(l, \tau)]\, e^{in\theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_{ln}(\tau)\, e^{in\theta}.$$

Уравнения, которым должны удовлетворять функции $H_{0n}(\tau)$ и $H_{ln}(\tau)$ из формул (3.2), вытекают из граничных условий на свободных поверхностях кольца в возмущенном движении и очевидной связи этих функций с функциями $u_n(\tau)$ и $v_n(\tau)$, определяемыми формулой (2.5). Не приводя здесь этой системы уравнений ввиду ее громоздкости, отметим, что в общем случае она состоит из двух неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Коэффициенты этой системы уравнений регулярны всюду, за исключением точки $\tau = \tau_*$, определяемой уравнением $\sigma_0(\tau_*) = 0$. В точке $\tau = \tau_*$ некоторые коэффициенты имеют особенность вида $\sigma_0^{-k}(-\ln \sigma_0)^{\lambda}$, где k и λ — положительные рациональные числа. Отметим, что аналогичную особенность имеют уравнения малых потенциальных возмущений инерционного движения кольца [1]. Наличие логарифмической особенности в уравнениях малых возмущений осложняет нахождение асимптотического представления решения задачи Коши в окрестности особой точки $\tau = \tau_*$, так как в случае особых точек, не являющихся полюсами, отсутствует общая теория построения асимптотических разложений [6].

Не имея возможности подробно изложить в этой работе асимптотический анализ решений обсуждаемой системы уравнений в окрестности времени $\tau = \tau_*$ схлопывания кольца, приведем результаты этого анализа.

В процессе сжатия кольца для всех моментов времени $\tau \in [0, \tau_*]$ амплитуды $H_{ln}(\tau)$ возмущений внешней поверхности кольца остаются ограниченными. Поверхностное натяжение оказывает стабилизирующее влияние на рост возмущений, а именно амплитуды $H_{0n}(\tau)$ и $H_{ln}(\tau)$ при $n \to \infty$ являются ограниченными функциями на отрезке $[0, \tau_*]$. Для всех типов возмущений, перечисленных выше, поведение амплитуд $H_{0n}(\tau)$ возмущений внутренней поверхности кольца при $\tau \to \tau_*$ различается в следующих случаях: а) $\omega_0 \neq 0$; б) $\omega_0 = 0$, $n = 1$; в) $\omega_0 = 0$, $n > 1$. Необходимо отметить, что для $\omega_0 \neq 0$ условие $R_*/R_{10} \ll 1$ оправдывает применение асимптотического анализа при исследовании решений уравнений малых возмущений в окрестности времени схождения кольца к критическому положению, характеризуемому равенством $R_1 = R_*$.

Изучение свойств решений уравнений малых возмущений для случаев «а» — «в» соответственно приводит к следующим асимптотическим представлениям функции $H_{0n}(\tau)$:

$$H_{0n} = L_n(\tau)\exp\left[\frac{4}{3} i \sqrt{n}\frac{\omega_0}{Q}(-\ln\sigma_0)^{3/2}(1+o(1))\right]; \tag{3.3}$$

$$H_{01} = M_1(\tau) + N_1(\tau)(-\ln\sigma_0)^{3/2}(1+o(1));$$

$$H_{0n} = M_n(\tau)(-\ln\sigma_0)^{1/4}\exp(i\sqrt{n-1}\ln\sigma_0)(1+o(1)).$$

В этих формулах $L_n(\tau)$, $N_1(\tau)$, $M_n(\tau)$ — ограниченные на отрезке $[0, \tau_*]$ функции, постоянная Q определяется выражением

$$Q = 2\left[\int\limits_0^{\tau_*} P(\tau)\,\Phi'(\tau)\,d\tau\right]^{1/2}.$$

Из формул (3.3) следует, что вращение оказывает двоякую роль на поведение малых возмущений при схлопывании кольца. С одной стороны, оно уменьшает рост амплитуд возмущений, а с другой — увеличивает их осцилляцию. Стабилизирующее влияние вращения жидкости на рост малых возмущений отмечалось также в работе [7], где изучалась устойчивость стационарного плоскопараллельного потенциального вихря по отношению к плоским потенциальным возмущениям.

В заключение отметим следующий факт, касающийся влияния непотенциальности возмущений на устойчивость сжатия кольца идеальной несжимаемой жидкости. Если для уравнений потенциальных возмущений инерционного движения кольца, приведенных в работе [1], проделать аналогичный асимптотический анализ, то окажется, что асимптотики радиальных отклонений внутренней поверхности кольца будут совпадать с асимптотиками функций $H_{0n}(\tau)$ в случаях «б» и «в». Следовательно, при схлопывании кольца идеальной несжимаемой жидкости возмущения общего вида растут аналогично потенциальным возмущениям.

Поступила 18 V 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В.** Общие уравнения и примеры.— В кн.: Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей. Новосибирск, «Наука», 1967.
2. **Кузнецов В. М., Шер Е. Н.** Об устойчивости течения идеальной несжимаемой жидкости в полосе и кольце.— ПМТФ, 1964, № 2.
3. **Андреев В. К.** Об устойчивости нестационарной круглой струи идеальной несжимаемой жидкости.— ПМТФ, 1972, № 4.
4. **Андреев В. К.** Вихревые возмущения неустановившегося движения жидкости со свободной границей.— ПМТФ, 1975, № 5.
5. **Barcilon A., Book D. L., Cooper A. L.** Hydrodynamic stability of a rotating liner.— «Phys. Fluids», 1974, vol. 17, N 9.
6. **Вазов В.** Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М., «Мир», 1968.
7. **Козин Н. С.** Об устойчивости плоского полого вихря.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 1.