

18. Мандкян Н. В., Акбалиян С. Г., Тумакян Г. А. и др. Закономерности экструзии порошковых биметаллических материалов // Порошковая металлургия.— 1991.— № 9.
19. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Несимметрия пластического течения в сходящихся осесимметричных каналах // ДАН СССР.— 1979.— Т. 246, № 3.
20. Tabata T., Masaki S. Density distribution in extruded products of porous metal // J. Jap. Soc. Tech. Plast.— 1976.— V. 17, N 188.
21. Tabata T., Masaki S., Shima S. Densification of green compacts by extrusion at low pressure // Int. J. Powder Metallurgy and Powder Technology.— 1984.— V. 20, N 1.
22. Карелин Ф. Р., Савкин А. Б. Исследование процесса компактирования порошка при горячей осадке и экструзии // Пластическая деформация конструкционных материалов.— М.: Наука, 1988.
23. Berghaus D. G., Primas R. J., Peawek H. B. Strain analysis for extrusion of powder metals // Experimental Mechanics.— 1988.— V. 28, N 3.
24. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина.— М.: Мир, 1988.
25. Штерн М. Б. К теории пластичности пористых тел и уплотняемых порошков // Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов.— Киев: Наук. думка, 1985.
26. Хилл Р. Общий метод анализа процессов металлообработки // Механика: Сб. пер.— 1964.— № 3.
27. Александров С. Е., Друянов Б. А. Спрессование уплотняемых материалов в закрытой прессформе // ПМТФ.— 1990.— № 1.
28. Штерн М. Б., Сердюк Г. Г., Максименко Л. А. и др. Феноменологические теории прессования порошков.— Киев: Наук. думка, 1982.
29. Глухов Л. М., Бахтин В. Г., Кудрин А. Б. и др. Исследование способов повышения качества порошковых изделий сложной формы при прессовании // Изв. вузов. Черная металлургия.— 1987.— № 3.

г. Москва  
г. Киев

Поступила 12/II 1992 г.

УДК 539.375

И. А. Волков

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕДНЫХ ПЛАСТИН ПРИ УДАРНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Известно [1], что при отражении импульса сжатия от свободной поверхности или от контактной границы с материалом меньшей акустической жесткости в теле возникают растягивающие напряжения, которые при определенных условиях могут привести к его разрушению — отколу. Неудовлетворенность исследователей результатами статического подхода к проблеме откольного разрушения привела, с одной стороны, к поиску новых критериев разрушения, а с другой — стимулировала изучение откола на микроуровне с разработкой количественного описания повреждений и выявлением роли микроструктуры вещества на деструктивные процессы [2]. В последние годы для описания откольного разрушения развит подход, согласно которому в определяющие соотношения (уравнения состояния) вводят некоторые ключевые переменные и соответствующие кинетические соотношения, характеризующие на макроуровне образование микропустот [3]. При этом в теоретических исследованиях, так же как и в экспериментальных, большое внимание уделяется одномерным задачам. Численное моделирование «простейших» (одномерных, квазиодномерных) экспериментов дает возможность более подробно проанализировать волновую картину в телах и установить степень адекватности и границы применимости определяющих соотношений. Кроме того, при численной реализации моделей таких экспериментов нет необходимости решать сложные краевые задачи, вследствие этого сокращаются до минимума погрешности, вносимые в результаты самой численной схемой решения задачи. Проведение таких расчетов и

сопоставление их результатов с экспериментальными позволяют в наиболее «чистом виде» оценить выбранную модель физического процесса.

В [4] на базе концепции механики поврежденной среды развита модель разрушения твердых тел при динамических воздействиях. В настоящей работе эта модель используется для численного анализа откольного разрушения медных пластин в плоских волнах разрежения и результаты вычислений сопоставляются с экспериментальными [5].

1. Для описания поведения материала в процессе неизотермического упругопластического деформирования, накопления повреждений используются уравнения [6], в которых радиус поверхности текучести зависит от уровня накопленной поврежденности. Допускается, что тензор деформации включает упругие деформации, не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса, пластические деформации, зависящие от процесса нагружения, и деструкционные, обусловленные разрыхлением материала, вследствие накопления повреждений, т. е.

$$(1.1) \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^d,$$

где  $\varepsilon_{ij}^e$ ,  $\varepsilon_{ij}^p$ ,  $\varepsilon_{ij}^d$  — упругая, пластическая и деструкционная составляющие  $\varepsilon_{ij}$  соответственно ( $\varepsilon_{ii}^p = 0$ ,  $\varepsilon_{ij}^d = \varepsilon_m^d \delta_{ij}$ ,  $\varepsilon_m^d = \varepsilon_{ii}/3$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ).

Упругие деформации при изменении напряжений подчиняются обобщенному закону Гука, а при изменении температуры — закону температурного расширения

$$(1.2) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} - \frac{\dot{G}}{G} \varepsilon_{ij}^e; \quad \dot{\varepsilon}_m^e = \frac{1}{3K} \dot{\sigma}_m - \frac{\dot{K}}{K} (\varepsilon_m^e - \alpha T) + \alpha \dot{T} + \dot{\alpha} T.$$

Здесь  $K = K(T)$  и  $G = G(T)$  — функции температуры  $T$ ;  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$  — девiatorная, а  $\sigma_m = \sigma_{ii}/3$  — шаровая составляющие тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ ;  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e - \varepsilon_m \delta_{ij}$  — девiator тензора малых деформаций;  $\varepsilon_m = \varepsilon_{ii}/3$  — объемная деформация среды;  $K$  — модуль объемного сжатия;  $G$  — модуль сдвига;  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения матрицы материала.

Уравнение поверхности текучести примем в форме Мизеса:

$$(1.3) \quad (S_{ij} - \rho_{ij})(S_{ij} - \rho_{ij}) = (1 - V_v)^2 R_p^2.$$

Согласно ассоциированному закону течения, имеем

$$(1.4) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda (S_{ij} - \rho_{ij}),$$

где  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора дозагрузки;  $R_p = R_p^0 + \int_0^t q \dot{T} dt$  — текущий радиус поверхности текучести;  $\rho_{ij} = \rho_{ij}^0 + \int_0^t g \dot{\varepsilon}_{ij}^p dt$  — координаты ее центра;  $g$  и  $q$  — экспериментально определяемые параметры [6].

Скорость изменения деструкционного компонента деформаций связана со скоростью изменения относительного объема полостей зависимостью [2]

$$(1.5) \quad \dot{\varepsilon}_m^d = (1/3) \dot{V}_v / (1 - V_v).$$

Эволюционное уравнение для величины поврежденности представим в виде

$$(1.6) \quad \dot{V}_v = \begin{cases} \frac{-F(V_v)}{\eta} \Delta p_s \operatorname{sign}(p_s), & \Delta p_s > 0, \\ 0, & \Delta p_s \leq 0. \end{cases}$$

Здесь

$$F(V_v) = \begin{cases} V_v^{1/3}(1 - V_v)^{2/3}, & V_v \leq 1/3, \\ \frac{3\sqrt[3]{16}}{9}V_v^{-1/3}(1 - V_v)^{-2/3}, & V_v > \frac{1}{3}, \end{cases} \quad \Delta_{P_s} = \begin{cases} |P_s| - p_0, & P_s \leq 0, \\ |P_s| - \frac{p_0}{(1 - V_v)^n}, & P_s > 0; \end{cases}$$

$$P_s = K(1/V_s - 1) + 3K\alpha(T - T_0);$$

$V_s$  — относительный объем матрицы материала;  $P_s$  — давление в твердом компоненте вещества;  $T - T_0$  — изменение температуры от  $T_0$  до  $T$ ;  $p_0$ ,  $\alpha$ ,  $n$  — параметры модели.

Снижение жесткости материала вследствие появления микродефектов учитывается путем введения эффективных модулей упругости [4]:

$$S_{ij} = 2\bar{G}(e_{ij} - e_{ij}^p), \quad e_{ij}^p = \int_0^t \dot{e}_{ij}^p dt,$$

$$\sigma_m = 3\bar{K}[\varepsilon_m - \alpha(T - T_0) - \varepsilon_m^d], \quad \varepsilon_m^d = \int_0^t \dot{\varepsilon}_m^d dt,$$

$$\text{где } \bar{G} = G(1 - V_v) \left( 1 - \frac{6K + 12G}{9K + 8G} V_v \right); \quad \bar{K} = 4GK(1 - V_v)/(4G + 3KV_v).$$

Критерий прочности материала с учетом его поврежденности представим в форме

$$(1.7) \quad J_{2\sigma} - \frac{1}{3}J_{1\sigma}^2 - \frac{\sigma_*}{2}(1 - V_v)^n \left[ 1 - 3\left(\frac{\tau_*}{\sigma_*}\right)^2 \right] J_{1\sigma} \geq \frac{1}{2}(1 - V_v)^2 \tau_*^2$$

( $J_{1\sigma}$  — первый, а  $J_{2\sigma}$  — второй инварианты тензора напряжений;  $\sigma_*$ ,  $\tau_*$  — пределы прочности матрицы материала на растяжение и сдвиг).

Уравнения состояния (1.1) — (1.5) совместно с уравнением кинетики полостей (1.6) и критерием разрушения (1.7) описывают процессы неизотермического упругопластического деформирования и накопления повреждений до стадии образования макротрешины.

2. В [5] решена задача о соударении со скоростью 185 м/с медных (меди OFHC) пластин толщиной 0,2 и 0,9 см. Представлена осциллограмма скорости свободной поверхности мишени. Для описания откольных явлений предложена модель, в которой разрушение представляется как процесс зарождения, роста и слияния микропор.

Ниже представлено численное решение этой задачи, полученное с использованием приведенных в данной работе определяющих соотношений. Для интегрирования системы разрешающих уравнений применяется явная конечно-разностная схема в переменных Лагранжа с введением в зонах ударного сжатия искусственной вязкости [7].

Расчетам предшествовал анализ влияния параметров конечно-разностной схемы (шага по пространственной координате, шага по времени) на результаты численного эксперимента. Указанные величины подбирались таким образом, чтобы их влияние на полученные результаты было минимальным. Использовалась конечно-разностная сетка с шагом по пространственной координате  $\Delta x = 0,01$  см и шагом по времени  $\Delta t = 0,008$  мкс. Кинетические параметры модели [4] определялись путем сравнения опытных данных с расчетными. При сопоставлении численных и экспериментальных результатов автор исходил из того, что приемлемая модель должна описывать историю скорости свободной поверхности мишени, так как она несет в себе информацию о кинетике процесса разрушения и действующих при этом напряжениях.

На рис. 1 по оси абсцисс отложено время, а по оси ординат — скорость движения тыльной поверхности мишени (сплошная линия — численные результаты, полученные автором, штриховая — экспериментальные данные [5]). Видно хорошее совпадение опытных и расчетных результатов. Эти и последующие расчеты получены при следующих дан-

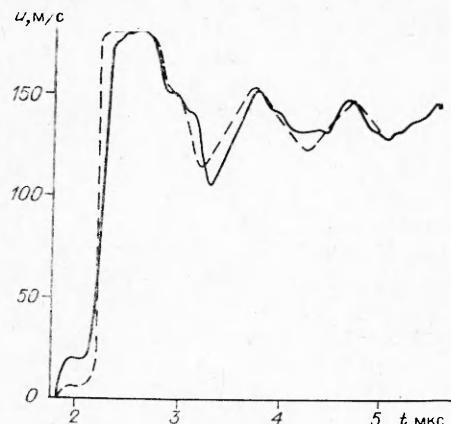


Рис. 1

ных для меди: плотность  $\rho = 8,92 \text{ г}/\text{см}^3$ , модуль сдвига  $G = 48,4 \text{ ГПа}$ , модуль объемного сжатия  $K = 136,4 \text{ ГПа}$ , предел текучести  $\sigma_s = 0,2 \text{ ГПа}$ , модуль упрочнения  $g = 0,9 \text{ ГПа}$ , кинетические параметры модели [4]:  $p_0 = 0,5 \text{ ГПа}$ ,  $\eta = 40 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $n = 0,5$ ,  $\sigma_* = 12 \text{ ГПа}$ ,  $\tau_* = 10 \text{ ГПа}$ .

С целью выяснения вопросов, связанных с чувствительностью модели к изменению скорости соударения, а также для проверки того, насколько удачно определены кинетические параметры, был проведен ряд расчетов взаимодействия медных пластин толщиной 0,2 и 0,9 см

при различных скоростях удара.

Условия соударения и результаты расчетов представлены на рис. 2, 3 и в таблице, где  $u_0$  — скорость пластины-ударника,  $\sigma_-$  — расчетная максимальная величина сжимающих напряжений в мишени,  $\sigma_+$  — амплитуда импульса растягивающих напряжений в плоскости откола,  $u_1$  — расчетная максимальная скорость свободной поверхности мишени,  $u_2$  и  $u_3$  — скорости в первом минимуме и втором максимуме соответственно,  $R$  — степень поврежденности, определенная в [8],  $\sigma_f$  — величина разрушающих напряжений [9].

На рис. 2 показано изменение во времени напряжений и относительного объема полостей в плоскости откола, а на рис. 3 — история изменения скорости свободной поверхности мишени для различных скоростей соударения. Сплошные линии на рис. 3 — результаты расчетов, полученные автором, штрихованные — численные результаты [5]. Номера кривых на рис. 2, 3 отвечают номерам вариантов в таблице.

При взаимодействии ударника и мишени в обе стороны от границы контакта движутся волны сжатия, амплитуда которых определяется ско-

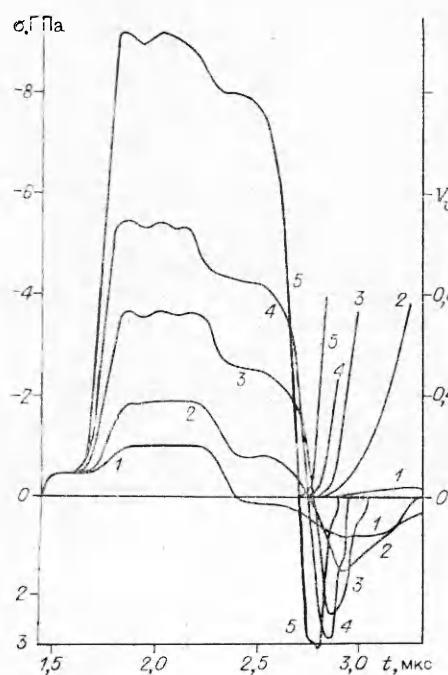


Рис. 2

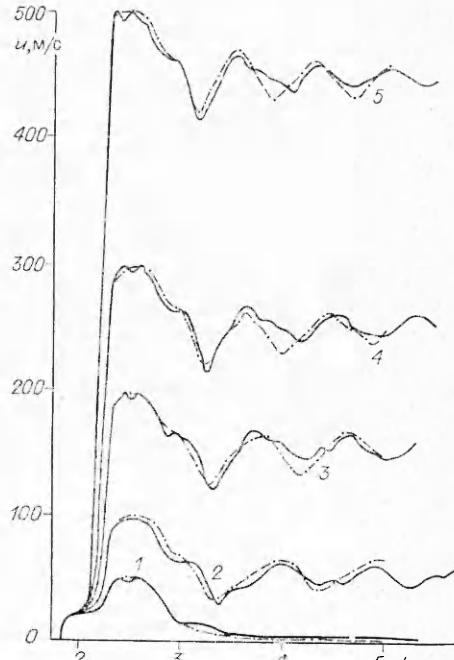


Рис. 3

Номер варианта	$u_0$ , м/с	$\sigma_-$	$\sigma_+$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$R$	$\sigma_f$ , ГПа
		ГПа		м/с				
1	50	0,95	0,80	48	5,5	—	0,115	—
2	100	1,85	1,55	96	29	61	0,635	1,20
3	200	3,65	2,40	197	121	167	0,844	1,36
4	300	5,47	2,91	298	215	266	0,899	1,48
5	500	9,17	3,05	500	415	466	0,932	1,52

ростью удара. Отражаясь от свободной поверхности в виде встречных волн разгрузки, они создают в мишени область, подверженную действию растягивающих напряжений. При достижении давлением порогового значения  $\rho_0$  начинается процесс накопления повреждений. С ростом их концентрации происходит разгрузка материала в зоне растущих полостей, что вызывает распространение откольного импульса в обе стороны от зоны разрушения.

На рис. 2 видно, что скорость роста относительного объема полостей возрастает с увеличением интенсивности воздействия. При ударе с  $u_0 = 50$  м/с в мишени образуются лишь незначительные микронесплошности ( $V_v = 0,0381$ ), появление которых практически не оказывает влияния на историю напряженно-деформированного состояния. Когда в мишени образуется макротрещина (кривые 2–5 на рис. 2, 3), на графике изменения во времени относительного объема пор можно выделить два участка, на первом из них ( $V_v \leq 0,3$ ) скорость роста меньше, чем на втором (при достижении  $V_v$  значения порядка 0,3 начинается процесс слияния — разрыв оставшихся промежутков сплошности между порами, что приводит к резкому увеличению скорости роста их относительного объема). При этом оказалось, что амплитуда растягивающих напряжений в плоскости откола возрастает гораздо медленнее, чем амплитуда импульса сжатия. Так, при изменении скорости удара от 50 до 500 м/с значение  $\sigma_+$  увеличивается от 0,8 до 3,05 ГПа, тогда как  $\sigma_-$  возрастает от 0,95 до 9,17 ГПа. Это объясняется, по-видимому, влиянием на характер деформирования материала растущих микродефектов.

Важным при исследовании процесса разрушения является определение толщины откольной пластины. Следует отметить, что поры возникают в большом числе элементов конечно-разностной сетки мишени, однако наиболее высокая их концентрация ( $V_v > 0,3$ ) имеет место в довольно узкой зоне ( $0,67 \leq x \leq 0,71$  см), где и происходит слияние микропор и образование откольной поверхности. Таким образом, расположение магистральной трещины в вариантах 2–5 с хорошей точностью совпадает с данными [5].

Часто из непосредственной обработки скорости свободной поверхности мишени находят величину разрушающих напряжений [9], а также степень поврежденности материала [8].

Критическое значение напряжений определяется согласно выражению

$$(2.1) \quad \sigma_f = 0,5\rho c(u_1 - u_2)$$

( $c$  — скорость распространения упругих продольных волн).

Результаты вычислений  $\sigma_f$  по формуле (2.1) представлены в таблице. Видно, что значение  $\sigma_f$  зависит от скорости удара (возрастает с увеличением скорости соударения) и ее нижняя граница  $\sigma_f = 1,2$  ГПа совпадает с результатами измерения откольной прочности меди OFHC [10]. И хотя при дальнейшем увеличении скорости удара эта зависимость ослабевает (при изменении скорости удара от 100 до 300 м/с значение  $\sigma_f$

увеличивается от 1,20 до 1,48 ГПа, тогда как при увеличении скорости от 300 до 500 м/с ( $\sigma$ , возрастает лишь от 1,48 до 1,52 ГПа), ясно, что формулой (2.1) нужно пользоваться с осторожностью.

В [8] предложено для оценки степени разрушения материала использовать параметр

$$(2.2) \quad R = u_3/u_1, \quad 0 < R < 1.$$

Отмечается [8], что  $R = 0,5$  соответствует уровню зарождающегося откола. Видно (см. таблицу), что с возрастанием скорости удара значение  $R$  увеличивается. Сопоставление  $R$  с относительным объемом полостей  $V_v$  (рис. 2) показывает, что корреляция между ними наблюдается лишь до определенного предела (до образования в материале макротреции). Это объясняется, по-видимому, тем, что в зависимости от условий соударения и физико-механических свойств рассматриваемых тел образование откольной поверхности может проходить с различным уровнем повреждений [2]. Так, по данным [11] для различных материалов значение поврежденности, при котором происходит образование макротреции, может изменяться в пределах от 0,2 до 0,8.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. И. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
2. Ахмадеев И. Х. Динамическое разрушение твердых тел в волнах напряжений.— Уфа: БФАН СССР, 1988.
3. Курран Д. Р., Симэн Л., Шоки Д. А. Микроструктура и динамика разрушения // Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов.— М.: Металлургия, 1984.
4. Волков И. А. Математическое моделирование процесса накопления повреждений при динамическом деформировании материала // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб.— Нижний Новгород: Нижегор. ун-т, 1991.
5. Rajendran A. M., Dietenberger M. A., Grawe D. J. A void growthbased failure model to describe spallation // J. Appl. Phys.— 1989.— V. 65, N 4.
6. Коротких Ю. Г., Угодчиков А. Г. Уравнения состояния при малоциклическом нагружении.— М.: Наука, 1984.
7. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
8. Cochran S., Banner D. Spall studies in uranium // J. Appl. Phys.— 1977.— V. 48, N 7.
9. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении.— Киев: Наук. думка, 1991.
10. Канель Г. П., Фортов В. Е. Механические свойства конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях // Усп. механики.— 1987.— Т. 10, вып. 3.
11. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Теор. основы инж. расчетов.— 1985.— Т. 107, № 1.

г. Нижний Новгород

Поступила 12/XII 1990 г.  
в окончательном варианте — 12/II 1992 г.

УДК 532.529 : 518.5

А. Г. Кутушев, С. П. Родионов

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

Реальные газовзвеси всегда полидисперсны, т. е. содержат частицы разных размеров. Для описания их движения в большинстве известных в настоящее время моделей газовзвесей предполагается наличие только одной или нескольких фракций частиц, в каждой из которых содержатся частицы одинакового размера [1—4]. Недостатком такого описания яв-

© А. Г. Кутушев, С. П. Родионов, 1993