

УДК 536.3

Восстановление температуры непрозрачных тел по спектру теплового излучения: использование относительной излучательной способности для выбора оптимального спектрального участка

С.П. Русин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

E-mail: sprusin@yandex.ru

На основании экспериментальных данных проведены апробация и дальнейшее развитие подхода, основанного на использовании относительной излучательной способности. Полагалось, что среда, разделяющая непрозрачный объект и измерительный прибор, диатермическая или неизлучающая (характеризуется своей пропускательной способностью), излучательная способность источника излучения и пропускательная способность среды неизвестны. В качестве исходных экспериментальных данных использовались данные по сопоставлению спектральных плотностей энергетической яркости (спектральных интенсивностей), полученные в спектральном диапазоне от 220 до 2500 нм для температурных ламп в метрологических лабораториях Европы, России и США. Показано, что использование относительной излучательной способности позволяет дать графическую интерпретацию решению исходной нелинейной системы уравнений. В этом случае задача об определении истинной температуры объекта по спектру теплового излучения, в графической интерпретации, сводится к задаче выбора зависимости относительной излучательной способности при искомой температуре. Показано, что для сужения интервала, к которому принадлежит истинная температура, эффективен критерий, основанный на смене выпуклости зависимости относительной излучательной способности в процессе подбора значений искомой температуры. Использование относительной излучательной способности в той части спектра, в которой выполняется приближение Рэлея–Джинса, позволяет однозначно определить форму зависимости излучательной способности от длины волны. Приведено соотношение, по которому, исходя из полученных данных об истинной температуре объекта и его излучательной способности, можно определить длину волны максимума интенсивности в зарегистрированном спектре теплового излучения.

Ключевые слова: истинная температура, непрозрачный объект, спектр теплового излучения, относительная излучательная способность.

Введение

Рассматривается определение термодинамической (истинной) температуры T объекта по спектральному распределению интенсивностей (спектральных плотностей энергетической яркости) I_c собственного теплового излучения, когда непосредственный контакт с объектом невозможен (объект движется, находится на расстоянии от прибора и т. п.), нежелателен (например, объект химически активен, радиоактивен, находится под высоким электрическим напряжением), либо объект имеет микро- или наноразмеры. В частности, такая ситуация имеет место при исследовании материалов при высоких давлениях и

температурах, при эксплуатации ядерных реакторов, при наблюдении Земли и планет из космоса с помощью летательных аппаратов. Для быстропротекающих высокотемпературных процессов спектр излучения является важным источником информации о состоянии объекта. Поэтому в настоящее время методам термометрии теплового излучения уделяется все большее внимание [1, 2].

Как известно, чтобы определить температуру по излучению, необходимо знать спектральную излучательную способность $\varepsilon(\lambda)$ объекта измерения и спектральную пропускательную способность $\tau(\lambda)$ неизлучающей среды, которая разделяет прибор и объект в направлении визирования (здесь и далее индекс направления излучения для краткости записи не указывается). Как правило, эти величины, которые можно представить как эффективную излучательную способность $\varepsilon_{\text{ef}} = \varepsilon(\lambda)\tau(\lambda)$ и формально определять так же, как $\varepsilon(\lambda)$, неизвестны. В связи с этим получили развитие методы определения температуры по зарегистрированному спектру теплового излучения [3,4]. Отметим, что при $\varepsilon(\lambda) \equiv 1$ величина $\varepsilon_{\text{ef}} \equiv \tau(\lambda)$, т. е. излучательную способность объекта можно моделировать излучением абсолютно черного тела (АЧТ), которое прошло через оптический фильтр с известной пропускательной способностью $\tau(\lambda)$. Такое физическое моделирование было проведено в работе [5]. При дальнейшем изложении для краткости записи эффективная излучательная способность системы $\varepsilon_{\text{ef}}(\lambda)$ будет обозначаться как $\varepsilon(\lambda)$.

Существует несколько подходов для определения истинной температуры непрозрачного объекта по зарегистрированному спектру собственного теплового излучения.

Наиболее распространенный подход заключается в том, что для зарегистрированного спектра излучения, состоящего из набора интенсивностей $I_c(\lambda_i)$ при m длинах волн, можно записать систему из m нелинейных по T уравнений с $m + 1$ неизвестными (неизвестны величины $\varepsilon(\lambda_i, T)$ и термодинамическая температура T). Тогда

$$\varepsilon(\lambda_i, T)I_0(\lambda_i, T) = I_c(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где в соответствии с формулой Планка $I_0(\lambda_i, T) = \frac{C_1}{\pi} \left(\lambda_i^5 [\exp(c_2/(\lambda_i T)) - 1] \right)^{-1}$ — интенсивность черного излучения при длине волны λ_i и термодинамической температуре T ; C_1 и c_2 — первая и вторая постоянные излучения соответственно ($C_1 = 3,74177 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$, $c_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{m}$).

Поскольку задача физически недоопределена, для дополнения ее определения вводится соотношение связи в предположении, что функция $\varepsilon(\lambda, T)$ при $T = \text{const}$ зависит от вектора параметров $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_n)$, т. е. $\varepsilon(\lambda, T) \equiv \varepsilon(\lambda, \mathbf{a})$, причем $n + 2 < m$. В связи с тем, что значения $I_c(\lambda_i)$ определяются приближенно, а аппроксимация $\varepsilon(\lambda, \mathbf{a})$ не является точной, каждое i -ое уравнение системы (1) имеет разность $\Delta_i = I_c(\lambda_i) - \varepsilon(\lambda, \mathbf{a})$ отличную от нуля. Тогда относительную невязку δ_{I_c} , осредненную по всем m уравнениям, можно представить в виде [6]:

$$\delta_{I_c} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^m [I_c(\lambda_i)]^2}. \quad (2)$$

Из равенства (2) следует, что при $\delta_{I_c} = 0$ имеет место точное решение системы (1).

Параметрическую функцию, аппроксимирующую $\varepsilon(\lambda)$, обычно стремятся выбрать так, чтобы вектор \mathbf{a} не зависел от λ . Тогда нелинейную по T систему (1) при каждом заданном значении температуры можно решать как последовательность линейных задач с помощью стандартных методов, например, по методу наименьших квадратов (МНК) [7].

Одна из возможных аппроксимаций зависимости $\varepsilon(\lambda)$ записывается в виде полинома типа

$$\varepsilon(\lambda, T) \cong \sum_{j=0}^n a_j \lambda^j. \quad (3)$$

В работе [7] показано, что при увеличении числа параметров n неопределенность искомых величин существенно возрастает. В работе [6] температурный интервал, к которому принадлежит искомая температура, задавался исходя из физических соображений. В этом случае задача является корректно поставленной и может быть решена каким-либо численным методом. За искомую температуру принималась та, при которой невязка δ_{I_c} минимальна. Компьютерное моделирование проводилось в режиме квазиэксперимента. Область неопределенностей искомых параметров определялась с помощью величины δ_{exp} , которая задавалась экспериментальной неопределенностью. Функция, аппроксимирующая зависимость $\varepsilon(\lambda)$, выбиралась из некоторого множества подходящих функций. Отметим, что в настоящее время существуют коммерческие компьютерные программы (например, TableCurve 2D), которые содержат более тысячи подобных функций. Причем ранжирование этих функций осуществляется по заданному статистическому критерию в результате решения системы типа (1) нелинейным МНК.

Если в исследуемом спектральном диапазоне величина $I_c(\lambda_i)$ изменяется на два–три порядка, то систему (1) обычно почленно логарифмируют и записывают в виде

$$\ln \varepsilon(\lambda_i, T) + \ln I_0(\lambda_i, T) = \ln [I_c(\lambda_i)], \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Основная трудность подхода, основанного на моделировании неизвестной спектральной зависимости $\varepsilon(\lambda)$ параметрической функцией, заключается в том, что необходимо совместить высокую точность определения искомых параметров и малое их число. Кроме того, задача определения истинной температуры непрозрачного объекта по спектру теплового излучения нелинейна по T и в общем случае по λ . Можно показать, что тогда решение не единственно даже при использовании той или иной параметрической модели для $\varepsilon(\lambda)$, т. е. задача поставлена некорректно. Для того, чтобы задача стала корректно поставленной, необходимо выбрать спектральный диапазон изменения $\varepsilon(\lambda)$ удобный для аппроксимации, по возможности сузить область, к которой принадлежит искомая температура, и на основании априорной информации ограничить класс функций, используемых для аппроксимации $\varepsilon(\lambda)$.

Для выполнения этих требований в работе [8] предложен подход, основанный на использовании относительной излучательной способности $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$, равной отношению интенсивности собственного излучения объекта к интенсивности излучения АЧТ при различных температурах отнесения T_f . Фактически — это безразмерная спектральная интенсивность излучения, величина которой зависит от температуры отнесения T_f .

Задавая изменение величины T_f с определенным шагом, можно построить график для семейства кривых, одна из которых будет зависимостью $\varepsilon(\lambda)$ при искомой температуре. В [8] приводятся критерии выбора, с помощью которых область существования искомой зависимости может быть сужена и аппроксимация $\varepsilon(\lambda)$ будет произведена более точно.

В настоящей работе на основании экспериментальных данных проведены апробация и дальнейшее развитие подхода, основанного на использовании относительной излучательной способности. В качестве исходных экспериментальных данных использовались данные, полученные в спектральном диапазоне от 220 до 2500 нм для температурных ламп в лабораториях Европы, России и США, которые в метрологической практике служат эталонами плотностей спектральной энергетической яркости (интенсивности) теплового излучения. Эти данные в виде отчета были опубликованы в приложении к журналу *Metrologia* [9] и, частично, в виде статьи в [10]. Показано, что полученные расчетные данные могут быть использованы для нахождения максимума в зарегистрированном спектре излучения. Использование относительной излучательной способности в той части спектра, в которой выполняется приближение Рэлея–Джинса, позволяет однозначно определить форму зависимости излучательной способности от длины волны.

1. Анализ и основные расчетные соотношения

Рассматривается та часть спектра теплового излучения, в которой справедливо приближение Вина (если не указан иной участок спектра). Полагалось, что спектр задан в виде набора интенсивностей $I_c(\lambda_i)$ собственного теплового излучения из некоторого спектрального диапазона $[\lambda_a, \lambda_b]$, причем величины $I_c(\lambda_i)$ определяются экспериментально либо непосредственно, либо с помощью яркостных (радиационных) температур $T_{\text{рад}}(\lambda_i)$. В последнем случае $I_c(\lambda_i) \equiv I_0 [T_{\text{рад}}(\lambda_i)]$. Полагалось, что среда, которая разделяет прибор и объект измерения, не излучает и либо лучепрозрачна (диатермична), либо полупрозрачна. Как уже отмечалось, при наличии ослабляющей среды формально можно использовать те же уравнения, что и при наличии лучепрозрачной среды, заменяя функцию $\varepsilon(\lambda)$ произведением $\varepsilon(\lambda)\tau(\lambda)$.

1.1. Определение истинной температуры объекта с помощью функции $\varepsilon_f(\lambda, T)$

Для фиксированной длины волны λ_i в соответствии с формулой Планка и соотношением для $I_c(\lambda_i, T) = \varepsilon(\lambda_i, T)I_0(\lambda_i, T)$ получим

$$\varepsilon_f(\lambda_i, T_f) = \frac{I_c(\lambda_i, T)}{I_0(\lambda_i, T_f)} = \varepsilon(\lambda_i, T) \frac{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_i T_f}\right) - 1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_i T}\right) - 1} = \varepsilon(\lambda_i, T) \exp(p/\lambda_i) \alpha, \quad (4)$$

где

$$p = c_2(1/T_f - 1/T); \quad \alpha = \frac{1 - \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_i T_f}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_i T}\right)}.$$

В пределах применимости формулы Вина $\alpha \equiv 1$. Кроме того, при $T_f \rightarrow T$ величина $\alpha \rightarrow 1$. Так, при $T = 3000$ К и $\lambda_i = 1000$ нм отклонение T_f от T на ± 25 К ведет к отклонению α от единицы на величину меньшую, чем $\pm 4 \cdot 10^{-4}$. Как это следует из формулы Планка, при уменьшении $\lambda_i T$ это отклонение будет еще меньше. Поэтому в большинстве случаев, даже при начальных приближениях, можно полагать, что $\alpha \equiv 1$.

На основании (4) имеем систему уравнений

$$\varepsilon(\lambda_i, T) \exp(p/\lambda_i) \alpha = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Система (5) после почленного логарифмирования и при условии, что $\alpha \equiv 1$, может быть записана в виде

$$\ln \varepsilon(\lambda_i, T) + p/\lambda_i = \ln [I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f)], \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Использование набора безразмерных функций $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ по сравнению с использованием набора размерных интенсивностей $I_c(\lambda)$ обладает рядом преимуществ.

1. В спектральном диапазоне от 200 до 2500 нм при температурах от 1500 до 3000 К величины $I_c(\lambda)$ различаются на два-три порядка. В тех же диапазонах изменения длин волн и температур величины $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ имеют один и тот же порядок. Кроме того, из физических соображений следует, что значения $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ не могут быть больше единицы.

2. В пределах применимости формулы Вина при каждом фиксированном значении T_f облегчается задача аппроксимации спектральной зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$, так как параметрическая формула одного из сомножителей известна — это $\exp(p/\lambda)$, а другой сомножитель, $\varepsilon(\lambda, T)$, аппроксимируется одной и той же параметрической зависимостью. Причем по определению $\varepsilon(\lambda, T)$ не может содержать функцию вида $\exp(p/\lambda)$ в качестве сомножителя. Это же требование должно выполняться и тогда, когда излучательная способность системы представляет собой произведение излучательной способности источника излучения на пропускательную способность среды (или оптического фильтра).

3. При задании достаточно малого шага по T_f на графике набора спектральных зависимостей $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ можно увидеть зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T_f^*)$, которая в пределах экспериментальной точности совпадает с искомой спектральной зависимостью излучательной способности $\varepsilon(\lambda, T)$ материала объекта при искомой температуре $T_f^* \cong T$, а параметр $p \cong 0$. Однако для этого нужно иметь критерий выбора.

В работе [8] показано, что такой критерий может быть получен без решения соответствующей системы уравнений, если в каком-либо значимом спектральном интервале зависимость $\varepsilon(\lambda, T = \text{const})$ линейно зависит от λ . Из вида функции $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ следует, что если в данном спектральном интервале излучательная способность $\varepsilon(\lambda, T)$ линейно зависит от λ , то найдется такое значение $T_f = T_f^*$, при котором зависимость

$\varepsilon_f(\lambda, T_f^*) \equiv \varepsilon(\lambda, T)$ будет также линейна по λ . При этом $p = 0$ и искомая температура T равна T_f^* . В [8] также показано, что в соответствии с известной математической теоремой зависимость ε_f от λ на выбранном спектральном интервале будет выпукла вверх, если $p < 0$ ($T_f > T$) и, следовательно, $(\varepsilon_f)''_{\lambda} < 0$; выпукла вниз, если $p > 0$ ($T_f < T$), $(\varepsilon_f)''_{\lambda} > 0$, и линейна, если $p = 0$ ($T_f = T$), $(\varepsilon_f)''_{\lambda} \equiv 0$ на этом интервале.

Для того чтобы определить величину параметра p , при изменении которого происходит смена выпуклости (вогнутости) соответствующей кривой на вогнутость (выпуклость), необходимо функцию $\varepsilon_f(\lambda, T_f) = \varepsilon(\lambda, T) \exp(p/\lambda)$ дважды продифференцировать по λ и затем приравнять к нулю. Тогда, после очевидных преобразований, имеем уравнение

$$p^2 + 2bp + c = 0, \quad (7)$$

где $b = (\varepsilon - \lambda \varepsilon'_{\lambda}) \lambda / \varepsilon$, $c = \varepsilon''_{\lambda} \lambda^4 / \varepsilon$, решая которое, получим

$$p_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - c}. \quad (8)$$

При $\varepsilon''_{\lambda} \equiv 0$ на заданном спектральном интервале $c \equiv 0$ и $p_1 \equiv 0$. Можно показать, что при $p_2 = -2b$ решение уравнения (7) не имеет физического смысла.

При $\varepsilon''_{\lambda} \neq 0$ корни $p_{1,2}$ зависят от λ . Причем тем больше, чем больше длина волны. При $\varepsilon''_{\lambda} > 0$ на заданном спектральном интервале $c > 0$, корень $p_1 = -b + \sqrt{b^2 - c} < 0$ и, следовательно, $T_f > T$. При $\varepsilon''_{\lambda} < 0$ корень $p_1 > 0$ и $T_f < T$. Можно показать, что при $p_2 = -b - \sqrt{b^2 - c}$ решение уравнения (7) не имеет физического смысла.

Если на основании предварительной информации целесообразно рассматривать не $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$, а $\ln \varepsilon_f(\lambda, T_f) = \ln \varepsilon(\lambda, T) + p/\lambda$, то из условия $(\ln \varepsilon_f)''_{\lambda} = 0$ имеем

$$p = -\lambda^3 (\ln \varepsilon)''_{\lambda} / 2. \quad (9)$$

Итак, по смене выпуклости спектральной зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T)$ (или $\ln \varepsilon_f(\lambda, T)$) при изменении значений T_f можно судить об интервале допустимых температур $[T_f^a, T_f^b]$. Можно показать, что наименьший интервал $[T_f^a, T_f^b]$ должен быть тогда, когда на заданном спектральном интервале функция $\varepsilon_f(\lambda, T)$ (или $\ln \varepsilon_f(\lambda, T)$) линейно зависит от λ .

Данный критерий будет использован в дальнейшем при обработке экспериментальных данных.

На рис. 1 приведены зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T)$ от λ для температурной лампы Q129 (NIST, 1-й раунд) при различных значениях T_f . Здесь, как и в отчете [9], 1-й раунд — это название периода времени, за который была проведена серия измерений, представленная для сличения. Первоначально на основании анализа графической информации выделялся спектральный интервал, на котором зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T)$ от λ выглядит линейной (рис. 2).

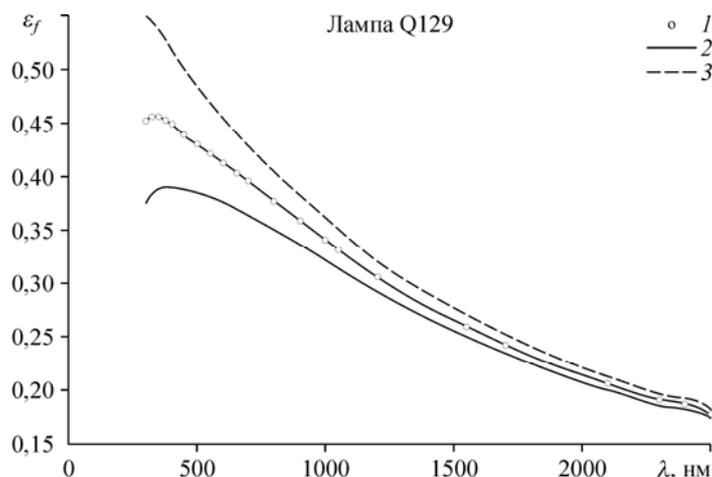


Рис. 1. Зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ от λ для температурной лампы Q129 (по данным NIST, 1-й раунд [9]) при различных значениях T_f .
 $T_f = 2505$ (1), 2530 (2), 2480 (3) К.

Из рис. 2 следует, что в спектральном интервале 375–1200 нм при $T_f = 2480$ К зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T)$ от λ выпукла вниз, а при $T_f = 2530$ К — выпукла вверх. Следовательно, истинная температура может находиться в интервале от 2480 до 2530 К.

Необходимо отметить, что чем меньше λ , тем кривизна соответствующих кривых больше. Можно показать, что чем больше величина $c_2/(\lambda T)$, тем кривизна кривой больше. Поэтому при низких температурах и коротких длинах волн выбор по критерию «выпуклость-вогнутость» более эффективен.

На следующем этапе оценка истинной температуры проводилась по трем экспериментальным точкам. Схематично на рис. 3 в виде графика изображена зарегистрированная зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T)$ от λ при фиксированной величине T_f . Линия выпукла вниз, т. к. все точки любой дуги ее графика лежат под соответствующей хордой или на ней. Как следует из рис. 3, эта линия проходит через три экспериментальные точки, координаты которых $A(\lambda_{i-1}, \varepsilon_{f,i-1})$, $B(\lambda_i, \varepsilon_{f,i})$ и $C(\lambda_{i+1}, \varepsilon_{f,i+1})$, AC — хорда, стягивающая концы

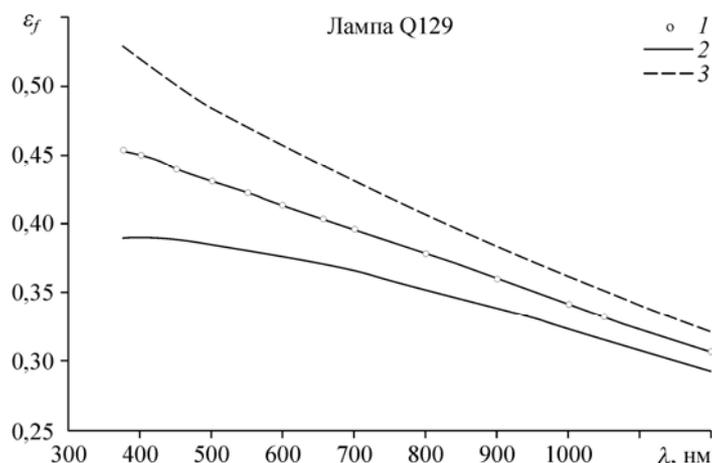


Рис. 2. Спектральный интервал, на котором возможна линейная зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ от λ для температурной лампы Q129 (по данным NIST, 1-й раунд [9]).
 $T_f = 2505$ (1), 2530 (2), 2480 (3) К.

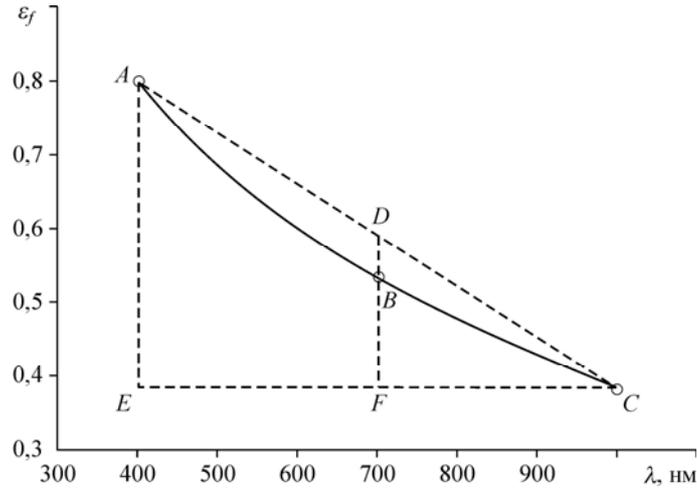


Рис. 3. Схематическое изображение зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ от λ (линия ABC) в спектральном интервале $[\lambda_{i-1}, \lambda_{i+1}]$ для трех экспериментальных точек.
о — экспериментальные точки.

кривой. Ордината $\varepsilon_{f,i}^*$ точки $D(\lambda_i, \varepsilon_{f,i}^*)$ пока неизвестна. Из геометрических соображений следует, что чем меньше длина отрезка DB , тем меньше кривая выпукла, а при стремлении длины отрезка DB к нулю кривая стремится к прямой AC и в пределе совпадает с ней. Обозначив разность длин отрезков DF и BF как Δw_i , на основании подобия треугольников $\triangle DCF$ и $\triangle ACE$, имеем:

$$\Delta w_i = \varepsilon_{f,i}^* - \varepsilon_{f,i} = \varepsilon_{f,i+1} + (\varepsilon_{f,i-1} - \varepsilon_{f,i+1}) \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{\lambda_{i+1} - \lambda_{i-1}} - \varepsilon_{f,i}, \quad (10)$$

где выражения типа $\varepsilon_f(\lambda_i, T_f = \text{const})$ обозначены как $\varepsilon_{f,i}$. Из (10) следует, что в спектральном интервале $(\lambda_{i-1}, \lambda_{i+1})$ при $\Delta w_i > 0$ данная кривая выпукла вниз, $p > 0$ ($T_f < T$); при $\Delta w_i < 0$ кривая выпукла вверх, $p < 0$ ($T_f > T$); при $\Delta w_i = 0$ кривая совпадает со своей хордой, $p = 0$ ($T_f = T$), т. е. все три точки попадают на одну прямую.

Для использования соотношения (10) требование, чтобы линия AC была выпуклой (вогнутой) дугой, не обязательно. Покажем, что всегда можно подобрать такую температуру T_f , чтобы все три точки принадлежали одной и той же прямой, т. е. существует решение системы из трех нелинейных по T_f уравнений с тремя неизвестными (a_0, a_1, T_f) вида

$$a_0 + a_1 \lambda_k = \varepsilon_{f,k}, \quad k = i-1, i, i+1. \quad (11)$$

Исключая из (11) a_0 и a_1 , получим одно уравнение относительно T_f :

$$\frac{\varepsilon_{f,i-1} - \varepsilon_{f,i+1}}{\varepsilon_{f,i} - \varepsilon_{f,i+1}} - \frac{\lambda_{i-1} - \lambda_{i+1}}{\lambda_i - \lambda_{i+1}} = 0. \quad (12)$$

На приведенном далее примере увидим, что уравнение (12) содержит два корня, один из которых не имеет физического смысла. Тот же результат может быть получен при решении системы (11) по МНК упомянутым ранее способом.

Итак, на основании системы (11) можно всегда вычислить величину T_f для спектральной излучательной способности объекта в линейном приближении. Поэтому такой подход целесообразен тогда, когда излучательная способность $\varepsilon(\lambda, T)$ объекта в данном спектральном диапазоне линейно зависит от λ . Кроме того, спектральный интервал между абсциссами точек должен быть достаточно велик, чтобы исключить потерю точности. Вместе с тем, небольшое число точек (в пределе трёх) практически оправдано при проверке $\varepsilon(\lambda, T)$ на линейность по λ с помощью передвигаемого по спектру спектрального окна. Тогда, в пределах точности эксперимента, критерием может служить постоянство величины искомой температуры и коэффициентов a_0 и a_1 .

В этом параграфе расчетные формулы получены, в основном, для применения в той части спектра, в которой справедливо приближение Вина. Вместе с тем, относительная излучательная способность $\varepsilon_f(\lambda, T)$ может быть использована также для участка спектра, в котором справедливо приближение Рэлея–Джинса. Тогда

$$\varepsilon_f(\lambda_i, T_f) = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f) = \varepsilon(\lambda_i, T)I_0(\lambda_i, T)/I_0(\lambda_i, T_f) \cong \varepsilon(\lambda_i, T)T/T_f, \\ i = 1, 2, \dots, r. \quad (13)$$

В этом случае в заданном спектральном интервале с точностью до постоянного сомножителя форма функции $\varepsilon(\lambda, T)$ становится известной.

1.2. Определение истинной температуры объекта с помощью экспериментальных данных о спектральном максимуме излучения

Этот подход основан на использовании информации об экспериментально найденной длине волны λ_m^{exp} , при которой интенсивность $I_c(\lambda)$ имеет максимальную величину, а ее производная по λ равна нулю. Для этого случая в работе [11] предлагается искомую температуру определять непосредственно из закона смещения Вина. Причем фактически не был проведен анализ с помощью условия $(I_c)'_{\lambda} = 0$ в максимуме излучения. Поскольку закон смещения Вина строго выполняется только для абсолютно черного тела, то, как будет показано ниже, применение его для любых тел и температур может привести к значительным ошибкам.

Итак, если в исследуемом спектральном диапазоне зарегистрирован максимум спектрального распределения $I_c(\lambda)$, то в дополнение к системе исходных уравнений имеем еще одно условие:

$$(I_c)'_{\lambda} = (\varepsilon I_0)'_{\lambda} = (\varepsilon)'_{\lambda} I_0 + \varepsilon (I_0)'_{\lambda} = 0 \quad (14)$$

или, почленно разделив (14) на εI_0 , получим

$$(\ln \varepsilon)'_{\lambda} + (\ln I_0)'_{\lambda} = 0. \quad (15)$$

Как это принято, обозначаем $x = c_2/(\lambda T)$. Тогда в соответствии с формулой Планка

$$(\ln I_0)'_{\lambda} = \frac{[I_0(x)]'_x(x)'_{\lambda}}{I_0(x)} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{x \exp(x)}{\exp(x) - 1} - 5 \right) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{x}{1 - \exp(-x)} - 5 \right). \quad (16)$$

На основании (15) и (16) имеем

$$\lambda \frac{\varepsilon'_{\lambda}}{\varepsilon} + \frac{x}{1 - \exp(-x)} - 5 = 0. \quad (17)$$

Для черного излучения $\varepsilon'_\lambda = 0$ и выражение (17) сводится к известному соотношению для определения константы закона смещения максимума излучения. Из (17) следует, что для того, чтобы определить искомую температуру T , необходимо знать величину $(\ln \varepsilon)'_\lambda = \varepsilon'_\lambda / \varepsilon$ при экспериментально найденной длине волны λ_m^{exp} .

В настоящей работе уравнение (17) использовалось в качестве дополнительной проверки определения истинной температуры измеряемого объекта. Оно записывалось в виде, удобном для определения искомой величины x методом простой итерации (здесь $\lambda = c_2 / (xT)$). Тогда

$$x = \left[5 - \frac{c_2}{xT} (\ln \varepsilon)'_\lambda \right] \{1 - \exp(-x)\}. \quad (18)$$

Из этого соотношения по известным значениям ε , ε'_λ и T определялась величина λ_m^{exp} .

2. Пример восстановления температуры T визируемой площадки объекта по зарегистрированному спектру теплового излучения

Важно отметить, что температурная лампа представляет собой систему, источником излучения которой является изотермическая часть плоской вольфрамовой ленты, заключенной в стеклянный баллон, заполненный либо инертным газом, либо смесью инертного газа с азотом. Для наблюдения излучения баллон имеет плоское окно, выполненное из материала с высокой пропускательной способностью во всем исследуемом спектральном диапазоне. В качестве такого материала обычно используются стекла на основе плавленного кварца. Нагрев осуществляется постоянным током, величина которого в процессе измерений поддерживается постоянной.

Для апробации предложенных методик определения температуры объекта по спектру излучения в качестве исходных данных авторами были выбраны зависимости интенсивности I_c от длины волны λ в спектральном диапазоне от 300 до 2500 нм для температурной лампы Q129 (NIST, USA). Эти экспериментальные зависимости для одного и того же набора длин волн были получены трижды: сначала в США (NIST, 1-й раунд), потом в России (ВНИИОФИ) и затем снова в США (NIST, 2-й раунд). Первоначально для отработки алгоритма использовались экспериментальные данные 1-го раунда [9].

При восстановлении истинной температуры T вольфрамовой ленты полагалось, что воздушная среда, разделяющая измерительный прибор и лампу, оптически прозрачна для излучения в исследуемом спектральном диапазоне. Поскольку излучение вольфрамовой ленты ослабляется при прохождении сквозь стеклянное окно и газовую среду баллона, то восстанавливалась фактически спектральная зависимость $\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_{\text{тин}}(\lambda)\tau(\lambda)$, где $\varepsilon_{\text{тин}}(\lambda)$ — спектральная излучательная способность вольфрамовой ленты в направлении нормали в лучепрозрачной среде, $\tau(\lambda)$ — пропускательная способность системы, состоящей из стеклянного окна и газовой среды баллона. Собственное излучение стеклянного окна и газовой среды баллона ввиду его малости не учитывалось. Соответственно, интенсивность $I_c(\lambda)$ представляла собой собственное излучение указанной системы.

Для температурной лампы Q129 результаты первого раунда в виде зависимости $\ln I_c(\lambda)$ в спектральном диапазоне от 300 до 2500 нм представлены на рис. 4. Интерполяция между экспериментальными точками выполнялась с помощью кубических сплайнов (шаг по λ — 0,5 нм). Интенсивность излучения $I_c(\lambda)$ измерялась в $W/(m^2 \cdot sr)$.

Как уже отмечалось, интенсивности $I_c(\lambda)$ могут быть выражены через яркостные температуры $T_{\text{рад}}(\lambda)$. Тогда можно показать, что $T_{\text{рад}}(\lambda = 300 \text{ нм}) = 2406 \text{ К}$ при средне-

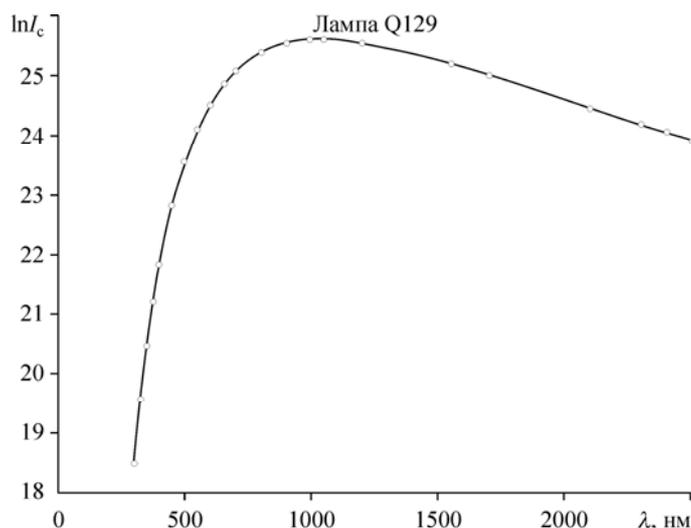


Рис. 4. Зависимость $\ln I_c(\lambda)$ от λ для температурной лампы Q129 (по данным NIST, 1-й раунд [9]).
о — экспериментальные точки.

квадратичной неопределенности σ менее 0,6 К. Здесь величина σ , в соответствии с работой [12], рассчитывалась с помощью соотношения

$$\frac{\Delta T_{\text{rad}}}{T_{\text{rad}}} = \frac{\lambda T_{\text{rad}}}{c_2} \{1 - \exp[-c_2/(\lambda T_{\text{rad}})]\} \frac{\Delta I_c}{I_c}, \quad (19)$$

значения $\Delta I_c/I_c$ брались из отчета [9]). Из полученных таким образом предварительных результатов следует, что истинная температура вольфрамовой ленты из-за неполноты излучения объекта должна быть больше 2406 К.

Алгоритм определения истинной температуры по спектру теплового излучения состоял из трех этапов.

На первом этапе на основании визуального анализа зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ от λ при различных T_f с помощью графиков выделялся спектральный и температурный интервалы, в пределах которых функция $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ предположительно линейно зависела от λ (рис. 1 и 2). Как следует из рис. 2, в спектральном диапазоне от 400 до 1200 нм зависимость функции $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ от λ , в пределах точности эксперимента, может быть линейной.

На втором этапе проводилась количественная оценка величины температурного интервала, к которому принадлежит истинная температура объекта, по смене выпуклости (вогнутости) спектральной зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T_f)$ при изменении T_f (шаг по T_f — 1 К). В начале спектрального диапазона выбирались три точки с определенным шагом по спектру (спектральное окно). В соответствии с алгоритмом все экспериментальные точки были пронумерованы. С помощью равенства (10) определялись два соседних значения T_f по смене знака Δw . Затем происходил сдвиг окна вправо таким образом, чтобы в него попадали следующие три точки, номера которых больше предыдущих на единицу, и алгоритм повторялся. Таким образом осуществлялось продвижение спектрального окна.

Расчеты выполнялись для нескольких исходных расположений трех точек (показаны номера точек и в скобках их абсциссы в нм).

1. Точки $i1(400)$, $i2(450)$, $i3(500)$. Из-за малых разностей абсцисс между точками имела место потеря точности. Интервал расчетных температур: от 2480 до 2580 К.
2. Точки $i1(400)$, $i3(500)$, $i5(600)$. Интервал расчетных температур: от 2495 до 2517 К.
3. Точки $i1(400)$, $i4(550)$, $i7(700)$. Интервал расчетных температур: от 2499 до 2510 К.
4. Точки $i1(400)$, $i5(600)$, $i9(900)$. Интервал расчетных температур: от 2500 до 2507 К.
5. Точки $i1(400)$, $i6(656,3)$, $i11(1050)$. Интервал расчетных температур: от 2503 до 2505 К.

В случае 5, из-за ограниченного числа экспериментальных точек, имелось только два расчетных варианта. Во всех случаях результаты решения системы (11) по МНК дали практически те же результаты. Как уже отмечалось, нелинейная по T_f система (11) имеет больше одного корня. Так, например, при сочетании точек $i1(400)$, $i6(656,3)$, $i11(1050)$ в результате решения уравнения (12) было получено два корня: $T_f = 2504,5$ и $3628,0$ К. Второй корень отбрасывался, поскольку физически не мог быть реализован системой.

На третьем этапе при каждом фиксированном значении T_f решалась по МНК линейная по коэффициентам a_0 и a_1 система уравнений типа (5), которая (с учетом соотношения (3) и при $\alpha \equiv 1$) записывалась в виде

$$a_0 + a_1 \lambda_i = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f) = \varepsilon_{f,i}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (20)$$

Невязка δ для этой системы вычислялась по соотношению

$$\delta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 \lambda_i - \varepsilon_{f,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \varepsilon_{f,i}^2}}. \quad (21)$$

За искомую температуру T_p принималась то значение T_f^{\min} , при котором невязка δ принимала минимальное значение δ_{\min} . Шаг по T_f был $h_T = 0,1$ К. Шаг по λ задавался таблицей экспериментальных данных [9]. В качестве оценки относительной среднеквадратичной неопределенности полученных данных была принята величина

$$\delta_{\text{exp}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta \varepsilon_i^P)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\varepsilon_{f,i}^P)^2}}, \quad (22)$$

где верхний индекс “P” означает, что величина берется при температуре T_p , $\Delta \varepsilon_i^P = \Delta I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_p) = q_i I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_p)$, q_i — относительная среднеквадратичная неопределенность $I_c(\lambda_i)$. Данные по q_i брались из отчета [9].

Конкретный участок спектра выделялся с помощью спектрального окна. Например, выделялся участок, состоящий из пяти точек (здесь в круглых скобках абсциссы точек в нм): $i1(375)$, $i2(450)$, $i3(550)$, $i4(656,3)$, $i5(800)$. Для этого участка определялась

температура T_p и ряд сопутствующих параметров и затем, как уже отмечалось, происходил сдвиг окна по спектру на одну позицию. Было получено пять значений T_p в интервале от 2501 до 2506 К.

В качестве иллюстрации на рис. 5 для температурной лампы Q129 представлена зависимость невязки δ от T_f и относительной среднеквадратичной неопределенности δ_{exp} экспериментальных данных, полученных в NIST в спектральном диапазоне от 375 до 1200 нм в 1-ом раунде (шестнадцать точек, сплошная линия). Величина δ имеет минимум при $T_f = T_p = 2504,7$ К. Величины δ и δ_{exp} рассчитывались по соотношениям (21) и (22) соответственно. Согласно принятой оценке (22), искомая температура должна находиться в интервале от 2497 до 2512 К. На том же рис. 5 нанесены расчетные данные, полученные при использовании всего пяти экспериментальных точек (пунктирная линия). Абсциссы в точке минимума для обоих графиков практически совпадают. В соответствии с (22) интервал, к которому принадлежит искомая температура, увеличился почти в семь раз и составлял от 2459 до 2562 К. Такое различие объясняется тем, что при уменьшении числа экспериментальных точек и при прочих равных условиях вдали от точки минимума абсолютная величина производной $\partial\delta/\partial T_f$ резко падает.

Как уже отмечалось в работе [8], после определения расчетным путем температуры T_p и линейной по λ функции ε_p появляется возможность оценки справедливости допущения о линейной зависимости ε от λ . Полагалось, что в этом случае $\varepsilon^*(\lambda_i) = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_p)$ и отклонение $\Delta_i^\varepsilon = \varepsilon_p(\lambda_i) - \varepsilon^*(\lambda_i)$. Стандартная среднеквадратичная неопределенность σ_{emis} определялась по формуле $\sigma_{\text{emis}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta_i^\varepsilon)^2 / m}$. На рис. 6

представлены зависимости излучательной способности температурной лампы Q129, которые определялись по экспериментальным данным двумя указанными способами. Как следует из рис. 6, значения для $\varepsilon^*(\lambda_i)$ и $\varepsilon_p(\lambda_i)$ близки и в некоторых точках практически совпадают, но отличаются от зависимостей излучательной способности вольфрама ε_{tun} от λ при 2400 и 2600 К, полученных в вакууме и представленных в работе [13].

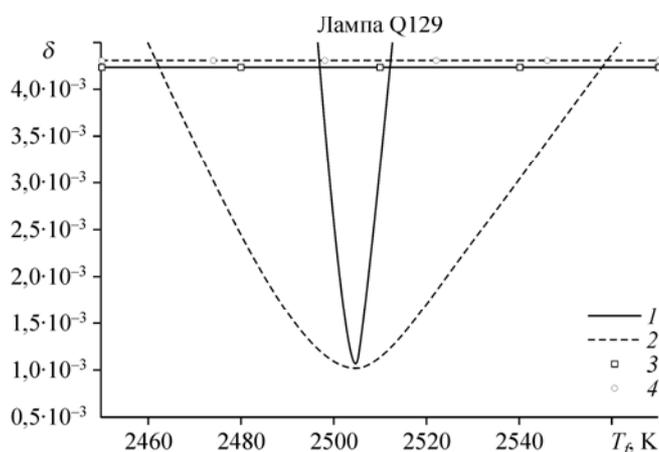


Рис. 5. Зависимость δ от T_f для двух различных спектральных диапазонов (по экспериментальным данным для температурной лампы Q129, NIST, 1-й раунд [9]).

Значения δ (1), δ_{exp} (3) в спектральном интервале от 375 до 1200 нм (16 точек) и δ (2), δ_{exp} (4) в спектральном интервале от 375 до 550 нм (5 точек).

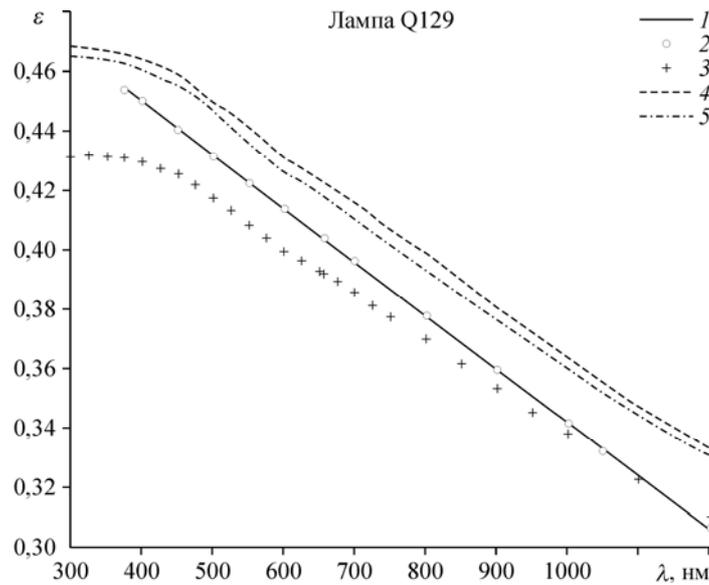


Рис. 6. Спектральные зависимости $\varepsilon^*(\lambda_i) = I_c(\lambda_i) / I_0(\lambda_i, T_p)$ и $\varepsilon_p = a_0 + a_1 \lambda_i$ температурной лампы Q129 (расчет по экспериментальным данным NIST, 1-й раунд [9]).

1 — $\varepsilon^*(\lambda_i)$, определено при $T_p = 2504,7$ К, 2 — $\varepsilon_p(\lambda_i)$, определено по МНК $T_p = 2504,7$ К, 3 — оценка $\varepsilon_{\text{tun}} \tau$ по данным работы [13] с учетом пропускательной способности $\tau(\lambda_i)$ кварцевого окна [14], 4 — излучательная способность ε_{tun} вольфрама при 2400 К, по данным работы [13], 5 — излучательная способность ε_{tun} вольфрама при 2600 К, по данным работы [13].

Такое отличие объясняется тем, что излучение вольфрамовой ленты ослабляется при прохождении сквозь стекло окна и $\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_{\text{tun}}(\lambda)\tau(\lambda)$. Поскольку марка стекла окна была неизвестна, то полагалось, что оно изготовлено из плавленого кварца, причем, зависимость показателя преломления n от λ определяется формулой, представленной в [14]. Как известно, окно наклонено по отношению к линии визирования на некоторый угол, поэтому излучение вольфрамовой ленты ослабляется только двумя отражениями от передней и задней стенок окна, т. е. $\tau = 16n^2(\lambda) / \{n(\lambda) + 1\}^2$. Первоначально величина $\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_{\text{tun}}(\lambda)\tau(\lambda)$ рассчитывалась при $\lambda = 656,3$ нм. На основании работы [14] полагалось, что $n(\lambda = 656,3 \text{ нм}) = 1,4564$. По данным работы [13] определялась зависимость $\varepsilon_{\text{tun}}(\lambda = 656,3 \text{ нм}, T)$. Затем, по $\varepsilon(\lambda = 656,3 \text{ нм})$ и $I_c(\lambda = 656,3 \text{ нм})$ в соответствии с формулой Планка рассчитывалась температура ленты $T = 2511,8$ К. Можно показать, что для остальных длин волн из интервала [300, 1200 нм] величина искомой температуры находится в диапазоне от 2498 до 2514 К. Полученная зависимость $\varepsilon_{\text{tun}}(\lambda)\tau(\lambda)$ представлена на рис. 6, хотя она имеет сугубо ориентировочный характер.

В соответствии с работой [8], для оценки полученного значения T_p для каждой длины волны λ_i с помощью формулы Планка и известных величин $\varepsilon_p(\lambda_i)$ и $I_c(\lambda_i)$

вычислялись температуры T_i . После этого определялась средняя величина $T_{\text{mean}} = \sum_{i=1}^m T_i / m$,

отклонение $\Delta_i^T = T_i - T_{\text{mean}}$ и среднеквадратичная неопределенность $\sigma_{\text{temp}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta_i^T)^2 / m}$.

Таблица

Восстановление истинной температуры вольфрамовой ленты температурной лампы Q129 (NIST) в спектральном интервале от 375 до 1200 нм по экспериментальным данным

Индекс эксперимента	T_p , К	δ_{\min}	σ_{emis} , К	σ_{temp} , К	λ_m^{exp} , нм	λ_m^{appr} , нм
NIST, первый раунд	2504,7	$1,0711 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	0,44	1037,7	1035,0
ВНИИОФИ	2502,6	$2,2708 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-4}$	0,51	1036,8	1032,0
NIST, второй раунд	2502,7	$1,9001 \cdot 10^{-3}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,96	1038,9	1031,0

Кроме того, на основании полученных данных оценивалась длина волны λ_m^{exp} , при которой имелся максимум излучения температурной лампы. Эта длина волны определялась по формуле (18) методом простой итерации. Приблизительно эта же длина волны оценивалась на основании аппроксимации предварительно прологарифмированного набора экспериментальных данных $\ln I_c$ кубическими сплайнами с последующей дискретизацией по λ с шагом 0,5 нм. Затем с помощью стандартной процедуры определялась длина волны λ_m^{appr} , которая соответствовала элементу $\ln I_{c,k}^m$ максимальной величины.

Для температурной лампы Q129 данные расчета приведены в таблице. Для всех трех сличений лампы расчетные значения T_{mean} совпадали со значениями T_p в пределах точности вычислений (0,1 К). Необходимо отметить, что в соответствии с полученным интервалом неопределенности значения T_p и некоторые другие параметры в таблице должны быть округлены. Однако этого не сделано, чтобы различать варианты расчета для каждой серии экспериментов, а также сравнивать расчетные данные, полученные различными методами.

Выводы

1. Исходная система уравнений нелинейна по T и, в общем случае, по λ . В связи с этим необходимо максимально использовать априорную информацию о температурном интервале $[T_f^a, T_f^b]$, к которому может принадлежать искомая температура T , а также сведения о форме аппроксимируемой функции $\varepsilon(\lambda)$.

2. Использование относительной излучательной способности позволяет дать графическую интерпретацию решению исходной нелинейной системы уравнений типа (5). При соответствующем выборе шага по T_f решение будет представлено в виде графика зависимости излучательной способности объекта от длины волны при искомой температуре среди других зависимостей, отличающихся друг от друга множителем $\exp(p_j/\lambda_i)$. Таким образом, задача об определении температуры по спектру теплового излучения в графической интерпретации сводится к задаче выбора зависимости $\varepsilon_f(\lambda, T_{f,j})$ при $T_{f,j} = T$. В этом случае может быть выбрана та зависимость $\varepsilon_f(\lambda, T_{f,j})$, которую можно наиболее точно аппроксимировать. Затем истинную температуру следует определять численными методами по невязке. Показано, что если излучательная способность объекта линейно зависит от длины волны, то выбор может быть осуществлен по критерию “выпуклости-вогнутости” при изменении T_f . Причем чем больше зависимость $\varepsilon(\lambda)$ отклоняется от линейной, тем будет шире найденный интервал, к которому принадлежит искомая температура. Поскольку кривизна каждой кривой тем больше, чем больше соотношение $c_2/(\lambda T)$, то выбор по критерию “выпуклость-вогнутость” будет более

эффективным при низких температурах и коротких длинах волн. После предварительного выбора целесообразно проводить дальнейшие уточнения, например, с помощью МНК. Тот же алгоритм может быть использован, если среда, в которой находится источник излучения, не излучает и спектральная пропускательная способность ее неизвестна.

3. Показано, что при решении исходных систем уравнений типа (1) и (5) по МНК, неопределенность искомых параметров зависит как от структуры невязки, так и от числа измерений. Причем чем больше измерений, тем эта неопределенность меньше, а невязка системы уравнений типа (5) дает меньший допустимый интервал неопределенности для искомой температуры.

4. Для поиска спектральных областей, в которых допустима достаточно точная аппроксимация зависимости $\varepsilon(\lambda)$, целесообразно использовать спектральное окно, передвигаемое по спектру. В настоящей работе это окно при продвижении по той части спектра, где ε линейно зависит от λ , содержало несколько экспериментальных точек при обработке данных по МНК и три точки при использовании линейной аппроксимации $\varepsilon(\lambda)$.

В последнем случае система из трех уравнений типа (1) была сведена к одному нелинейному уравнению относительно искомой температуры (12). Показано, что даже в этом простом случае уравнение (12) имеет не менее двух решений, одно из которых не может быть реализовано по физическим соображениям. Поскольку точность определения искомой температуры существенно зависит от ширины выбранного спектрального интервала, то важно его расширить, если такая возможность имеет место. Для увеличения достоверности полученных результатов желательно определить искомую температуру в различных спектральных диапазонах. Во всех случаях должно выполняться условие постоянства полученных значений искомой температуры в пределах заданных неопределенностей.

5. Показано, что при определении истинной температуры по зарегистрированному спектру теплового излучения необходима проверка сделанных допущений. Так, при получении значения искомой температуры следует определить по экспериментальным данным правомерность сделанной аппроксимации. Полученные значения должны находиться в пределах заданных неопределенностей в выбранном спектральном интервале. При получении численных значений параметров модели $\varepsilon(\lambda)$ следует определить по экспериментальным данным, что искомая температура постоянна в выбранном спектральном интервале в пределах заданных неопределенностей.

6. Получено соотношение, которое позволяет по полученным из эксперимента данным определить длину волны максимума интенсивности излучения в зарегистрированном спектре теплового излучения.

7. Показано, что в той части спектра, в пределах которой выполняется приближение Рэлея–Джинса, относительная излучательная способность при любом значении T_f отличается от зависимости ε от λ на постоянный множитель.

Автор выражает благодарность зав. лабораторией радиационной пирометрии ВНИИОФИ Б.Б. Хлевному за ряд разъяснений по отчету [9] и полезные советы.

Список литературы

1. **Radiometric** Temperature Measurements. Vol. 42. I. Fundamentals / Eds. by Zhand Z.M., Tsai B.K., Mashin G. Experimental Methods in the Physical Sciences. Elsevier. 2009. 343 p.
2. **Radiometric** Temperature Measurements. Vol. 43. II. Applications / Eds. by Zhand Z.M., Tsai B.K., Mashin G. Experimental Methods in the Physical Sciences. Elsevier, 2010. 458 p.
3. Свет Д.Я. Оптические методы измерения истинных температур. М.: Наука, 1982. 296 с.
4. Снопко В.Н. Основы методов пирометрии по спектру теплового излучения. Минск: Ин-т физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, 1999. 224 с.
5. Khan M.A., Allemand C., Eager T.W. Noncontact temperature measurement. II. Least squares based techniques // Rev. Sci. Instrum. 1991. Vol. 62, No. 2. P. 403–409.

6. **Леонов А.С., Русин С.П.** О решении обратной задачи определения температуры по спектру излучения нагретых тел // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 3. С. 475–486.
7. **Русин С.П.** Восстановление истинной температуры нагретого тела по интегроспектральным характеристикам теплового излучения // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, № 1. С. 129–139.
8. **Русин С.П.** Определение температуры и излучательной способности непрозрачных нагретых тел по спектру теплового излучения: моделирование измерений в спектральном окне // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 4. С. 629–641.
9. **Khlevnoy V.V.** Supplementary comparison // Final Report: Spectral Radiance 220 to 2500 nm, 24 July 2008. Metrologia. 2008. Vol. 45. 81 с.
10. **Хлевной Б.Б., Саприцкий В.И., Колесникова С.С.** Международные сличения ССРР-S1 единиц спектральной плотности энергетической яркости в диапазоне длин волн 220–2500 нм // Измерительная техника. 2010. № 7. С. 16–22.
11. **Dai J., Wang X., Liu X.** Peak-Wavelength method for temperature measurement // Int. J. Thermophys. 2008. Vol. 29. P. 1116–1122.
12. **Куинн Т.** Температура. М.: Мир, 1985. 448 с.
13. **Излучательные свойства твердых материалов: справочник** / под ред. А.Е. Шейндлина. М.: Энергия, 1974. 472 с.
14. **Malitson I.H.** Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica // J. Opt. Soc. Am. 1965. Vol. 55, No. 10. P. 1205–1208.

Статья поступила в редакцию 17 сентября 2012 г.