О ВЛИЯНИИ ТРЕТЬЕГО ИНВАРИАНТА ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ НЕУПРОЧНЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

А. Ф. Никитенко (Новосибирск)

Исходя из гипотезы существования потенциальной функции скоростей деформаций ползучести и следуя идеям, развитым в [1,2], предлагается частный вид потенциальной функции для несжимаемых неупрочняющихся материалов с различными характеристиками ползучести при растяжении и сжатии. Приводятся соображения по определению экспериментальных констант материала.

1. Предположим, что ползучесть неупрочняющихся материалов при одноосном напряженном состоянии описывается зависимостью вида

$$\eta = B\,|\sigma|^n \tag{1.1}$$

Показатель ползучести n при растяжении и сжатии предполагается одинаковым, коэффициенты ползучести B при растяжении и сжатии считаются различными и в дальшем обозначаются B_+ и B_- соответственно, η — скорость деформаций ползучести, σ — напряжение.

Запишем однородную относительно напряжений потенциальную функцию Φ для скоростей деформаций ползучести в следующем виде:

$$\Phi = B_0 (S_2^{k} + \beta S_2^{k-1.5\lambda} S_3^{\lambda})^{(n+1)/2k}, \qquad \eta_{ij} = \partial\Phi / \partial\sigma_{ij} \tag{1.2}$$

Здесь

$$S_2 = {}^1/_2\, \sigma_{ij}{}^\circ \sigma_{ij}{}^\circ, \qquad S_3 = -\sigma_{ik}{}^\circ \sigma_{kj}{}^\circ \sigma_{ji}{}^\circ, \qquad \sigma_{ij}{}^\circ = \sigma_{ij} - {}^1/_3 \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

Здесь σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, η_{ij} — компоненты девиатора скоростей деформаций ползучести, B_0, k, n, λ — константы материала.

Если ввести угол вида напряженного состояния ξ, где

$$\sin 3\xi = {}^1/_2 \sqrt{3}\, S_3 / S_2^{3/2}$$

то (1.2) примет вид

$$\Phi = B_0 S_2^{1/2\,(n+1)} [1 + \alpha (\sin 3\xi)^{\lambda}]^{1/2\,(n+1)/k} \tag{1.3}$$

Компоненты девиатора скоростей деформаций ползучести будут

$$\eta_{ij} = \frac{(n+1) B_0 S_2^{1/2\,(n-1)}}{2} [1 + \alpha (\sin 3\xi)^{\lambda}]^{1/2\,(n+1-2k)/k} \left\{\left[1 + \frac{\alpha (2k - 3\lambda)(\sin 3\xi)^{\lambda}}{2k}\right] \times \right.$$
$$\left. \times \sigma_{ij}{}^\circ - \frac{3}{2} \frac{\lambda\alpha}{k} \left(\frac{3}{S_2}\right)^{1/2} (\sin 3\xi)^{\lambda-1} \left(\sigma_{ik}{}^\circ \sigma_{kj}{}^\circ - \frac{2}{3} S_2 \delta_{ij}\right)\right\}$$
$$\left(\alpha = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{\lambda} \beta\right) \tag{1.4}$$

Для «фазы подобия» девиаторов ω получим следующее соотношение [2,3]:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{1}{2S_2} \frac{\partial\Phi / \partial\xi}{\partial\Phi / \partial S_2} = \frac{3}{2} \frac{\lambda\alpha}{k} \frac{(\sin 3\xi)^{\lambda-1} \cos 3\xi}{1 + \alpha (\sin 3\xi)^{\lambda}} \tag{1.5}$$

Из (1.4) очевидно, что для материалов с различными характеристиками ползучести на растяжение и сжатие необходимо, чтобы λ было числом нечетным.

В ряде экспериментов, например [4], при чистом кручении образцов наблюдалась небольшая осевая ползучесть. Чтобы описать данный экспериментальный факт, следует на основании (1.5) положить $\lambda = 1$.

Таким образом, для задания потенциальной функции (1.3) необходимо определить параметры n, α, k, B_0. Показатель ползучести n определяется из (1.1) обычно [2]. Далее, полагая в (1.4) последовательно отличными от нуля $\sigma_{11} = \sigma > 0$ ($\xi = -{}^1/_6\pi$) и $\sigma_{33} = \sigma < 0$ ($\xi = {}^1/_6\pi$) и сравнивая полученные соотношения с (1.1), получаем

$$\alpha = \frac{A_- - A_+}{A_- + A_+}, \quad A_+ = \left(\frac{3^{(n+1)/2} B_+}{n+1}\right)^{2k/(n+1)}, \quad A_- = \left(\frac{3^{(n+1)/2} B_-}{n+1}\right)^{2k/(n+1)} \tag{1.6}$$

которые вместе с (1.5) позволяют определить α и k. Оставшаяся константа B_0 выражается через уже определенные

$$B_0 = [{}^1/_2 (A_- + A_+)]^{(n+1)/2k}$$

Из данных соотношений видно, что если характеристики ползучести при растяжении и сжатии одинаковы $B_+ = B_-$, то $\alpha = 0$, а зависимости (1.3) и (1.4) переходят в общепринятые [2,5], при этом $\omega \equiv 0$.

2. Из (1.2) мощность рассеяния W при ползучести будет равна

$$W = \eta_{ij}\sigma_{ij} = (n+1)\Phi \tag{2.1}$$

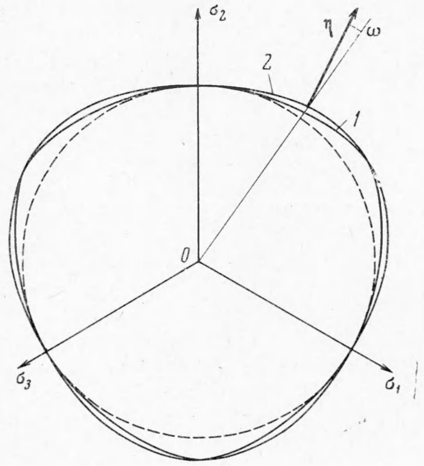
В пространстве напряжений поверхность постоянной диссипации энергии $W = \text{const}$ представляет собой цилиндрическую поверхность, ось симметрии которой перпендикулярна девиаторной плоскости и проходит через начало координат. Требование о выпуклости поверхности $W = \text{const}$ накладывает некоторые ограничения на константы α и k, определяемые из эксперимента. Действительно, в цилиндрической системе координат ρ, θ, z, где ось z совмещена с осью цилиндра, угол θ отсчитывается от направления в девиаторной плоскости, заданного относительно осей σ_1, σ_2, σ_3 направляющими косинусами $1 / \sqrt{2}$, 0, $-1 / \sqrt{2}$ соответственно, след цилиндра $W = \text{const}$ в девиаторной плоскости будет задан уравнением

$$\rho = C\,[1 + \alpha (\sin 3\theta)^{\lambda}\,]^{-1/2k} \tag{2.2}$$

$$\rho = {}^1/_3\sqrt{3}\,\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{2\sigma_2-\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3} = \operatorname{tg}\xi,$$

$$-\frac{\pi}{6} \leqslant \xi \leqslant \frac{\pi}{6}, \quad z = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{\sqrt{3}}$$



Из (1.6) и (2.2) сразу же следует, что $|\alpha| < 1$. Для выпуклости поверхности $W = \text{const}$ необходимо потребовать, чтобы уравнение, определяющее точки перегиба

$$\rho^2 + 2\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)^2 - \rho\,\frac{\partial^2\rho}{\partial^2\theta} = 0$$

или в развернутом виде при $\lambda = 1$

$$(4k^2 - 9)\alpha^2 \sin^2 3\theta + 2(4k - 9)k\alpha \sin 3\theta + 9(1-2k)\alpha^2 + 4k^2 = 0 \tag{2.3}$$

не имело решения. Соответствующий анализ уравнения (2.3) очень прост и поэтому здесь не приводится.

На фигуре в девиаторной полоскости показаны сечения $W = \text{const}$ при следующих исходных данных:

$$n = 9, \quad B_+ / B_- = 3, \quad k = -3, \quad \alpha = 0.32 \quad \text{(фигура, кривая 2)},$$

$$n = 9, \quad B_+ / B_- = 3, \quad k = 10, \quad \alpha = -0{,}8 \quad \text{(фигура, кривая 1)},$$

где пунктирной линией для сравнения показана окружность Мизеса. Вследствие (2.1) вектор скоростей деформаций ползучести будет ортогонален к поверхности $W = \text{const}$.

В заключение следует указать, что аналогичный анализ с построением соответствующей потенциальной функции можно провести для материалов, ползучесть которых при одноосном напряженном состоянии описывается зависимостью вида

$$\eta = K \exp(\varkappa\sigma)$$

с различными константами K и $\varkappa$ при растяжении и сжатии.

Автор благодарит О. В. Соснина за постоянное внимание к данной работе.

Поступила
9 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Опытные данные по ползучести технических сплавов и феноменологические теории ползучести (обзор). ПМТФ, 1965, № 1.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966.
3. Новожилов В. В. О связи межу напряжениями и деформациями в нелинейно-упругой среде. ПММ, 1951, т. 15, вып. 2.
4. Трунин И. И. Оценка сопротивления длительному разрушению и некоторые особенности деформирования при сложном напряженном состоянии. ПМТФ, 1963, № 1.
5. Качанов Л. М. Теория ползучести. М., Физматгиз, 1960.