УДК 532.526.3

Исследование влияния локального изменения температуры поверхности на устойчивость ламинарного пограничного слоя в гиперзвуковом сопле^{*}

С.О. Морозов^{1,2}, А.Н. Шиплюк^{1,3}

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

³Новосибирский государственный технический университет

E-mail: morozov@itam.nsc.ru

Проведено численное исследование влияния локального изменения температуры поверхности профилированного сопла, соответствующего числу Maxa M = 6, на устойчивость и ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя. Профили ламинарного пограничного слоя получены путем численного решения уравнений Навье-Стокса с помощью программы Fluent пакета Ansys. В приближении линейной теории устойчивости получены N-факторы роста вихрей Гёртлера, возмущений первой и второй мод Мэка. Показано, что локальный нагрев приводит к замедлению нарастания амплитуд вихрей Гёртлера и первой моды Мэка относительно базового случая, и чем сильнее нагрев, тем более выражен данный эффект. Рост амплитуды второй моды возмущений при локальном нагреве сопла до температуры, близкой к температуре торможения, замедляется, а при большей температуре локального нагрева — ускоряется. Установлено, что локальное охлаждение приводит к ускорению роста амплитуд вихрей Гёртлера и второй моды Мэка. Амплитуда первой моды Мэка в зоне охлаждения меньше, чем в базовом случае, а ниже по потоку значительно больше. Установлено, что нагрев поверхности профилированных сопел необходимо осуществлять в области наискорейшего роста амплитуд вихрей Гёртлера, и чем выше температура, тем больше ожидаемый эффект. Однако максимально возможная температура определяется ростом второй моды Мэка. Оптимальной является температура локального нагрева поверхности, при которой рост амплитуды второй моды происходит медленнее, чем рост амплитуды вихрей Гёртлера.

Ключевые слова: гиперзвуковое сопло, пограничный слой, линейная теория устойчивости, ламинарнотурбулентный переход, вихри Гёртлера, локальный нагрев.

Введение

Для экспериментальных исследований ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя критически важным является создание равномерного потока с низким уровнем пульсаций в аэродинамических установках. Пульсации потока оказывают значительное влияние на переход к турбулентности. Вследствие этого в настоящее время наблюдается повышенное внимание к использованию аэродинамических установок с низким уровнем возмущений, которые появляются из-за конструктивных особенностей установки (стыков деталей, дросселей и др.) и наличия турбулентного пограничного слоя,

© Морозов С.О., Шиплюк А.Н., 2020

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-08-00794.

возникающего на стенках профилированного сопла. Пульсации, возникающие за счет конструктивных особенностей в дозвуковой части сопел, подавляются при помощи набора сеток с различной степенью пористости. При этом в сверхзвуковой части профилированного гладкого сопла следует избежать перехода пограничного слоя на поверхности сопла из ламинарного состояния в турбулентное.

В критическом сечении сопла толщина пограничного слоя мала, поэтому допустимая высота шероховатости, не вызывающая ламинарно-турбулентный переход, тоже мала. Для того чтобы увеличить допустимую высоту шероховатости, применяют нагрев поверхности в области критического сечения сопла, который приводит к увеличению толщины пограничного слоя. При использовании такого способа для увеличения допустимой высоты шероховатости необходимо исследовать устойчивость измененного пограничного слоя на поверхности сопла.

Согласно расчетам по линейной теории устойчивости (например, [1–3]) ламинарнотурбулентный переход пограничного слоя на поверхности сверх- и гиперзвуковых сопел происходит из-за нарастающих изначально малых возмущений: вихрей Гёртлера и первой моды Мэка (волн Толлмина–Шлихтинга).

В работах [2, 4] было экспериментально показано, что нагрев поверхности сопла в области критического сечения приводит к снижению амплитуды возмущений в пограничном слое сопла ниже по течению. Расчеты в рамках линейной теории устойчивости продемонстрировали, что нагрев слабо влияет на скорость нарастания вихрей Гёртлера. Исходя из этого, авторы предположили, что задержка перехода, при небольшом локальном нагреве поверхности, полученная экспериментально, может быть следствием изменения восприимчивости более толстого пограничного слоя к шероховатости или изменения нелинейного взаимодействия волн Толлмина–Шлихтинга и вихрей Гёртлера.

При проектировании гиперзвуковой малошумной трубы BAM6QT (Университет Пёрдью (США)) использовались расчеты устойчивости пограничного слоя в рамках линейной теории [3]. Было показано, что увеличение протяженности сопла приводит к уменьшению максимальной амплитуды вихрей Гёртлера и увеличению максимальной амплитуды первой моды Мэка. Нагрев поверхности сопла в области критического сечения приводит к незначительному уменьшению амплитуды вихрей Гёртлера и к практически полному подавлению волн Толлмина–Шлихтинга.

Стабилизирующий эффект локального нагрева поверхности на волны Толлмина– Шлихтинга был получен и объяснен в работе [5]. Авторы провели экспериментальные исследования влияния локального нагрева поверхности пластины при дозвуковой скорости потока. При таких скоростях наиболее быстрорастущими являются волны Толлмина– Шлихтинга, которые стабилизируются охлаждением поверхности и дестабилизируются её нагревом. В работе [5] идея заключалась в том, что локальный нагрев поверхности приведет к увеличению температуры газа, который за областью нагрева будет распространяться над относительно холодной стенкой. Было показано, что для уменьшения скорости нарастания волн Толлмина–Шлихтинга вместо охлаждения всей поверхности оказалось достаточным использовать её локальный нагрев.

В работе [6] исследовалось влияние локального нагрева сопла на допустимую высоту шероховатости и на устойчивость пограничного слоя для сопел, рассчитанных на числа Маха М = 3,5 и 2,4. Было показано, что увеличение температуры поверхности сопла приводит к увеличению допустимой шероховатости. Для двух исследуемых сопел наиболее нарастающими возмущениями в пограничном слое оказались вихри Гёртлера. Локальный нагрев сопла до температуры, превышающей температуру адиабатической поверхности в два раза, не привел к видимому влиянию на максимальную амплитуду вихрей Гёртлера. При достаточно сильном локальном нагреве в расчетах был обнаружен существенный рост высокочастотных (до 1 МГц) двумерных возмущений, которые нарастали до достаточно больших амплитуд (достаточных, по мнению авторов, для начала ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя) значительно раньше, чем возмущения Гёртлера. Рост высокочастотных возмущений объясняется возникновением точки перегиба профиля ρU_y за счет локального нагрева критического сечения сопла и ускорения потока (отрицательного градиента давления вниз по потоку). Данный эффект ограничивает максимально возможную температуру нагрева поверхности.

Влияние охлаждения поверхности и отсоса пограничного слоя на характеристики вихрей Гёртлера в рамках линейной теории устойчивости исследовалось в работе [7]. Было показано, что отсос пограничного слоя приводит к уменьшению роста вихрей Гёртлера, и чем выше число Маха, тем меньше этот эффект. При числах Маха M > 4 умеренный отсос пограничного слоя не приводил к видимому эффекту стабилизации. Охлаждение поверхности также не привело к значительному стабилизирующему воздействию на вихри Гёртлера.

Локальные методы стабилизации пограничного слоя доказали свою эффективность в определённых задачах. Например, в работе [8] при помощи локально нанесенной шероховатости микронной высоты и её определенной формы удалось сместить положение ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на скользящем крыле на 40 % относительно гладкой поверхности. В работе [9] было показано, что небольшой участок пассивного пористого покрытия приводит к уменьшению амплитуды второй моды Мэка на всей протяженности конуса. В [10] исследовалось влияние локального нагрева и охлаждения поверхности конуса на стабилизацию и ламинарно-турбулентный переход гиперзвукового пограничного слоя и было показано, что локальное охлаждение приводит к задержке перехода и уменьшению амплитуды второй моды Мэка.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния локального нагрева поверхности на устойчивость пограничного слоя гиперзвукового профилированного сопла. Исследования проведены для сопла гиперзвуковой аэродинамической трубы кратковременного действия Транзит-М (ИТПМ СО РАН), рассчитанного на число Maxa M = 6.

Методика расчета

Расчет устойчивости пограничного слоя в рамках линейной теории выполнялся для сопла гиперзвуковой аэродинамической трубы кратковременного действия Транзит-М, рассчитанного на число Маха М = 6. Выходной диаметр сопла составляет 0,3 м, длина — 1,46 м. Расчет невозмущенного пограничного слоя проводился в коммерческом пакете Ansys Fluent. Вычисления выполнялись в осесимметричной постановке с учетом ламинарной вязкости. Рабочим газом являлся воздух. Зависимость вязкости от температуры определялась по закону Сазерленда, теплопроводность определялась в рамках молекулярно-кинетической теории. На входе в сужающуюся часть сопла ставилось граничное условие «pressure inlet», на выходе ставилось условие истечения в вакуум «pressure outlet». Структурированная расчетная сетка размером 1500×200 имела ортогональные к поверхности ячейки. Такое расположение ячеек необходимо для того, чтобы было возможно вести расчет устойчивости в локальной системе координат, ориентированной по поверхности сопла.

Расчет устойчивости пограничного слоя сопла выполнялся в рамках линейной теории в локально-параллельной постановке. Подробно методика расчета описывалась в работе [11]. Вычисления проводились для $P_0 = 1,5$ МПа, $T_0 = 380$ К и числа Рейнольдса на выходе сопла $\text{Re}_{1\infty} = 19,4\cdot10^6$ м⁻¹. Ранее нагрев поверхности сопел в области критического сечения в основном использовался для увеличения толщины пограничного слоя (увеличения высоты допустимой шероховатости). В настоящей работе подробно исследуется влияние локального нагрева поверхности на развитие вихрей Гёртлера. Как было показано в работах [2, 3], локальный нагрев поверхности приводит к небольшому уменьшению скоростей нарастания вихрей Гёртлера. В этих работах нагрев проводился в области, где вихри Гёртлера либо еще не росли, либо рост только начинался. В данной

Морозов С.О., Шиплюк А.Н.





I — случай с постоянной температурой поверхности сопла T_w = 295 К (базовый случай),
2–5 — случай локального нагрева поверхности до T_{w1} = 395, 595, 795 и 1500 К

соответственно, 6 — случай локального охлаждения поверхности сопла до T_{w1} = 195 К.

работе нагрев проводился в области наискорейшего роста вихрей Гёртлера. Для определения этой области использовалось число Гёртлера G_L (рис. 1):

$$G_L = 2\sqrt{\frac{U_e \rho_e L}{\mu_e}} \cdot \frac{L}{R}$$

где L = 0,3 м — характерная длина, U_e , ρ_e , μ_e — скорость, плотность и вязкость на границе пограничного слоя, R — радиус кривизны поверхности сопла. Из графика на рис. 1 видно, что область максимально быстрого роста амплитуд вихрей Гёртлера лежит в пределах 0,12–0,3 м. Поэтому локальный нагрев применен в области x = 0-0,3 м с линейным изменением температуры до комнатной на расстоянии 0,1 м.

Зависимость температуры поверхности сопла от продольной координаты *x* показана на рис. 2. Первый (базовый) рассматриваемый случай соответствует постоянной комнатной температуре поверхности $T_w = 295$ К. Варианты 2–5 соответствуют локальному нагреву поверхности до $T_{wl} = 395, 595, 795$ и 1500 К соответственно. Вариант 6 соответствует локальному охлаждению поверхности до $T_{wl} = 195$ К.

Результаты

В результате численного моделирования, выполненного в пакете Ansys Fluent, полученно невозмущенное ламинарное течение в сопле, соответствующем M = 6, при



ение в сопле, соответствующем M = 6, при числе Рейнольдса на выходе сопла $\text{Re}_{1\infty} =$ = 19,4·10⁶ м⁻¹ для различных температур локального нагрева. На рис. З показан профиль числа Маха на выходе сопла при x = 1,45 м. Видно, что локальное изменение температуры влияет на распределение числа Маха в ядре потока. Это связанно с приходящим от области нагрева малым возмущением.

Рис. 3. Профиль числа Маха на выходе сопла при x = 1,45 м. Обозначения см. на рис. 2, r — расстояние от оси сопла. Максимальное отклонение от среднего значения числа Маха для всех случаев составляет менее 1 %.

Профили пограничного слоя на поверхности сопла показаны на рис. 4, где y — координата по нормали к поверхности. На рис. 4a и 4b показаны профили числа Маха при x = 0,2 м и x = 0,6 м. Символы на графиках обозначают границу пограничного слоя. По профилям числа Маха определялась толщина пограничного слоя. Из графиков видно, что чем выше температура поверхности, тем толще пограничный слой. Профили температуры, нормированной на температуру на границе пограничного слоя T_e , приведены на рис. 4c и 4d при x = 0,2 и 0,6 мм соответственно. Температурный профиль пограничного слоя в месте нагрева поверхности при x = 0,2 м (рис. 4c) имеет максимум на поверхности. Ниже по потоку при x = 0,6 м (рис. 4d), где температура поверхности соответствует комнатной, её максимум находится внутри пограничного слоя в случае локального нагрева и на поверхности в случае охлаждения или постоянной температуры поверхности. Плотность газа в пограничном слое обратно пропорциональна температуры.







Рис. 5. Модуль собственных функций продольной скорости (*a*) и температуры (*b*) вихрей Гёртлера для *n* = 600 при *x* = 0,2 м. Обозначения см. на рис. 2.

скорости и дополнительной точке перегиба профиля ρU_y , где $(\rho U_y)_y = 0$, (рис. 4*e* и 4*f*) внутри пограничного слоя как в месте нагрева (x = 0,2 м), так и ниже по потоку (x = 0,6 м).

На рис. 5*a* и 5*b* показаны соответственно собственные функции скорости и температуры для возмущений Гёртлера при x = 0,2 м для количества вихрей на длину окружности сопла n = 600. Видно, что нагрев поверхности приводит к возникновению второго экстремума собственной функции продольной скорости. На рис. 4*e* можно видеть корреляцию возникновения второй точки перегиба величины ρU_y с возникновением второго экстремума собственной функции продольной скорости (см. рис. 5*a*) в пограничном слое при увеличении температуры локального нагрева.

На рис. 6 показана зависимость степени роста α_i вихрей Гёртлера для n = 600 от продольной координаты x. Видно, что с увеличением температуры в области x = 0-0,3 м степень роста вихрей Гёртлера уменьшается по всей длине сопла. Также из рисунка следует, что число Гёртлера, определенное по толщине пограничного слоя, с ростом температуры локального нагрева увеличивается за счет возрастания толщины пограничного слоя, а степень нарастания уменьшается. Поэтому критерий определения потери устойчивости течения к вихрям Гёртлера по числу Гёртлера, определенному по толщине пограничного слоя, не подходит. Стабилизация течения при локальном нагреве поверхности сопла происходит, возможно, из-за уменьшения плотности газа в пограничном слое на поверхности.



Для предсказания положения перехода по расчетам на основе линейной теории устойчивости пограничного слоя широко используется e^N метод. Он основан на предположении, что изначально малые, экспоненциально растущие возмущения в пограничном слое достигают амплитуд, достаточных для начала ламинарно-турбулентного перехода. *N*-фактор показывает степень нарастания возмущения. В зависимости от амплитуды начального возмущения пограничного слоя переход наступает при определенном *N*-факторе роста.

На рис. 7 изображена зависимость максимального *N*-фактора вихрей Гёртлера от продольной координаты *x*. Расчеты показали, что нагрев поверхности приводит к уменьшению количества максимально быстрорастущих вихрей Гёртлера на длину окружности сопла *n* (и увеличению длины волны), что связано с увеличением толщины пограничного слоя. На рис. 7 показано, что при локальном охлаждении *N*-фактор увеличивается, а при локальном нагреве уменьшается, и чем выше температура, тем меньше *N*-фактор. Если предположить, что переход наступает при N = 8, то максимальный нагрев поверхности (до $T_{wl} = 1500$ K) приводит к увеличению длины ламинарного участка на 60 %.

На рис. 8*a* и 8*b* представлены соответственно зависимости степени роста и угла наклона волнового вектора первой моды Мэка (волн Толлмина–Шлихтинга) с частотой f = 20 кГц и поперечным волновым числом $\beta = 800$ 1/м от продольной координаты *x*. Видно, что в базовом случае *l* заметный рост возмущений начинается с координаты x = 0,15 м, далее рост возмущений продолжается вплоть до конца сопла. В случае охлаждения (6) степень роста возмущений становится меньше в месте охлаждения и значительно увеличивается вниз по потоку по сравнению со случаем постоянной комнатной температуры сопла (*l*). Локальный нагрев приводит к уменьшению степени роста данного возмущения как в области нагрева, так и ниже по потоку. В случае *5* данное возмущения с f = 20 кГц и $\beta = 800$ 1/м показан в области роста возмущений. Видно, что вниз по потоку он увеличивается.

На рис. 9 показана зависимость максимального *N*-фактора первой моды Мэка от продольной координаты *x*. Видно, что рост возмущений первой моды Мэка в случае *l* происходит значительно медленнее, чем рост возмущений Гёртлера. Локальное охлаждение *6* поверхности сопла приводит к уменьшению *N*-фактора в области охлаждения и к увеличению *N*-фактора ниже по потоку по сравнению с базовым случаем *l*. Локальный нагрев приводит к уменьшению *N*-фактора практически на всей длине сопла. Чем выше температура нагрева, тем меньше *N*-фактор. Для случая *5 N*-фактор первой моды возмущений не представлен, так как в этом случае первая мода возмущений затухает.



Рис. 8. Зависимости степени роста (*a*) и угла наклона волнового вектора (*b*) первой моды Мэка для f = 20 кГц $\beta = 800$ 1/м от продольной координаты *x*.

Обозначения см. на рис. 2.



На рис. 10 приведена зависимость максимального *N*-фактора второй моды Мэка от продольной координаты x. В случае l рост второй моды Мэка начинается при $x \approx 0,4$ м, что обусловлено достижением при этом значении координаты соплом числа Maxa M \approx 5. В случае локального охлаждения (6) рост второй моды начинается с $x \approx 0.3$, так как охлаждение поверхности приводит к ускорению роста второй моды возмущений в сверхзвуковом потоке. Максимальный *N*-фактор в случае 6 больше, чем в базовом случае 1, и достигает N = 6,7. Локальный нагрев поверхности сопла до 395 К (2) приводит к задержке начала роста второй моды Мэка и к замедлению роста по сравнению с базовым случаем 1. Дальнейший нагрев до 595 К (3) приводит к росту возмущений второй моды, начиная с координаты x = 0,1 м, что объясняется появлением точки перегиба в распределении ρU_{ν} (рис. 4*e*). Следует отметить, что при этом максимальное значение *N*-фактора не превышает значения для базового случая *1*. В случаях локального нагрева поверхности сопла до 795 К (4) и 1500 К (5) наблюдается резкий рост возмущений второй моды. Максимальный N-фактор в случае 4 составляет N = 13, а в случае 5 — N = 36. Таким образом, локальный нагрев поверхности сопла выше 595 К приводит к ускорению роста второй моды возмущений по сравнению с базовым случаем.

На рис. 11 представлена зависимость положения ламинарно-турбулентного перехода x_{tr} от локальной температуры поверхности в предположении, что переход наступает при достижении *N*-фактора возмущений значения N = 8. Стрелки на значках означают,



что возмущение не достигло N = 8 до выхода сопла. Положение перехода, определяемое по N-фактору роста вихрей Гёртлера, смещается ниже по потоку при увеличении локальной температуры поверхности сопла. Для первой моды Мэка N-фактор достигает

Рис. 11. Зависимость положения перехода при *N* = 8 от локального изменения температуры.

Ламинарно-турбулентный переход определен по достижению N = 8 вихрей Гёртлера (1), первой моды Мэка (2) и второй моды Мэка (3).

значения N = 8 только в случаях температуры поверхности T = 295 К (1) и 195 К (6), при этом охлаждение поверхности приводит к смещению положения перехода вверх по потоку. *N*-фактор роста второй моды Мэка при локальной температуре поверхности до 595 К (3) не достигает значения N = 8. Увеличение температуры до 795 К привело к резкому смещению перехода. Отметим, что при значениях локальной температуры более 795 К *N*-фактор второй моды возмущения достигает значения N = 8 быстрее, чем *N*-фактор вихрей Гёртлера. Таким образом, в рассмотренных случаях наиболее выгодным с точки зрения задержки ламинарно-турбулентного перехода является случай локального нагрева поверхности до температуры 595 К (3). При этом наблюдаются смещение вниз по потоку перехода по *N*-фактору вихрей Гёртлера, замедление роста амплитуды первой моды Мэка и небольшое ускорение роста второй моды относительно базового случая постоянной комнатной температуры поверхности сопла.

Заключение

Проведено численное исследование влияния локального изменения температуры поверхности профилированного сопла, рассчитанного на число Maxa M = 6, на устойчивость и ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя. Расчет выполнен для $P_0 = 1,5$ МПа, $T_0 = 380$ К с соответствующим числом Рейнольдса на выходе сопла — $\text{Re}_{1\infty} =$ = 19,4·10⁶ м⁻¹. Локальное изменение температуры проводилось на участке максимальной кривизны поверхности сопла при x = 0 - 0.3 м с линейным изменением температуры до 295 К на расстоянии 0,1 м от области изменения. В базовом случае температура поверхности сопла оставалась постоянной и составляла 295 К. Исследованы четыре случая локального нагрева: до $T_{\rm wl}$ = 395, 595, 795 и 1500 К, и один случай локального охлаждения до $T_{\rm wl} = 195$ К. Для каждого из них в рамках линейной теории устойчивости рассчитывались характеристики вихрей Гёртлера, первой и второй мод Мэка. Показано, что локальный нагрев приводит к замедлению нарастания амплитуд вихрей Гёртлера и первой моды Мэка относительно базового случая, и чем сильнее нагрев, тем сильнее эффект. Рост амплитуды второй моды возмущений при локальном нагреве сопла до температуры 395 К (близкой к температуре торможения $T_0 = 380$ К) замедляется, а при температуре локального нагрева больше 595 К — ускоряется. В случае, когда локальная температура сопла равна 595 К, максимальная амплитуда второй моды не превышает максимальной амплитуды базового случая, однако рост начинается значительно раньше. В случаях локальной температуры сопла, составляющей 795 и 1500 К, амплитуда второй моды возмущений растёт значительно быстрее, чем амплитуда вихрей Гёртлера. Найдено, что локальное охлаждение приводит к ускорению роста амплитуд вихрей Гёртлера и второй моды Мэка. Амплитуда первой моды Мэка в зоне охлаждения меньше, чем в базовом случае, а ниже по потоку значительно больше. На основе е^N-метода определено начало ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя на поверхности сопла в предположении, что переход наступает при достижении N-фактора возмущений значения N = 8. Получено, что в диапазоне температур $T_{\rm wl} = 295-595$ K, переход происходит из-за усиления вихрей Гёртлера, причем с увеличением T_{wl} длина ламинарного участка увеличивается. В диапазоне температур $T_{\rm wl}$ = 795–1495 К переход происходит вследствие нарастания возмущений второй моды Мэка и с увеличением T_{wl} длина ламинарного участка уменьшается.

Из приведенных результатов исследований следует, что в рассмотренных случаях наиболее выгодным с точки зрения задержки ламинарно-турбулентного перехода является локальный нагрев поверхности до температуры 595 К.

Таким образом, в представленной работе найдены оптимальные параметры локального нагрева поверхности для задержки ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя на поверхности профилированного сопла гиперзвуковой аэродинамической трубы кратковременного действия Транзит-М, соответствующего М = 6. Показано, что нагрев поверхности профилированных сопел необходимо создавать в области наискорейшего роста амплитуд вихрей Гёртлера, и чем выше температура, тем более эффективно тепловое воздействие. Однако максимально возможная температура определяется ростом второй моды Мэка. Оптимальной является температура локального нагрева поверхности, при которой рост амплитуды второй моды происходит медленнее, чем рост амплитуды вихрей Гёртлера.

Список литературы

- Beckwith I.E., Malik M.R., Chen F.-J., Bushnell D.M. Effects of Nozzle design parameters on the extent of quiet test flow at Mach 3.5 // Laminar-Turbulent Transition, IUTAM Symp. Novosibirsk, 1984 / ed. V.V. Kozlov. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag: 1985. P. 589–600.
- Brogan T., Demetriades A. Effects of surface heating on instabilities in a supersonic nozzle boundary layer // AI-AA Paper. 1998. No. 1998–779.
- 3. Schneider S.P. Design and fabrication of a 9.5-inch Mach-6 quiet-flow Ludwieg tube // AIAA Paper. 1998. No. 998–2511.
- Demetriades A. Stabilization of a Nozzle boundary layer by local surface heating // AIAA J. 1996. Vol. 34, No. 12. P. 2490–2495.
- Dovgal A.V., Levchenko V.Ya., Timofeev V.A. Boundary layer control by a local heating of the wall // Laminar-Turbulent Transition. IUTAM. Berlin, Heidelberg: Springer, 1990. P. 113–121.
- 6. Lin R.-S., Iyer V., Malik M.R. Throat heating effect on critical roughness and nozzle wall boundary-layer stability // AIAA J. 2003. Vol. 41, No. 4. P. 612–622.
- El-Hady N.M., Verma A.K. Instability of compressible boundary layers along curved walls with suction or cooling // AIAA J. 1984. Vol. 22, No. 2. P. 206–213.
- 8. Семёнов Н.В., Косинов А.Д. Метод управления ламинарно-турбулентным переходом сверхзвукового пограничного слоя на скользящем крыле // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 3. С. 353–357.
- Лукашевич С.В., Морозов С.О., Шиплюк А.Н. Экспериментальное исследование влияния пассивного пористого покрытия на возмущения в гиперзвуковом пограничном слое. 2. Влияние положения пористого покрытия // Прикл. механика и техн. физика. 2016. Т. 57, No. 5. С. 127–133.
- Fedorov A.V., Soudakov V.G., Egorov I., Sidorenko A.A., Gromyko Y.V., Bountin D.A., Polivanov P.A., Maslov A.A. High-speed boundary-layer stability on a cone with localized wall heating or cooling // AIAA J. 2015. Vol. 53, No. 9. P. 2512–2524.
- Морозов С.О., Шиплюк А.Н. Расчет устойчивости ламинарного пограничного слоя на поверхности профилированного гиперзвукового сопла для числа Маха М = 6 // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 1. С. 37–46.

Статья поступила в редакцию 7 мая 2020 г., после доработки — 14 июля 2020 г., принята к публикации 5 августа 2020 г.