

УДК 533.72; 532

ДИФФУЗИО- И ФОТОФОРЕЗ НАГРЕТЫХ КРУПНЫХ НЕЛЕТУЧИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Н. В. Малай*, Е. Р. Щукин**, З. Л. Шулиманова***, Д. Н. Ефимцева*

* Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
308007 Белгород, Россия

** Институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

*** Российский университет транспорта, 127994 Москва, Россия

E-mails: malay@bsu.edu.ru, evgrom@yandex.ru, zinaida110@yandex.ru, 811385@bsu.edu.ru

В приближении Стокса при значениях чисел Рейнольдса и Пекле, много меньших единицы, проведено теоретическое исследование происходящего в поле градиента концентраций компонентов бинарной газовой смеси стационарного движения крупной твердой нелетучей аэрозольной частицы сферической формы, внутри которой действуют тепловые источники. При этом полагалось, что средняя температура поверхности частицы значительно отличается от температуры окружающей ее бинарной газовой смеси. Уравнения газовой динамики решены с учетом степенной зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры, в граничных условиях учтены диффузионное и тепловое скольжение. Численные оценки показывают, что диффузио- и фотофоретическая силы и скорость существенно зависят от средней температуры поверхности частицы.

Ключевые слова: диффузио- и фотофорез, нагретые крупные нелетучие сферические частицы.

DOI: 10.15372/PMTF20200314

Введение. В газообразных средах упорядоченное движение аэрозольных частиц может происходить под действием сил различной, в том числе молекулярной, природы, например диффузио- и фотофоретической сил. Диффузиофоретическая сила вызывает упорядоченное движение частиц в двух- и многокомпонентных газообразных средах с неоднородным распределением ее компонентов, обусловленным внешними градиентами концентрации. Скорость, приобретаемая частицами, когда действие диффузиофоретической силы уравновешивается силой вязкого сопротивления среды, называется диффузиофоретической [1–3]. Фотофорез в газе представляет собой движение частиц в поле электромагнитного излучения под действием радиометрической силы [4, 5]. При взаимодействии электромагнитного излучения с частицей внутри нее происходит выделение тепловой энергии с объемной плотностью q_i , вследствие чего частица неоднородно нагревается. Молекулы газа, окружающие частицу, после соударения с ее поверхностью отражаются от нагретой поверхности частицы с большей скоростью, чем от холодной. В зависимости от размеров, формы, оптических свойств материала частицы, длины волны излучения более

горячей может оказаться как освещенная, так и теневая поверхность частицы. Поэтому может иметь место и положительный (движение частицы в направлении распространения излучения), и отрицательный (движение частицы в противоположном направлении) фотофорез. Явления диффузио- и фотофореза практически всегда наблюдаются в термодинамически неравновесных аэродисперсных системах.

Диффузио- и фотофоретическая силы могут оказывать значительное влияние на процесс осаждения частиц в каналах тепло- и массообменников, на движение частиц в зонах “просветления” дисперсных систем; их можно использовать при проведении тонкой очистки небольших объемов газов, отборе аэрозольных проб, нанесении специальных покрытий заданной толщины из частиц с заданными свойствами и т. д. В теоретических работах, посвященных исследованию диффузио- и фотофореза, эти явления хорошо изучены при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы [1–5]. Под относительным перепадом температуры понимается отношение разности средней температуры поверхности частицы T_{iS} и температуры газообразной среды вдали от нее T_∞ к последней. Относительный перепад температуры считается малым, если выполняется неравенство $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \ll 1$, и значительным, если $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \sim O(1)$ (индекс i соответствует частице, S — физическим величинам при средней температуре поверхности частицы, индекс ∞ — физическим величинам, характеризующим газообразную среду в невозмущенном потоке). В последнем случае частица называется нагретой. Нагрев поверхности частицы может быть обусловлен, например, протеканием объемной химической реакции, радиоактивным распадом вещества частицы, поглощением частицей электромагнитного излучения и т. п.

В случае $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \sim O(1)$ при решении уравнений газовой динамики необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. При этом газообразная среда считается неизотермической, и система газодинамических уравнений, описывающая такую среду, становится нелинейной. Работ, посвященных исследованию движения частиц при значительных относительных перепадах температуры в газообразных средах, недостаточно, в частности рассматривались только гравитационное движение нагретых крупных твердых частиц [6], термофорез крупных нагретых твердых частиц [7] и фотофорез нагретых крупных твердых частиц [8]. В работах [6–8] показано, что нагрев поверхности частиц может оказать существенное влияние на их движение.

В настоящее время увеличивается интерес к исследованию поведения взвешенных частиц в термодинамически неравновесных системах (см., например, [9–11]). В данной работе рассматривается совместное воздействие диффузио- и фотофоретической сил на нагретую крупную нелетучую частицу сферической формы, взвешенную в бинарной газовой смеси.

1. Постановка задачи. В бинарной газовой смеси с плотностью ρ_e , теплопроводностью λ_e , диффузией D_{12} и динамической вязкостью μ_e находится твердая аэрозольная частица сферической формы с радиусом R (индекс e соответствует газу). Внутри частицы действуют неравномерно распределенные тепловые источники с плотностью q_i . Частица считается крупной [1]. Газовая среда состоит из двух компонентов, относительные концентрации которых обозначим через C_1, C_2 . Здесь $C_1 = n_1/n$; $C_2 = n_2/n$; $n = n_1 + n_2$; $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$; $\rho_1 = m_1 n_1$; $\rho_2 = m_2 n_2$; $m_1 n_1, m_2 n_2$ — масса и численная концентрация молекул первого и второго компонентов бинарной смеси. При определении диффузио- и фотофоретической сил и скорости будем полагать, что выполняется неравенство $C_1 \ll C_2$.

Поскольку частица является нагретой, при описании свойств газообразной среды и частицы учитывается степенной вид зависимостей коэффициентов молекулярного переноса от температуры [12]:

$$\mu_e = \mu_\infty t_e^\beta, \quad \lambda_e = \lambda_\infty t_e^\alpha, \quad D_{12} = D_\infty t_e^{1+\omega}, \quad \lambda_i = \lambda_{i0} t_i^\gamma,$$

где $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$; $\lambda_\infty = \lambda_e(T_\infty)$; $D_\infty = D_{12}(T_\infty)$; $\lambda_{i0} = \lambda_i(T_\infty)$; $t_k = T_k/T_\infty$ ($k = e, i$); $0,5 \leq \alpha \leq 1,0$; $0,5 \leq \beta \leq 1,0$; $0,5 \leq \omega \leq 1,0$; $-1 \leq \gamma \leq 1$. Значения теплопроводности, динамической вязкости и диффузии, например для бинарной газовой смеси воздух — CO_2 , взяты при $\alpha = 0,81$, $\beta = 0,72$, $\omega = 0,70$ ($273 \text{ K} \leq T_e \leq 900 \text{ K}$). Относительная погрешность аппроксимации не превышает 5 % [12].

При теоретическом исследовании диффузио- и фотофореза будем полагать, что в силу малости времени тепловой релаксации процесс тепло- и массопереноса в системе частица — бинарная газовая смесь является квазистационарным. Движение частицы происходит при малых значениях чисел Пекле и Рейнольдса, свободной конвекцией пренебрегается (число Грасгофа много меньше единицы). Задачу решаем с помощью гидродинамического метода, при этом основные гидродинамические переменные находим в процессе решения уравнений гидродинамики с соответствующими граничными условиями.

Вывод выражений для диффузио- и фотофоретической сил и скорости удобно проводить в сферической системе координат (r, θ, φ) , связанной с центром масс аэрозольной частицы. Вследствие этого решение задачи сводится к анализу обтекания частицы бесконечным плоскопараллельным потоком газа, скорость $\mathbf{U}_\infty$ которого подлежит определению ($\mathbf{U}_\infty \parallel Oz$). Ось z направлена горизонтально вдоль постоянного на бесконечности градиента концентрации $\nabla C_{1\infty}$ первого компонента бинарной газовой смеси. Распределения скоростей, давлений, относительных концентраций и температур обладают аксиальной симметрией относительно оси Oz . При указанном выборе начала системы координат нагретую частицу можно считать неподвижной, а внешнюю среду (бинарный газ) — движущейся со скоростью $\mathbf{U}_\infty = -\mathbf{U}_{dph}$ ($\mathbf{U}_{dph}$ — скорость диффузио- и фотофореза) в направлении, противоположном направлению фактического движения нагретой частицы.

С учетом сделанных допущений решаем систему газодинамических уравнений [13]

$$\operatorname{div}(\lambda_e \nabla T_e) = 0, \quad \operatorname{div}(\lambda_i \nabla T_i) = q_i; \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{n^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \nabla C_1\right) = 0, \quad n = \frac{P_e}{kT_e}; \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} P_e = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial U_k^{(e)}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^{(e)}}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_k^j \frac{\partial U_n^{(e)}}{\partial x_n} \right) \right], \quad \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_e U_k^{(e)}) = 0$$

при следующих граничных условиях:

$$y \rightarrow \infty: \quad U_r^{(e)} = U_\infty \cos \theta, \quad U_\theta^{(e)} = -U_\infty \sin \theta, \quad P_e = P_\infty, \quad (1.3)$$

$$C_1 = C_0 + |\nabla C_{1\infty}| r \cos \theta, \quad T_e = T_\infty \quad (y = r/R);$$

$$y \rightarrow 0: \quad T_i \neq \infty; \quad (1.4)$$

$$y = 1: \quad T_e = T_i, \quad -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} = -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} - \sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_\infty^4), \quad \frac{\partial C_1}{\partial y} = 0; \quad (1.5)$$

$$U_r^{(e)} = 0, \quad U_\theta^{(e)} = K_{TS} \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta}. \quad (1.6)$$

Здесь x_k — декартовы координаты; $U_k^{(e)}$ — компоненты массовой скорости; k — постоянная Больцмана; $\nu_e = \mu_e/\rho_e$ — кинематическая вязкость; $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$; σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; σ_1 — интегральная степень черноты; K_{TS} , K_{DS} — коэффициенты теплового и диффузионного скольжения. В краевых условиях на поверхности частицы (1.5), (1.6) учитываются равенство температур и непрерывность радиального потока тепла с учетом теплового излучения, равенство нулю нормальной компоненты массовой скорости, тепловое и диффузионное скольжение для касательной компоненты массовой

скорости, а также непроницаемость поверхности частицы для радиального потока первого компонента бинарной газовой смеси. Стандартные условия обтекания и заданный вдали от частицы градиент концентрации первого компонента бинарной газовой смеси учтены в краевом условии (1.3), а конечность физических величин в объеме частицы — в (1.4). Поскольку задача решается гидродинамическим способом, т. е. решаются уравнения газовой динамики, граничные условия полагаются известными.

При проведении численных оценок необходимо знать значения коэффициентов теплового и диффузионного скольжения. Коэффициенты теплового и диффузионного скольжения определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана и в общем случае зависят от вида используемой модели межмолекулярного взаимодействия, средней температуры поверхности частицы и соотношения масс молекул смеси [11, 14, 15]. Если в краевом условии $C_{1e} = C_0 + |\nabla C_{1\infty}| r \cos \theta$ перейти к безразмерной переменной y , то в задаче появляется малый безразмерный параметр $\varepsilon = R|\nabla C_{1\infty}| \ll 1$. Нетрудно показать, что скорость крупной твердой частицы в поле градиента концентрации пропорциональна $|U_{dh}| \sim D_{12} |\nabla C_{1\infty}| \sim (D_{12}/R)\varepsilon$ [1–3]. Это означает, что при рассмотрении диффузиофореза можно ограничиться поправками до первого порядка малости по ε . С учетом сказанного выше необходимо разложить коэффициенты скольжений в ряд по малому параметру, а учитывая граничное условие для касательной компоненты массовой скорости, а также работы [14, 15], в качестве нулевого приближения при численных оценках силы и скорости диффузио- и фотофореза можно выбрать значения $K_{TS}^{(0)} = 1,161$, $K_{DS}^{(0)} = 0,27$ [1, 14, 15].

Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные μ_∞ , ρ_∞ , λ_∞ , D_∞ и не меняющиеся в процессе движения частицы параметры R , T_∞ , $|\nabla C_{1\infty}|$, U_∞ . Из этих параметров можно составить числа Рейнольдса ($Re_\infty = RU_\infty/D_\infty$). Таким образом, при описании диффузиофореза роль малого параметра выполняет $\varepsilon = R|\nabla C_{1\infty}|$, а при описании фотофореза — $\varepsilon = Re_\infty$.

При $\varepsilon \ll 1$ решение уравнений гидродинамики будем искать в виде

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{V}^{(0)} + \varepsilon \mathbf{V}_e^{(1)} + \dots, \quad P_e = P_e^{(0)} + \varepsilon P_e^{(1)} + \dots \quad (1.7)$$

($\mathbf{V}_e = \mathbf{U}_e/U_\infty$).

Из граничных условий следует, что компоненты массовой скорости $V_r^{(e)}$, $V_\theta^{(e)}$ следует искать в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [13]. Для определения общей силы, действующей на частицу, достаточно получить первые члены этих разложений. Тогда выражения для компонент массовой скорости нулевого приближения (1.7) находим в виде

$$V_r^{(e)}(y, \theta) = \cos \theta G(y), \quad V_\theta^{(e)}(y, \theta) = -\sin \theta g(y),$$

где $G(y)$, $g(y)$ — произвольные функции, зависящие от координаты y .

2. Поля температур вне и внутри частицы и поля относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси. Для определения диффузио- и фотофоретической сил и скорости необходимо знать поля температур вне и внутри частицы, а также распределение относительной концентрации первого компонента. Для этого решим уравнения (1.1), (1.2). Решения уравнений (1.1) будем искать с использованием теории возмущений [16]:

$$t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y, \theta), \quad t_i(y, \theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y, \theta), \quad (2.1)$$

где

$$t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y}\right)^{1/(1+\alpha)}, \quad t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy\right)^{1/(1+\gamma)}, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3,$$

$$t_{e1}(y) = \frac{\cos \theta}{t_{e0}^\alpha} \frac{\Gamma_1}{y^2}, \quad t_{i1}(y) = \frac{\cos \theta}{t_{i0}^\gamma} \left[B_1 y + \frac{H_1}{y^2} + \frac{1}{3} \left(y \int_1^y \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right) \right],$$

$$H_0 = \frac{(1+\gamma)R^2}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_0, \quad H_1 = \frac{R}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_1, \quad J_0 = \frac{1}{V} \int_V q_i dV, \quad J_1 = \frac{1}{V} \int_V q_i z dV, \quad x = \cos \theta,$$

$$\psi_0 = -\frac{R^2(1+\gamma)}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) dx, \quad \psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) x dx \quad \left(t_k = \frac{T}{T_\infty}, \quad k = e, i \right),$$

$\int_V q_i z dV$ — дипольный момент плотности тепловых источников [8, 10]; $z = r \cos \theta$; $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$; интегрирование проводится по всему объему частицы.

Решение уравнения диффузии (1.2) будем искать в виде

$$C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta). \quad (2.2)$$

Подставляя (2.2) в уравнение диффузии (1.2), получаем два уравнения

$$\operatorname{div}(t_{e0}^\omega \nabla C_{10}) = 0, \quad \operatorname{div}(t_{e0}^\omega \nabla C_{11} + \omega t_{e0}^{\omega-1} t_{e1} \nabla C_{10}) = 0. \quad (2.3)$$

Интегрируя первое уравнение (2.3) два раза, получаем следующее выражение, удовлетворяющее краевому условию (1.4):

$$C_{10}(y) = C_0 + M_0(t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1). \quad (2.4)$$

Решение второго уравнения (2.3) будем искать в виде

$$C_{11}(y, \theta) = \tau(y) \cos \theta. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5), (2.4), (2.1) в (2.3), получаем

$$y^2 \frac{d^2 \tau}{dy^2} + y \left(2 - \frac{\omega l}{1+\alpha} \right) \frac{d\tau}{dy} - 2\tau = -\frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} \omega \frac{M_0 l(2-l)}{t_{e0}^\omega y^2} \Gamma_1. \quad (2.6)$$

Решение однородного уравнения (2.6) находим в виде

$$y^2 \frac{d^2 \tau}{dy^2} + y \left(2 - \frac{\omega l}{1+\alpha} \right) \frac{d\tau}{dy} - 2\tau = 0. \quad (2.7)$$

Точка $y = 0$ для уравнения (2.7) является регулярной особой точкой, поэтому его решение будем искать в виде обобщенного степенного ряда [17]

$$\tau(y) = y^\rho \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n l^n, \quad l = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}, \quad \Delta_0 \neq 0. \quad (2.8)$$

Подставляя (2.8) в (2.7), получаем определяющее уравнение $\rho^2 + \rho - 2 = 0$, корни которого равны $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = -2$.

Первое решение уравнения (2.7), соответствующее большему по модулю корню, находим в виде

$$\Phi_1(y) = \frac{1}{y^2} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} l^n \quad (\Delta_0^{(1)} = 1). \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.7) и используя метод неопределенных коэффициентов, для коэффициентов $\Delta_n^{(1)}$ ($n \geq 1$) получаем рекуррентную формулу

$$\Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+1)} \left[(n+1) \left(2n-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-1}^{(1)} - (n-2) \left(n-1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-2}^{(1)} \right].$$

Второе решение (2.7) находим в виде

$$\Phi_2(y) = y \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(2)} l^n + \frac{a_2}{y^2} \ln(y) \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} l^n \quad (\Delta_0^{(2)} = 1).$$

Аналогичным образом получаем рекуррентную формулу для коэффициентов $\Delta_n^{(2)}$ ($n \geq 4$):

$$\begin{aligned} \Delta_n^{(2)} = \frac{1}{n(n-3)} & \left\{ (n-2) \left(2n-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-1}^{(2)} - (n-2) \left(n-1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-2}^{(2)} + \right. \\ & \left. + \frac{a_2}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1) \left[(2k+3) \Delta_k^{(1)} - \left(2k-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{k-1}^{(1)} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\Delta_0^{(1)} = \Delta_0^{(2)} = \Delta_3^{(2)} = 1, \quad \Delta_1^{(2)} = -\frac{\omega}{2(1+\alpha)}, \quad \Delta_2^{(2)} = 1, \quad \frac{a_2}{2\Gamma_0^3} = \frac{\Delta_1^{(2)}}{6} \left(2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right),$$

$$\Delta_n^{(1)} = 0, \quad \Delta_n^{(2)} = 0$$

при $n < 0$.

Частное решение неоднородного уравнения имеет вид

$$\Phi_3(y) = -\frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} \omega \frac{l(2-l)}{y^2 t_{e0}^\omega} M_0 \Gamma_1.$$

Таким образом, имеем

$$C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta),$$

где $C_{10}(y) = C_0 + M_0(t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1)$; $C_1(y, \theta) = \cos \theta (D_1 \Phi_2(y) + M_1 \Phi_1(y) + \Phi_3(y))$.

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур и концентрации первого компонента, определяются из граничных условий на поверхности частицы:

$$\Gamma_1 = \frac{R t_{eS}^\alpha}{\lambda_{iS} T_\infty \delta} J_1, \quad \Gamma_0 = t_{eS}^{1+\alpha} - 1, \quad M_1 = -\frac{\Phi_2^I(1)}{\Phi_1^I(1)}.$$

Здесь $\delta = 1 + 2\lambda_{eS}/\lambda_{iS} + (4\sigma_0\sigma_1 R/\lambda_{iS}) T_{e\infty}^3 t_{eS}^3$; $\lambda_{iS} = \lambda_{i0} t_{iS}^\gamma$; $\lambda_{eS} = \lambda_{e\infty} t_{eS}^\alpha$; $\Phi_1^I(1)$, $\Phi_2^I(1)$ — первые производные от соответствующих функций, взятые при $y = 1$, $t_{iS} = t_{i0}$ ($y = 1$), $t_{eS} = t_{e0}$ ($y = 1$).

Среднее значение температуры поверхности частицы $T_{iS} = t_{iS} T_\infty$ определяется из решения системы трансцендентных уравнений

$$t_{iS} = t_{eS}, \quad \frac{l^{(S)}}{1+\alpha} t_{eS} = \frac{R^2}{3\lambda_{eS} T_\infty} J_0 - \sigma_0\sigma_1 \frac{R T_\infty^3}{\lambda_{eS}} (t_{eS}^4 - 1), \quad l^{(S)} = \frac{t_{eS}^{1+\alpha} - 1}{t_{eS}^{1+\alpha}}. \quad (2.10)$$

Степень неоднородности распределения энергии излучения в частице зависит от оптических констант материала частицы m_S и параметра дифракции x_a . Тогда выражение для плотности излучения, трансформируемой в тепло, можно записать в виде $q_i = 4\pi(n_S a_S / (n_0 \lambda_0)) I_0 B_S$, где $m_S = n_S + i a_S$; $x_a = 2\pi R / \lambda_0$; n_S — показатель преломления; a_S — показатель поглощения; n_0 — показатель преломления среды; I_0 , λ_0 — интенсивность

и длина волны изучения; B_S — функция координат, рассчитываемая с использованием теории Ми [11].

При выполнении неравенства $\lambda_e \ll \lambda_i$, справедливого для большинства газообразных сред, теплопроводность частицы много больше теплопроводности газа, тогда в выражении для динамической вязкости можно пренебречь зависимостью от угла θ в системе частица — газ (в предположении, что имеет место слабая угловая асимметрия распределения температуры). С учетом этого можно считать, что вязкость зависит только от температуры $t_{e0}(r)$, т. е. $\mu_e(t_e(r, \theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(r))$. Это допущение позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части (связь между ними осуществляется с помощью граничных условий).

3. Решение гидродинамической задачи. Анализ полученных результатов.

Результаты исследования линеаризованного по скорости уравнения Навье — Стокса в сферической системе координат показывают, что в случае если теплопроводность частицы много больше теплопроводности газа (слабая угловая асимметрия распределения температуры), это уравнение может быть сведено к неоднородному дифференциальному уравнению третьего порядка с изолированной особой точкой, решение которого можно искать в виде обобщенных степенных рядов (см. [6]).

Таким образом, общие выражения для компонент массовой скорости, удовлетворяющие условию ограниченности решения при $y \rightarrow \infty$, имеют вид

$$U_r^{(e)} = U_\infty \cos \theta G(y), \quad G(y) = A_1 G_1 + A_2 G_2 + G_3,$$

$$U_\theta^{(e)} = -U_\infty \sin \theta g(y), \quad g(y) = A_1 G_4 + A_2 G_5 + G_6,$$

$$P_e = P_\infty + \frac{\mu_\infty U_\infty}{R} t_{e0}^\beta \left\{ \frac{y^2}{2} \frac{d^3 G}{dy^3} + y \left[3 + \frac{\beta - 1}{2} y f \right] \frac{d^2 G}{dy^2} - \right. \\ \left. - \left[2 - y^2 f^I - \frac{\beta}{2} y^2 f^2 + (\beta - 2) y f \right] \frac{dG}{dy} + 2 \left[y^2 f^{II} + y f^I (4 + y \beta f) - \frac{2}{3} f \right] G \right\},$$

где

$$f = -\frac{l}{y(1 + \alpha)}, \quad G_k = \left(1 + \frac{l}{2(1 + \alpha)} \right) G_{k-3} + \frac{1}{2} y G_{k-3}^I \quad (k = 4, 5, 6),$$

$f^I, f^{II}, G_1^I, G_2^I, G_3^I$ — первые и вторые производные по y от соответствующих функций,

$$G_1(y) = \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} l^n, \quad G_2(y) = \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(2)} l^n + \omega_2 \ln(y) G_1(y),$$

$$G_3(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(3)} l^n + \omega_3 \ln(y) G_1(y).$$

Значения коэффициентов $C_n^{(1)}$ ($n \geq 1$), $C_n^{(2)}$ ($n \geq 3$), $C_n^{(3)}$ ($n \geq 4$) определяются с помощью рекуррентных соотношений

$$C_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+3)(n+5)} \{ [(n-1)(3n^2 + 13n + 8) + \gamma_1(n+2)(n+3) + \gamma_2(n+2)] C_{n-1}^{(1)} - \\ - [(n-1)(n-2)(3n+5) + 2\gamma_1(n^2 - 4) + \gamma_2(n-2) + \gamma_3(n+3)] C_{n-2}^{(1)} + \\ + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{n-3}^{(1)} \},$$

$$\begin{aligned}
\Delta_k &= (3k^2 + 16k + 15)C_k^{(1)} - [(k-1)(6k+13) + \gamma_1(2k+5) + \gamma_2]C_{kk-1}^{(1)} + \\
&\quad + [3(k-1)(k-2) + 2\gamma_1(k-2) + \gamma_3]C_{k-2}^{(1)}, \\
C_n^{(2)} &= \frac{1}{(n+1)(n+3)(n-2)} \left\{ [(n-1)(3n^2+n-6) + \gamma_1n(n+1) + n\gamma_2]C_{n-1}^{(2)} - \right. \\
&\quad - [\gamma_3(n+1) + (n-1)(n-2)(3n-1) + 2\gamma_1n(n-2) + \gamma_2(n-2)]C_{n-2}^{(2)} + \\
&\quad + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_3 + \gamma_1(n-3)]C_{n-3}^{(2)} + \\
&\quad \left. + \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} \sum_{k=0}^{n-2} (n-k-1) \Delta_k - 6 \frac{(-\gamma_4)(1-\gamma_4) \cdots (n-1-\gamma_4)}{n!} \right\}, \\
C_n^{(3)} &= \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \left\{ (n-1)[3n^2-5n-4 + \gamma_1n + \gamma_2]C_{n-1}^{(3)} - \right. \\
&\quad - [(n-1)(n-2)(3n-4) + 2\gamma_1(n-1)(n-2) + \gamma_2(n-2) + n\gamma_3]C_{n-2}^{(3)} + \\
&\quad + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3]C_{n-3}^{(3)} + \\
&\quad \left. + \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1)\Delta_k \right\}.
\end{aligned}$$

При этом

$$\begin{aligned}
C_0^{(1)} &= 1, \quad C_0^{(2)} = 1, \quad C_0^{(3)} = 1, \quad C_1^{(3)} = 0, \quad C_2^{(2)} = 1, \quad C_2^{(1)} = -\frac{1}{8}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4), \\
\frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} &= -\frac{\gamma_3}{60}(10 + 3\gamma_1 + \gamma_2), \quad \gamma_4 = \frac{\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_1 = \frac{1-\beta}{1+\alpha}, \\
\frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} &= \frac{1}{15} \left[\frac{1}{4}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4)(4 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 3\gamma_3 + 3\gamma_4(\gamma_4 - 1) \right], \\
C_3^{(2)} &= \frac{\gamma_3}{4}, \quad C_3^{(3)} = 1, \quad \gamma_2 = 2\frac{1+\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{2+2\alpha-\beta}{(1+\alpha)^2},
\end{aligned}$$

при $n < 0$ $C_n^{(1)} = 0$, $C_n^{(2)} = 0$, $C_n^{(3)} = 0$.

Постоянные интегрирования A_1 , A_2 определяются из граничных условий на поверхности аэрозольной частицы.

Таким образом, в первом приближении по ε получены выражения для полей температур вне и внутри аэрозольной частицы, распределения относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси, а также распределения скорости и давления в ее окрестности.

Результирующая сила, действующая на частицу, определяется путем интегрирования тензора напряжений по поверхности аэрозольной частицы [13]:

$$F_z = \int_{(S)} (-P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \Big|_{r=R} \quad (3.1)$$

(σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$ — компоненты тензора напряжений).

Подставляя в (3.1) полученные выше выражения и интегрируя их, получаем выражение для общей силы

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\mu + \mathbf{F}_{ph} + \mathbf{F}_{dh},$$

где $\mathbf{F}_\mu = 6\pi R\mu_\infty U_\infty f_m \mathbf{n}_z$ — сила вязкого сопротивления среды; $\mathbf{F}_{ph} = -6\pi R\mu_\infty f_{ph} J_1 \mathbf{n}_z$ — фотофоретическая сила; $\mathbf{F}_{dh} = -6\pi R\mu_\infty f_{dh} |\nabla C_{1\infty}| \mathbf{n}_z$ — диффузиофоретическая сила; $\mathbf{n}_z$ — единичный вектор в направлении оси Oz .

Значения коэффициентов f_m , f_{ph} , f_{dh} можно оценить с помощью формул

$$f_m = \frac{2}{3} \frac{N_2}{N_1}, \quad f_{ph} = K_{TS}^{(0)} \frac{4\nu_{eS}}{3\delta T_\infty t_{eS}} \frac{G_1(1)}{N_1 \lambda_{iS}},$$

$$f_{dh} = K_{DS}^{(0)} \frac{4D_{12}^{(S)} G_1(1)}{3N_1} \frac{\Phi_2(1)\Phi_1^I(1) - \Phi_1(1)\Phi_2^I(1)}{\Phi_1^I(1)},$$

где $N_1(1) = G_1(1)G_2^I(1) - G_2(1)G_1^I(1)$; $N_2(1) = G_1(1)G_3^I(1) - G_3(1)G_1^I(1)$; $\nu_{eS} = \nu_{e\infty} t_{eS}^{1+\beta}$.

Приравнявая полную силу $\mathbf{F}$ к нулю, для скорости диффузио- и фотофореза $\mathbf{U}_{dph}$ твердой крупной нагретой частицы сферической формы в бинарной газовой смеси получаем выражение

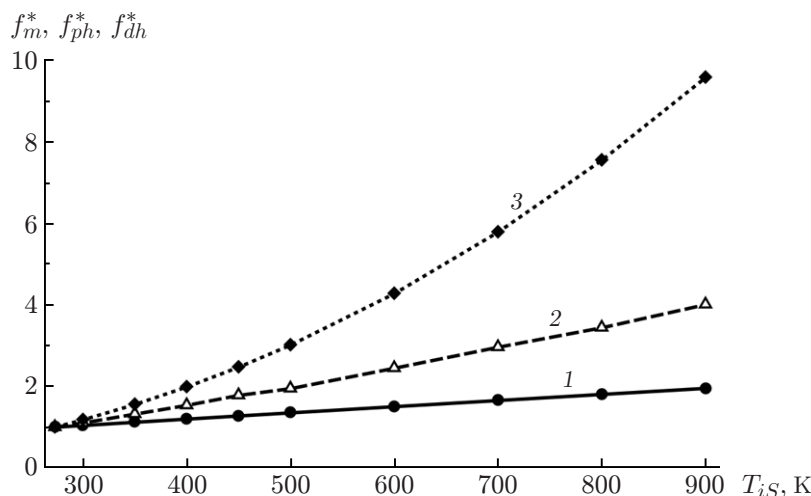
$$\mathbf{U}_{dph} = -(h_{ph} J_1 + h_{dh} |\nabla C_{1\infty}|) \mathbf{n}_z, \quad h_{ph} = f_{ph}/f_m, \quad h_{dh} = f_{dh}/f_m.$$

Функции $G_1(y)$, $G_1^I(y)$, $G_1^{II}(y)$, $G_2(y)$, $G_2^I(y)$, $G_2^{II}(y)$, $G_3(y)$, $G_3^I(y)$, $G_3^{II}(y)$, $\Phi_1(y)$, $\Phi_2(y)$, $\Phi_3(y)$, $N_1(y)$, $N_2(y)$ берутся при $y = 1$, $G_1^I(y)$, $G_1^{II}(y)$ и т. д., первая и вторая производные — от соответствующих функций.

Полученные формулы для силы и скорости диффузио- и фотофореза можно использовать также при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. В случае если величина нагрева поверхности частицы мала, т. е. средняя температура поверхности незначительно отличается от температуры окружающей среды вдали от частицы ($\Gamma_0 \rightarrow 0$), зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности от температуры можно пренебречь. Тогда при $y = 1$ имеем $G_1 = 1$, $G_1^I = -3$, $G_1^{II} = 12$, $G_1^{III} = -60$, $G_2 = 1$, $G_2^I = -1$, $G_2^{II} = 2$, $G_2^{III} = -6$, $G_3 = 1$, $G_3^I = 0$, $G_3^{II} = 0$, $G_3^{III} = -0$, $\Phi_1 = 1$, $\Phi_2 = 1$, $\Phi_3 = 0$, $N_1 = 2$, $N_2 = 3$. В этом случае формулы для силы и скорости диффузио- и фотофореза совпадают с известными результатами (см., например, [1–4]).

На рисунке приведены зависимости коэффициентов $f_m^* = f_m/f_m|_{T_{iS}=273 \text{ К}}$, $f_{ph}^* = f_{ph}/f_{ph}|_{T_{iS}=273 \text{ К}}$, $f_{dh}^* = f_{dh}/f_{dh}|_{T_{iS}=273 \text{ К}}$, входящих в выражения для силы сопротивления, фотофоретической и диффузиофоретической сил, от средней температуры T_{iS} для частиц меди радиусом $R = 25 \cdot 10^{-6}$ м, движущихся в бинарной газовой смеси воздух — CO_2 при нормальных условиях. Проведенные с помощью найденных формул численные оценки показывают, что величины f_m^* , f_{ph}^* , f_{dh}^* существенно зависят от средней температуры поверхности частицы.

Заключение. В работе получены соотношения, позволяющие оценивать силу и скорость диффузио- и фотофореза крупных нагретых нелетучих аэрозольных частиц сферической формы, когда средняя температура их поверхности существенно отличается от температуры газообразной среды вдали от них, в случае степенной зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. В граничных условиях учтено тепловое и диффузионное скольжение. Проведенные оценки показывают, что диффузио- и фотофоретическая силы и скорость существенно зависят от средней температуры поверхности частицы. Согласно полученным формулам для диффузио- и фотофореза при описании поведения нагретых крупных твердых частиц сферической формы в термодинамически неравновесных



Зависимости коэффициентов f_m^* (1), f_{ph}^* (2), f_{dh}^* (3) от средней температуры поверхности частицы T_{iS}

аэродисперсных системах, в которых с помощью внешних источников поддерживается малый постоянный градиент концентраций компонентов бинарной газовой смеси, необходимо учитывать совместное влияние этих эффектов, что обусловлено зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (теплопроводности и диффузии) от средней температуры поверхности частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Галоян В. С.** Динамика капель в неоднородных вязких средах / В. С. Галоян, Ю. И. Яламов. Ереван: Луйс, 1985.
2. **Яламов Ю. И., Гайдуков М. Н., Голиков А. М.** Два метода построения теории диффузиофореза крупных аэрозольных частиц // Коллоид. журн. 1977. Т. 39, № 6. С. 1132–1138.
3. **Яламов Ю. И., Обухов Б. А.** К теории диффузиофореза крупных нелетучих аэрозольных частиц // Журн. техн. физики. 1972. Т. 42, № 5. С. 1064–1068.
4. **Ehrenhaft F.** Die photophorese // Ann. Phys. 1918. Bd 55. S. 81–132.
5. **Cheremisin A. A., Kushnarenko A. V.** Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium // J. Aerosol Sci. 2013. V. 62. P. 26–39.
6. **Малай Н. В., Щукин Е. Р., Стукалов А. А., Рязанов К. С.** Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 1. С. 74–80.
7. **Малай Н. В., Лиманская А. В., Щукин Е. Р.** Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 2. С. 164–171.
8. **Малай Н. В., Лиманская А. В., Щукин Е. Р., Стукалов А. А.** Фотофорез нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // Журн. техн. физики. 2012. Т. 82, вып. 10. С. 42–50.
9. **Chyi-Yeou Soong, Wen-Ken Li, Chung-Ho, Pei-Yuan Tzeng.** Effect of thermal stress slip on microparticle photophoresis in gaseous media // Optics Lett. 2010. V. 35, N 5. P. 625–627.
10. **Береснев С. А., Ковалев Ф. Д., Кочнева Л. Б. и др.** О возможности фотофоретической левитации частиц в стратосфере // Оптика атмосферы и океана. 2003. Т. 16, № 1. С. 52–57.

11. **Черняк В. Г., Стариков С. А., Береснев С. А.** Диффузиофорез аэрозольной частицы в бинарной газовой смеси // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 3. С. 72–83.
12. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
13. **Ландау Л. Д.** Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Гостехтеоретиздат, 1954.
14. **Яламов Ю. И., Юшканов А. А., Савков С. А.** О диффузиофорезе умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц // Докл. АН. 1988. Т. 301, № 5. С. 1111–1114.
15. **Юшканов А. А., Савков С. А., Яламов Ю. И.** О зависимости коэффициентов скольжения от модели межмолекулярного взаимодействия // Инж.-физ. журн. 1986. Т. 51, № 4. С. 686–687.
16. **Васильева А. Б.** Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. М.: Высш. шк., 1990.
17. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Лань, 2003.

*Поступила в редакцию 18/IX 2019 г.,
после доработки — 2/XII 2019 г.
Принята к публикации 23/XII 2019 г.*
