ПМТФ, № 2, 1970

ПЕРЕГРЕВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ОПТИЧЕСКИ НЕПРОЗРАЧНОМ ПЛАЗМЕННОМ РАЗРЯДЕ

С. А. Тригер

(Москва)

Вычисляется флуктуация энергии единицы объема в непрозрачном плазменном разряде, когда средний пробег квантов l меньше характерных размеров системы, а длина волны колебаний в направлении неоднородности $\lambda_x < l$. Показано, что флуктуация энергии полностью определяется флуктуацией температуры. Дисперсионное уравнение, описывающее колебания плазмы, подобно по структуре соответствующему уравнению в прозрачном разряде [1] и содержит перегревную неустойчивость.

В работах [2,3] рассматривалась задача равновесия и устойчивости сильноточного разряда в сравнительно низкотемпературной плотной плазме, когда средний росселандов пробег света в среде l был меньше характерного размера системы. При этом оказывалось возможным использовать приближение лучистой теплопроводности [4] для описания стационарного состояния такого разряда.

При описании колебаний плазменного разряда необходимым требованием для использования указанного приближения было условие $\lambda_{\min} > l$ ($\lambda_{\min}$ — минимальная длина волны, характеризующая колебания). При выполнении этих условий разряд можно рассматривать как оптически непрозрачный как для равновесного состояния, так и при колебаниях. В работах [2,3] было показано, что в таком разряде развиваются силовые неустойчивости, связанные с невозможностью скомпенсировать при колебаниях магнитное давление кинетическим давлением плазмы. Для простого цилиндрического разряда инкременты этих неустойчивостей весьма велики $\gamma \approx v_s / a \approx 10^5$ *сек*$^{-1}$ (где a — характерный размер разряда, а v_s — скорость звука). Однако создание разряда с обратным осевым током позволяет существенно уменьшить инкременты за счет геометрического фактора. Кроме того, имеет место стабилизация высоких мод перетяжек конечной проводимостью плазмы.

В связи с этим представляет интерес выяснение вопроса о возможности развития в непрозрачном разряде перегревной неустойчивости, которая в этих условиях могла бы играть основную роль. Такая неустойчивость была найдена в прозрачном плазменном разряде [1], причем ее инкремент достигал величины $\gamma \gtrsim 10^6$ *сек*$^{-1}$. Причиной развития перегревной неустойчивости является малость потока энергии излучения, не способного скомпенсировать флуктуации температуры.

Рассмотрение, проведенное в [2,3], показало, что в условиях, когда $l < a$ и $l < \lambda_{\min}$, перегревная неустойчивость отсутствует, ибо колебания температуры быстро релаксируют под влиянием большой лучистой теплопроводности. Поэтому если перегревная неустойчивость имеет место в непрозрачном разряде для равновесных условий, полученных в [2], то она должна развиваться на длинах волн $\lambda_{\min} < l$. В этом случае излучение из возмущенной области плазмы идет не только с поверхности. Кванты, рождающиеся внутри такой области, свободно выходят за ее пределы (хотя не за пределы самого разряда), поэтому можно сказать, что в возмущениях излучение носит объемный характер и не способно, как будет видно, подавить флуктуации температуры.

До решения задачи неустойчивости необходимо вычислить флуктуацию энергии плазмы за счет излучения δq_s для случая, когда равновесное состояние может быть описано приближением лучистой теплопроводности, но длина волны колебаний $\lambda_{\min} < l$. Исходя из выражения для q_s[4]

$$q_s = \int_0^\infty d\nu \int d\Omega \varkappa_\nu' (I_{\nu p} - I_\nu) \tag{1}$$

запишем выражение для флуктуации δq_s в общем виде

$$\delta q_s = \int_0^\infty d\nu \int d\Omega \{\varkappa_\nu'^\circ (\delta I_{\nu p} - \delta I_\nu) + \delta\varkappa_\nu' (\overset{\circ}{I}_{\nu p} - I_\nu^\circ)\} \tag{2}$$

где символ δ означает вариацию по плотности и температуре

$$\delta \equiv \delta\rho \frac{\partial}{\partial\rho} + \delta T \frac{\partial}{\partial T}$$

В условиях, когда применимо приближение лучистой теплопроводности $I_{\nu p}{}^\circ - I_\nu{}^\circ \ll I_{\nu p}{}^\circ$ и уравнение переноса излучения

$$\Omega\nabla I_\nu{}^\circ = \varkappa_\nu{}'^\circ (I^\circ_{\nu p} - I_\nu{}^\circ) \tag{3}$$

дает для интенсивности решение

$$I_\nu{}^\circ = I^\circ_{\nu p} - l_\nu{}'\Omega\nabla I^\circ_{\nu p} + l^{\nu\prime}\Omega\nabla l^{\nu\prime}\Omega\nabla I^\circ_{\nu p} + \ldots (l_\nu{}' = 1/\varkappa_\nu{}')$$

Линеаризованное по возмущениям уравнение переноса излучения имеет вид

$$\Omega\nabla\delta I_\nu = \varkappa_\nu{}'^\circ (\delta I_{\nu p} - \delta I_\nu) + \delta\varkappa_\nu{}' \left(\frac{1}{\varkappa_\nu{}'^\circ} \Omega\nabla I^\circ_{\nu p} - \frac{1}{\varkappa_\nu{}'} \Omega\nabla \frac{1}{\varkappa_\nu{}'} \Omega\nabla I^\circ_{\nu p} \right) \tag{4}$$

В рассматриваемом случае $\lambda < l$ можно пренебречь членом $\varkappa_\nu{}'^\circ\delta I_\nu$ по сравнению с $\Omega\nabla\delta I_\nu$. Величина $\delta I_{\nu p}$ пропорциональна δT; что касается $\delta\varkappa_\nu{}'$, то она содержит как флуктуации температуры, так и флуктуации плотности. Малость $I_{\nu p}{}^\circ - I_\nu{}^\circ$ по сравнению с $I_{\nu p}{}^\circ$ приводит к неравенству

$$\varkappa_\nu{}'^\circ \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \gg \frac{\partial\varkappa_\nu{}'^\circ}{\partial T} (I^\circ_{\nu p} - I_\nu{}^\circ) \tag{5}$$

В дальнейшем будет показано, что

$$\varkappa_\nu{}'^\circ \frac{\partial I^\circ_{\nu p}}{\partial T} \delta T \gg \frac{\partial\varkappa_\nu{}'^\circ}{\partial\rho} (I^\circ_{\nu p} - I_\nu{}^\circ)\, \delta\rho \tag{6}$$

Для большинства механизмов излучения и, в частности, для тормозного и рекомбинационного механизмов, играющих основную роль в рассматриваемых условиях, неравенство (6), эквивалентно требованию $\rho\delta T \gtrsim T\delta\rho$. Для обоснования (6) поэтому необходимо показать, что при рассматриваемых колебаниях относительные флуктуации плотности не превосходят флуктуаций температуры. Предполагая (6) выполненным и учитывая (5), можно упростить уравнение (4)

$$\Omega\nabla\delta I_\nu = \varkappa_\nu{}'^\circ \delta I_{\nu p} \tag{7}$$

Так как $\lambda < l_\nu{}'$ для основной доли квантов, из (7) следует, что $\delta I_\nu \ll \delta I_{\nu p}$ и

$$\delta q_s = \int\limits_0^\infty d\nu \int d\Omega \varkappa_\nu{}'^\circ \delta I_{\nu p} = \delta T \int\limits_0^\infty d\nu \int d\Omega \varkappa_\nu{}'^\circ \frac{\partial I_{\nu p}}{\partial T} \tag{8}$$

Таким образом, в случае, когда длина волны колебаний (хотя бы в одном направлении) мала по сравнению со свободными пробегами квантов, дающих основной вклад в излучение, флуктуации δq_s для непрозрачной в равновесии среды определяются только флуктуациями температуры. Конкретное вычисление δq_s для тормозного механизма излучения плазмы дает

$$\delta q_s = \gamma \frac{Z^3\rho^2}{M^2 T^{1/2}} \delta T, \qquad \gamma \approx 10^{-27} \tag{9}$$

Выражение (8) для δq_s показывает, что для анализа устойчивости по отношению к перегреву можно в рассматриваемом случае воспользоваться дисперсионным уравнением (3.9) работы [1], в котором надо положить

$$\frac{\partial q_{s0}}{\partial\rho_0} \equiv 0, \qquad \frac{\partial q_{s0}}{\partial T_0} \equiv \frac{\delta q_s}{\delta T} = \int\limits_0^\infty d\nu \int d\Omega \varkappa_\nu{}'^\circ \frac{\partial I_{\nu p}}{\partial T} \tag{10}$$

Отметим, что в данном случае $\partial q_{s0}/\partial T_0$ уже не есть производная по температуре от равновесного значения потери энергии. Используется лишь формальная аналогия в записи системы линеаризованных уравнений. При этом, как и в случае прозрачной в равновесии плазмы, имеют место высокочастотная и низкочастотная неустойчивости. Первая из них не связана с движением возмущенных областей плазмы, а вторая сопровождается таким движением. Соответствующие частоты имеют вид

$$\omega_{1,2} = -\frac{ic^2k^2}{8\pi\sigma_0 t^2} \mp \frac{i}{2}\left[\left(\frac{c^2k^2}{4\pi\sigma_0 t^2}\right)^2 + \frac{2}{3}\frac{c^2k^2}{6\pi\sigma_0 P\alpha t^2}\left(\frac{3}{2}\frac{j^2}{\sigma} - 4\pi T\int\limits_0^\infty d\nu\varkappa_\nu'^\circ\frac{\partial I^\circ_{\nu p}}{\partial T}\right)\right]^{1/2}$$

$$\alpha = \begin{cases} 1, \\ 3, \end{cases} \qquad t^2 = \begin{cases} 1 & (\omega \gg kv_s) \\ 1 + {}^3/_5 v_A^2/v_s^2 & (\omega \ll kv_s) \end{cases} \tag{11}$$

Так как в равновесии джоулев нагрев компенсируется излучением, близким к планковскому, то

$$\frac{j^2}{\sigma} \gg 4\pi T\int\limits_0^\infty d\nu\varkappa_\nu'^\circ\frac{\partial I_{\nu p}}{\partial T}$$

и неустойчивость всегда имеет место.

В заключение необходимо оправдать сделанное выше заключение о соотношении между флуктуациями δT и $\delta\rho$. Соответствующее обоснование проще всего производить для случая плоского разряда. В нулевом приближении геометрической оптики результаты не зависят от геометрии разряда. Используя систему линеаризованных уравнений магнитной гидродинамики [1] с $m = \kappa_z = 0$, нетрудно показать, что между флуктуациями $\delta\rho$ и δT имеет место связь (всеми членами выше нулевого порядка малости в геометрической оптике пренебрежено)

$$\frac{\rho_1}{\rho_0}\left\{\omega^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0} - k^2v_A^2\right) - k^2v_s^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0}\right)\right\} = \\ = \frac{T_1}{T_0}k^2v_s^2\left(\omega^2 + \frac{i\omega c^2k^2}{4\pi\sigma_0}\right) \tag{12}$$

При $\omega \gg kv_s$ и $\omega \ll kv_s$ из (12) непосредственно следует справедливость сделанного выше предположения.

Таким образом, очевидно существование в непрозрачном в равновесии разряде коротковолновых перегревов с длинами волн $\lambda \ll l$. Хотя такие неустойчивости являются в непрозрачном разряде менее характерными, чем в прозрачном, ибо могут быть существенно ограничены по длинам волн, тем не менее эти длины волн еще не столь малы в рассматриваемых условиях, чтобы они подавлялись электронной теплопроводностью.

В заключение автор благодарит А. А. Рухадзе за полезное обсуждение работы.

Поступила 13 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Розанов В. Б., Рухадзе А. А., Тригер С. А. Теория равновесия и устойчивости сильноточного разряда в плотной оптически прозрачной плазме. ПМТФ, 1968, № 5.
2. Рухадзе А. А., Тригер С. А. О равновесии и устойчивости сильноточного разряда в плотной плазме в условиях лучистой теплопроводности. ПМТФ, 1968, № 3.
3. Рухадзе А. А., Тригер С. А. Перетяжки в плазме конечной проводимости. ЖЭТФ, т. 56, вып. 3.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.