

УДК 532.54.52;532.57.7

Опыт термодинамического описания и оптимизации эффекта Ранка

А.Ф. Латыпов

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Дано термодинамическое описание эффекта Ранка. Включение в энергетический обмен работ расширения и сжатия позволяет дать рациональное объяснение наблюдаемому эффекту. Эти работы осуществляются малыми порциями газа в политропических процессах. Вращательное движение газа и наличие необратимостей в процессах расширения и сжатия в совокупности обуславливают энергетическое разделение. Математическая модель построена с использованием законов сохранения и политропического процесса расширения. Выполнены оптимизационные расчеты для различных значений политропического коэффициента полезного действия и числа Маха истечения горячего газа. Предложена практическая методика оптимизации рабочего процесса. В процессе оптимизации определяется также коэффициент полезного действия работы расширения.

Ключевые слова: вихревая трубка, энергетическое разделение, политропический коэффициент полезного действия, оптимизация.

Введение

Вихревая трубка Ранка представляет собой цилиндрическую камеру, на одном торце которой имеется приосевое отверстие с площадью сечения F_c , на другом — кольцевое щелевое отверстие в окрестности стенки с площадью сечения F_h . В камеру через расположенное на ее боковой поверхности сопло (завихритель) с площадью входного сечения F_e подается в тангенциальном направлении сжатый газ с параметрами $\{T_e, p_e, M_e\}$ (рис. 1). Ранк обнаружил, что температура газа, вытекающего из приосевого отверстия, существенно ниже температуры входящего газа, а температура газа, вытекающего из кольцевой щели, существенно выше [1]. Несмотря на множество публикаций по исследованию эффекта Ранка, до сих пор не существует его общепризнанной физико-математической модели.

В работах [2, 3] были приведены критические обзоры значительного числа работ. Авторы этих работ строили математические модели стационарного распределения параметров в сечении, нормальном к оси вращения, в окрестности диафрагмы с использованием условия равновесия кругового движения, условия изоэнтропичности при установлении связи между параметрами газа на различных «орбитах», уравнения состояния совершенного газа и с заданием различных функций окружной скорости в зависимости от радиуса. Оценить качество этих моделей весьма затруднительно, так как, во-первых, как правило,

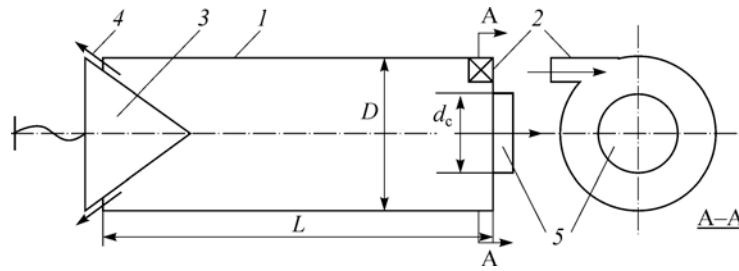


Рис. 1. Принципиальная схема вихревой трубы.

- 1 — гладкая цилиндрическая труба, 2 — завихритель для подачи сжатого газа,
 3 — дроссельный кран (дроссель, вентиль),
 4 — выход горячего газа через кольцевую щель,
 5 — диафрагма для выхода холодного газа.

отсутствуют математические постановки задач, во-вторых, условие изоэнтропичности ошибочно (в силу наличия вязкости и теплообмена), и в-третьих, в описаниях экспериментов недостаёт информации, необходимой для тестирования методов.

В работе [4] было введено понятие жидкого моля, под которым понимают «достаточно протяжённую часть жидкого континуума, состоящего из когерентного конгломерата жидких частиц». Понятие жидкого моля удобно использовать при анализе процессов переноса. Далее под турбулентными элементами понимаются жидкие моли.

В работе [2] написано: «На сегодняшний день наибольшее развитие и признание у практиков получила теория, объясняющая процесс температурного разделения газа в вихревой трубе существованием интенсивных турбулентных пульсаций в радиальном направлении [5–8]. Согласно этой теории, турбулентные элементы, адиабатически расширяясь и сжимаясь при перемещении в поле с высоким градиентом статического давления (градиент возникает из-за высоких скоростей вращения газа), совершают холодильные циклы, передавая тепло в периферийные слои, а источником механической энергии этих циклов является турбулентность. При этом общая картина течения в вихревой трубе представляется в виде двух вихрей: внешнего, распространяющегося от завихрителя к дросселю, и внутреннего — приосевого,двигающегося от дросселя к диафрагме. Во внешнем вихре зависимость скорости вращения v от радиуса r приблизительно описывается законом потенциального (свободного) вихря $\Gamma = vr = \text{const}$, во внутреннем вихре — приблизительно законом вращения твёрдого тела $v = \omega r$, $\omega = \text{const}$ ». В этой цитате некоторые утверждения вызывают сомнения. Процессы сжатия и расширения совершают разные моли, различающиеся значениями массы, с термодинамическими параметрами, несогласованными для циклического процесса, поэтому их взаимодействие не соответствует какому-либо холодильному микроциклу. Энергия, проявляющаяся при взаимодействиях, определена начальной работоспособностью газа, а не такой весьма неопределённой субстанцией, как энергия турбулентности. В работе [2] высказывалась гипотеза о центробежной сепарации турбулентных микрообъектов газа, неоднородных по величине тангенциальной скорости. В процессе сепарации происходит перемещение «медленных» элементов с изначально малым запасом кинетической энергии в центральные слои формирующегося в камере разделения вихря с последующим адиабатическим расширением элементов и охлаждением содержащегося в них газа. Для расчёта температуры также используется условие изоэнтропичности, что, как было отмечено выше, неверно. В модели не обсуждается механизм энергетического взаимодействия турбулентных молей и не принимается во внимание важность роли диссипации механической энергии.

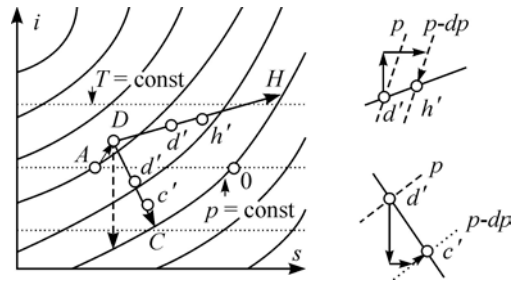
Рис. 2. « i, s »-диаграмма процесса энергетического разделения газа.

Отсутствие аналитического описания эффекта Ранка с использованием минимума экспериментальной информации стимулирует проведение дальнейших теоретических и экспериментальных исследований. В настоящей работе предложен вариант термодинамического описания эффекта, позволяющий также выполнить процедуру оптимизации, без структурных подробностей вихревого течения в трубе.

1. Физическая модель эффекта Ранка

Выделим в цилиндрической системе координат (r, x, φ) элементарный объем газа $\sigma = \delta r \cdot \delta x \cdot r \delta \varphi$, обозначим также осевую, окружную и радиальную компоненты скорости как $\{u, v, w\}$ соответственно. Пусть радиальная скорость какого-либо элементарного объема газа направлена к оси вращения. При движении газ, попадая в область меньшего давления, расширяется и совершает работу, температура и плотность в элементе уменьшаются. Сопутствующее увеличение энтропии не допускает возможности возвращения частицы на предыдущий энергетический уровень. Уменьшение плотности способствует дальнейшему движению частицы к оси вращения. Часть работы расширения расходуется на сжатие примыкающих элементарных объемов газа. Плотность в них увеличивается, что вызывает их движение от оси вращения. Увеличиваются также температура и давление. Этот процесс сопровождается увеличением энтропии, что также исключает возможность возвращения частицы на предыдущий энергетический уровень. В результате этих движений в центральной зоне накапливается холодный газ, а на периферии — горячий. По мере роста температуры газа за счет работы сжатия, совершаемой над порциями газа, возрастает тепловой поток, передаваемый работающим порциям газа. Это уменьшает коэффициент полезного действия работы расширения, замедляет процесс энергетического разделения и в пределе определяет максимальную температуру нагрева. Таким образом, причиной энергетического разделения газа при его вращательном движении являются процессы расширения и сжатия при наличии диссипации, рождающие сложную структуру взаимопроникающих потоков. Течение характеризуется большими значениями относительных скоростей частиц, что вызывает значительные шумовые эффекты.

Обратимся к (i, s) -диаграмме (рис. 2). Принято, что давление вытекающих газов равно давлению окружающей среды p_∞ (знак ∞ соответствует параметрам внешней среды). Процесс диссипации кинетической энергии и торможения потока из-за наличия вязкости и взаимодействия со стенкой представлен на диаграмме траекторией AD . Траектория DC соответствует течению газа от периферии в центральную зону и описывается последовательностью элементарных актов изоэнтропического расширения, изотермического дросселирования, изобарического подвода тепла. Траектория DH , соответствующая течению горячего газа, описывается последовательностью элементарных актов изоэнтропического сжатия, изотермического дросселирования и изобарического отвода тепла. Интегральная работа сжатия эквивалентна полной работе расширения. В модели идеального газа энергетического разделения быть не может, т.к. из точки D исходит лишь одна траектория возможного движения изображающей точки — отсутствует расщепление траектории.



2. Математическая модель. Задача оптимизации параметров

Запишем уравнения, соответствующие законам сохранения для стационарного процесса, в предположении, что потоки в контрольных сечениях равномерны. На рис. 3 показана схема контрольных сечений, штриховыми линиями условно помечены потоки газа. Уравнения неразрывности и политропического процесса расширения для потока холодного газа имеют вид

$$\frac{\hat{F}_c \bar{p}_c}{\sqrt{\bar{T}_c}} \cdot \frac{M_c}{M_e} = 1, \quad \alpha = \frac{m_c}{m_e} = \frac{F_{ce}}{F_e} = \frac{F_c/F_e}{F_c/F_{ce}} = \frac{\bar{F}_c}{\hat{F}_c},$$

$$\bar{p}_c = \bar{T}_c^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \exp(-\Delta \bar{s}_c), \quad (1)$$

Как и в газовых турбинах, принято, что потери работы расширения в результате необратимых процессов пропорциональны изменению статической энтальпии:

$$Tds = -\delta_c \cdot di, \quad \delta_c = \text{const}. \quad (2)$$

Из уравнения $Tds = du + pdv$, объединяющего первый и второй законы термодинамики, и условия (2) получим соотношение между параметрами газа для двух произвольных состояний газа:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}(1+\delta_c)}. \quad (3)$$

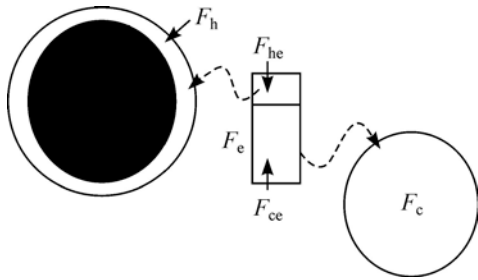
Назовем по аналогии с характеристикой процесса расширения газа в турбине величину

$$\eta_c = (1 + \delta_c)^{-1} \quad (4)$$

политропическим коэффициентом полезного действия [9, 10]. Из (3), (4) получим выражение для температуры истекающего холодного газа:

$$\bar{T}_c = \bar{p}_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_c}. \quad (5)$$

Политропический коэффициент полезного действия работы расширения является функцией чисел Маха M_c , Рейнольдса Re , Прандтля Pr , показателя адиабаты γ , геометрических параметров устройства G и направления вектора скорости θ входящего потока. Из описанных выше элементарных процессов, сопровождающих движение изображающей точки по траекториям DC и DH , следует, что значение δ_c в общем случае является функцией локальных значений газодинамических параметров. На сегодняшний день не представляется ясным, как теоретически получить интегральную оценку. Оценка политропического коэффициента полезного действия работы расширения может быть получена из экспериментальных данных (см. ниже). Совместное уравнение энергии для горячего и холодного потоков и уравнение неразрывности для потока горячего газа записываются как



горячего газа записываются как

$$\alpha \bar{T}_c \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_c^2 \right) + (1-\alpha) \bar{T}_h \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_h^2 \right) = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right), \quad (6)$$

Рис. 3. Схема контрольных сечений. Штриховыми линиями условно отмечены потоки газа.

Таблица 1
Допустимые значения оптимизируемых параметров

| Ω | Минимальное значение | Максимальное значение | Шаг поиска |
|-------------|----------------------|-----------------------|------------|
| p_e | 3,0 | 15,0 | 0,1 |
| M_e | 0,5 | 1,0 | 0,01 |
| M_c | 0,5 | 1,0 | 0,01 |
| \bar{F}_c | 2,0 | 5,0 | 0,01 |
| \bar{F}_h | 2,0 | 5,0 | 0,01 |

$$\frac{\hat{F}_h \bar{p}_h}{\sqrt{\bar{T}_h}} \cdot \frac{M_h}{M_e} = 1, \quad \hat{F}_h = \frac{F_h}{F_{he}} = \frac{F_h/F_e}{(F_e - F_{ce})/F_e} = \frac{\bar{F}_h}{1 - \alpha}. \quad (7)$$

При проведении расчетов по определению характеристик трубки Ранка должны соблюдаться условия

$$M_{h\min} \leq M_h \leq 1, \quad (8)$$

ограничивающие область значений параметров $\Omega = \{p_e, M_e, M_c, \bar{F}_c, \bar{F}_h\}$. Температуры торможения потоков газа в контрольных сечениях имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{T}_{0e} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right), \quad \bar{T}_{c\min} = \bar{p}_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \\ \bar{T}_{0c} &= \bar{T}_c \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_c^2\right), \quad \bar{T}_{0c\min} = \bar{T}_{c\min} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_c^2\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Эффективность энергетического разделения оценивается посредством термического коэффициента полезного действия [11]

$$\eta_t = (\bar{T}_{0e} - \bar{T}_{0c}) / (\bar{T}_{0e} - \bar{T}_{0c\min}) \quad (10)$$

или нормированным значением хладопроизводительности [3]

$$\eta_{cp} = [m_c (T_{0e} - T_{0c})] / [m_e (T_{0e} - T_{0c\min})] = \alpha \eta_t. \quad (11)$$

Значения параметров Ω определяются из решения оптимизационных задач

$$\max_{\Omega} \eta_{cp} \quad (12)$$

для уравнений (1), (5)–(7) при условии (8) и различных значениях параметров $\eta_c, M_{h\min}$. Область значений параметров Ω задается в табл. 1, $\gamma = 1,4$. При решении задачи (12) ограничение (8) учитывалось модифицированным методом штрафных функций [12], поиск максимума осуществлялся методом покоординатной оптимизации [13]. Результаты расчетов представлены в табл. 2–5 и на рис. 4–8.

Таблица 2
Оптимальные значения относительной площади выходного сечения
холодного газа \bar{F}_c при различных значениях η_c и $M_{h\min}$

| η_c | $\bar{F}_c = 3,1 \pm 0,1$ | | | | | |
|-------------|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,3 | 3,074 | 3,075 | 3,118 | 3,074 | 3,066 |
| 0,4 | 3,097 | 3,085 | 3,133 | 3,078 | 3,078 | 3,056 |
| 0,5 | 3,116 | 3,087 | 3,137 | 3,092 | 3,110 | 3,104 |
| 0,6 | 3,146 | 3,122 | 3,169 | 3,164 | 3,131 | 3,134 |
| 0,7 | 3,167 | 3,144 | 3,189 | 3,185 | 3,168 | 3,150 |
| $M_{h\min}$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |

Таблица 3

Оптимальные значения относительной площади выходного сечения нагретого газа \bar{F}_h при различных значениях η_c и $M_{h \min}$

| η_c | $\bar{F}_h = 2,9 \pm 0,1$ | | | | | |
|--------------|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,3 | 2,970 | 2,970 | 2,922 | 2,964 | 2,934 | 2,964 |
| 0,4 | 2,970 | 2,943 | 2,883 | 2,958 | 2,919 | 2,910 |
| 0,5 | 2,970 | 2,913 | 2,874 | 2,919 | 2,916 | 2,886 |
| 0,6 | 2,970 | 2,895 | 2,874 | 2,823 | 2,916 | 2,871 |
| 0,7 | 2,970 | 2,892 | 2,871 | 2,823 | 2,877 | 2,862 |
| $M_{h \min}$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |

Таблица 4

Оптимальные значения M_c при различных значениях η_c и $M_{h \min}$

| η_c | $M_c = 0,96 \pm 0,04$ | | | | | |
|--------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,3 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 0,4 | 0,980 | 0,979 | 0,980 | 0,989 | 0,990 | 0,990 |
| 0,5 | 0,949 | 0,958 | 0,970 | 0,978 | 0,980 | 0,980 |
| 0,6 | 0,939 | 0,947 | 0,960 | 0,967 | 0,969 | 0,970 |
| 0,7 | 0,929 | 0,936 | 0,949 | 0,957 | 0,958 | 0,959 |
| $M_{h \min}$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |

Таблица 5

Оптимальные значения M_c при различных значениях η_c и $M_{h \min}$

| η_c | $M_c = 0,96 \pm 0,04$ | | | | | |
|--------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,3 | 0,837 | 0,846 | 0,850 | 0,861 | 0,870 | 0,877 |
| 0,4 | 0,837 | 0,846 | 0,850 | 0,871 | 0,880 | 0,887 |
| 0,5 | 0,848 | 0,846 | 0,860 | 0,881 | 0,881 | 0,887 |
| 0,6 | 0,848 | 0,846 | 0,860 | 0,881 | 0,881 | 0,888 |
| 0,7 | 0,848 | 0,846 | 0,860 | 0,881 | 0,881 | 0,888 |
| $M_{h \min}$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |

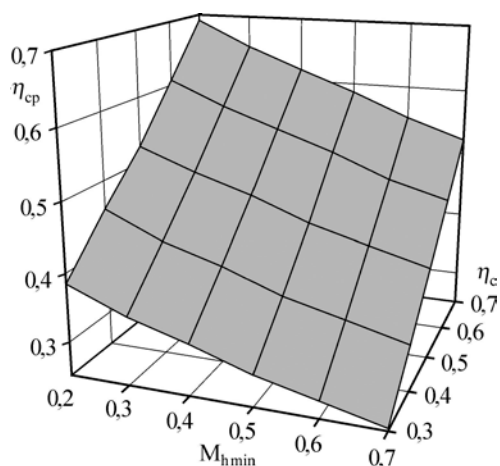


Рис. 4. Оптимальные значения нормированного значения хладпроизводительности η_{cp} .

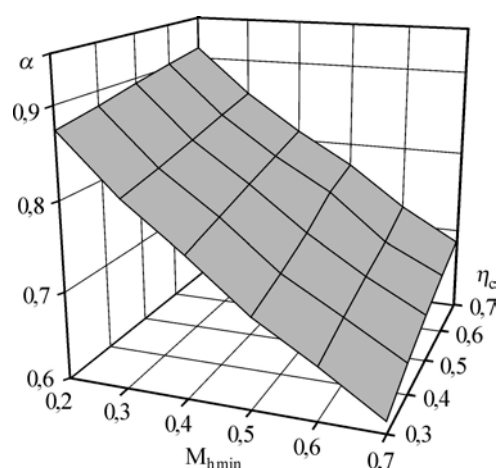


Рис. 5. Оптимальные значения относительного расхода охлажденного газа α .

Рис. 6. Оптимальные значения относительной температуры нагретого газа \bar{T}_h .

Во всех решенных вариантах задачи (12) получено, что левая часть неравенства (8) является активной, т.е. $M_{h\text{opt}} = M_{h\text{min}}$ в точке максимума функционала η_{cp} . При уменьшении $M_{h\text{min}}$ функционал $\eta_{\text{cp opt}}$ монотонно возрастает (рис. 4) вследствие увеличивающегося значения α , входящего в уравнения (рис. 5). Значительное увеличение температуры нагреваемого газа (рис. 6) обусловлено увеличением хладопроизводительности $\eta_{\text{cp opt}}$

и уменьшением расхода нагреваемого газа $(1 - \alpha)$. Рост температуры ограничивается увеличением исходящего теплового потока в сторону окружающего холодного газа. Этот теплообмен в данной термодинамической модели учитывается заданием малых значений коэффициента полезного действия η_c . На рис. 7 представлены оптимальные значения давления вводимого потока газа p_e . Реализуемые значения $M_{h\text{min}}$ регулируются в основном давлением втекающего газа. На рис. 8 представлены оптимальные значения относительной температуры охлажденного газа \bar{T}_c , вычисленные по формуле (5). Представленные численные результаты иллюстрируют возможные значения характеристик устройства.

Параметры $\eta_c, M_{h\text{min}}$ по существу являются определяющими в процессе энергетического разделения: чем больше η_c , тем больше работа расширения при фиксированном перепаде давления; чем меньше $M_{h\text{min}}$, тем больше доля охлаждаемого газа. Предельно минимальное число Маха $M_{h\text{min}}$ определяется значением температуры в равновесном состоянии описанных выше процессов обмена энергией. Отметим, что эти параметры не могут

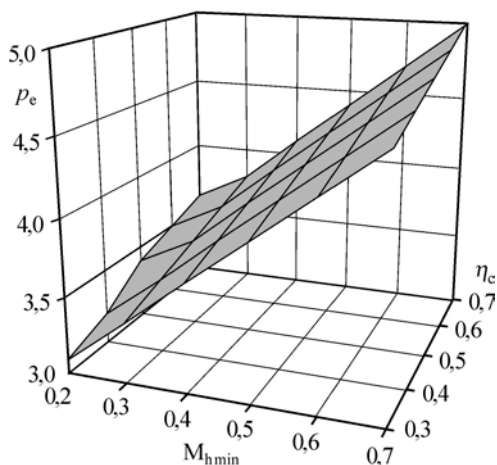
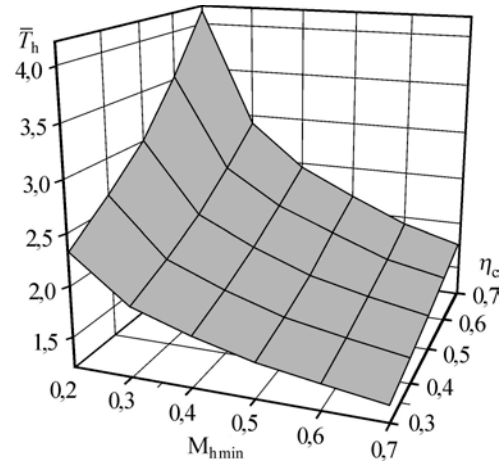


Рис. 7. Оптимальные значения давления вводимого потока газа p_e .

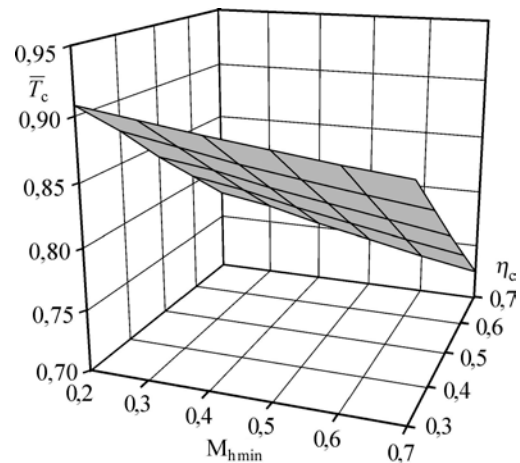


Рис. 8. Оптимальные значения относительной температуры охлажденного газа \bar{T}_c .

задаваться явно. Однако примечательно, что оптимальные значения относительной площади выходных сечений трубки и числа Маха входящего потока практически не зависят от значений $\eta_c, M_{h\min}$ (см. табл. 2–5), поэтому при разработке конструкции устройства, реализующего эффект Ранка, можно принять средние значения параметров $\bar{F}_c, \bar{F}_h, M_e$. Значение площади входного сечения сжатого газа F_c определяется его задаваемым расходом. Диаметр отверстия диафрагмы $d_c = 2\sqrt{F_c \bar{F}_c / \pi}$. В работе [5] на основе экспериментальных результатов, представленных различными авторами, получено линейное соотношение между диаметром отверстия диафрагмы и внутренним диаметром трубы:

$$d_c = \beta D, \beta \approx 0,4. \quad (13)$$

Из (13) можно найти значение D . Для определения относительного размера отверстия диафрагмы d_c/D были получены и другие эмпирические соотношения [14–16]. Разброс значений обуславливает применение экспериментальной технологии для определения рационального значения d_c/D . При наличии устройства гашения вихревого движения длина трубы составляет 9–10 калибров [5].

3. Практическое определение оптимального режима

Пусть создана трубка Ранка с оптимальными геометрическими параметрами (решение задачи (12)). Для определения реализованных характеристик необходимо измерить значения параметров $p_{0e}, p_e, T_{0e}, T_{0c}, T_{0h}$, затем по представленной термодинамической модели рассчитать все характеристики $M_c, M_h, \eta_c, \eta_t, \eta_{cp}$. Сначала вычисляем число Маха и статическую температуру входящего потока:

$$\bar{T}_{0e} = \bar{p}_{0e}^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad M_e = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}(\bar{T}_{0e} - 1)}, \quad T_e = \frac{T_{0e}}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_e^2}. \quad (14)$$

Из уравнения (6) определяется относительный расход холодного газа:

$$\alpha = \frac{\bar{T}_{0h} - \bar{T}_{0e}}{\bar{T}_{0h} - \bar{T}_{0c}}. \quad (15)$$

Из уравнений $\frac{\bar{F}_c \bar{p}_c}{\alpha \sqrt{\bar{T}_c}} \cdot \frac{M_c}{M_e} = 1, \bar{T}_{0c} = \bar{T}_c \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_c^2\right)$ совместно с (15) число Маха и статическая температура холодного потока записываются в виде

$$M_c^2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 2(\gamma-1)B_c}}{(\gamma-1)}, \quad B_c = \left(\frac{\alpha M_e}{\bar{F}_c \bar{p}_c}\right)^2, \quad \bar{T}_c = \bar{T}_{0c} / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_c^2\right). \quad (16)$$

Из уравнений $\frac{\bar{F}_h \bar{p}_h}{(1-\alpha)\sqrt{\bar{T}_h}} \cdot \frac{M_h}{M_e} = 1, \bar{T}_{0h} = \bar{T}_h \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_h^2\right)$ совместно с (15), число Маха и статическая температура горячего потока записываются в виде

$$M_h^2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 2(\gamma-1)B_h}}{(\gamma-1)}, \quad B_h = \left[\frac{(1-\alpha)M_e}{\bar{F}_h \bar{p}_h}\right]^2, \quad \bar{T}_h = \frac{\bar{T}_{0h}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_h^2\right)}. \quad (17)$$

Коэффициент полезного действия работы расширения записывается следующим образом:

$$\eta_c = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{\ln \bar{T}_c}{\ln \bar{p}_c}. \quad (18)$$

Из (10), (11) вычисляются η_t, η_{cp} . Выполняя эту процедуру для различных значений давления p_e , определяем оптимальный режим.

Заключение

Построена термодинамическая модель эффекта Ранка. Получено, что оптимальные значения относительной площади выходных сечений трубки и числа Маха входящего потока практически не зависят от политропического коэффициента полезного действия работы расширения η_c и числа Маха истечения горячего потока газа M_{hmin} . Предложена практическая методика оптимизации рабочего процесса.

Обозначения

m — массовый расход газа, кг/сек,

V — скорость, м/сек,

M — число Маха,

$Re = V_e D / \nu_e$ — число Рейнольдса,

Pr — число Прандтля,

p — давление, Па,

T — температура, К,

ρ — плотность, кг/м³,

i — энтальпия, Дж/кг,

s — энтропия, Дж/(кг·град⁻¹),

R — газовая постоянная, Дж/(кг·град⁻¹),

$\Delta \bar{s} = \Delta s / R$,

γ — показатель адиабаты,

F_{ec}, F_{eh}, F_c, F_h — площади сечений входящего и выходящего потоков, соответствующие холодному и горячему газу, м²,

$\alpha = m_c / m_e = F_{ce} / F_e$ — относительный расход холодного газа,

$F_e = F_{ec} + F_{eh}$,

$\bar{F}_c = F_c / F_e$,

$\bar{F}_h = F_h / F_e$,

D — диаметр трубы, м²,

p_∞ — давление окружающей среды, Па,

$\bar{p}_c = \bar{p}_h = \bar{p}_\infty = p_\infty / p_e$.

Индексы

e — входное сечение,

c — холодный газ,

h — горячий газ,

0 — заторможенный поток,

$\bar{x} = x / x_e$ — относительная величина какого-либо параметра.

Список литературы

1. **Ranque G.J.** Experiences sur la détente giratoire avec productions simultanées d'air chaud et d'un echappement d'air froid // J. Phys. Radium. 1933. Vol. IV/VII, No. 6. P. 112–115.
2. **Гуцол А.Ф.** Эффект Ранка // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 6. С. 665–687.
3. **Пиралишвили Ш.А., Поляев В.М., Сергеев М.Н.** Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения. М.: Энергомаш, 2000. 412 с.
4. **Хинце И.О.** Турбулентность. Её механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
5. **Меркулов А.П.** Вихревой эффект и его применение в технике. М.: Машиностроение, 1969. 184 с.
6. **Суслов А.Д., Иванов С.В., Мурашкин А.В., Чижиков Ю.В.** Вихревые аппараты. М.: Машиностроение, 1985. 256 с.
7. **Халатов А.А.** Теория и практика закрученных потоков. Киев: Наукова Думка, 1989. 192 с.
8. **Гупта А., Лилли Д., Сайред Н.** Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 590 с.
9. **Абианц В.Х.** Теория газовых турбин реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1965. 312 с.
10. **Жирицкий Г.С., Локай В.И., Макутова М.К., Стрункин В.А.** Газовые турбины двигателей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1971. 620 с.
11. **Hilsh R.** The use of the expansion of gases in a centrifugal field as cooling process // Review Scientific Instruments. 1947. Vol. 18, Iss. 2. P. 108–113.

12. **Латыпов А.Ф.** О решении экстремальных задач с ограничениями // Изв. СО АН СССР. Серия технических наук. 1974. Вып. 3, № 13. С. 49–50.
13. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы. М.: Наука, 1987. 598 с.
14. **Гуляев А.И.** Исследование конических вихревых труб // Инж.-физ. журн. 1965. Т. 10, № 3. С. 326–331.
15. **Чижиков Ю.В.** Определение диаметра вихревой трубы в зависимости от степени расширения газа // Изв. вузов СССР. Машиностроение. 1972. № 7. С. 87–90.
16. **Чижиков Ю.В.** Развитие теории, методов расчета и промышленное использование вихревого эффекта: дисс. ... докт. техн. наук. М., 1998. 289 с.

*Статья поступила в редакцию 5 апреля 2019 г.,
после доработки — 13 мая 2019 г.,
принята к публикации 4 июня 2019 г.*