УДК 532.526

ДИФРАКЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПЕРЕДНЕЙ КРОМКЕ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ, ПОМЕЩЕННОЙ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК

С. А. Гапонов, Б. В. Смородский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

Предложена схема расчета интенсивности акустического волнового поля, возникающего в результате дифракции пучка акустических волн на острой передней кромке плоской пластины в сверхзвуковом потоке. Показано, что указанное волновое поле является функционалом от распределения амплитуды массового расхода в звуковом поле на уровне поверхности пластины перед ней. Это распределение может быть найдено в результате измерений. Важную роль в определении колебаний массового расхода вдоль пластины играет разрыв нормальной к пластине компоненты возмущения скорости на кромке пластины. На больших расстояниях от передней кромки пластины, где дифракционная волна на внешней границе пограничного слоя вырождается в продольные звуковые волны, амплитуда колебаний массового расхода уменьшается с увеличением расстояния от передней кромки и зависит от ориентации волны.

Ключевые слова: пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, восприимчивость, ламинарно-турбулентный переход, аэроакустика.

1. В настоящей работе задача о дифракции звуковых волн на телах, помещенных в сверхзвуковой поток, рассматривается в связи с изучением восприимчивости пристенного течения (например, в пограничном слое) к акустическим волнам и проблемой управления переходом ламинарного течения в турбулентное. О степени влияния акустических волн на переход хорошо известно (см., например, [1, 2]). В экспериментах [3] обнаружено, что наиболее эффективное воздействие звуковых волн наблюдается в области передней кромки. По-видимому, впервые влияние акустических волн на порождение колебаний в пограничном слое с позиций взаимодействия дифракционного звукового поля с пристенным вязким течением рассматривалось в [4]. Для проверки выводов работы [4] были поставлены эксперименты [5], в которых пластина облучалась звуком снизу, а измерения возмущений производились в пограничном слое на верхней стороне, находящейся в тени звукового поля. Таким образом, взаимодействие могло происходить только с дифракционной волной. На больших расстояниях от передней кромки пластины дифракционная волна на внешней границе пограничного слоя вырождается в продольные звуковые волны, фронты которых могут быть наклонены под разными углами по отношению к передней кромке пластины [6]. Интенсивность дифракционной волны мала и в экспериментах [5] не измерялась. В то же время в [6] показано, что продольные звуковые волны могут возбуждать в пограничном слое колебания большой интенсивности. В результате этого дифракционные волны малой интенсивности могут порождать заметные колебания потока внутри пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00051а) и фонда “Ведущие научные школы” (грант № НШ-964.2003.1).

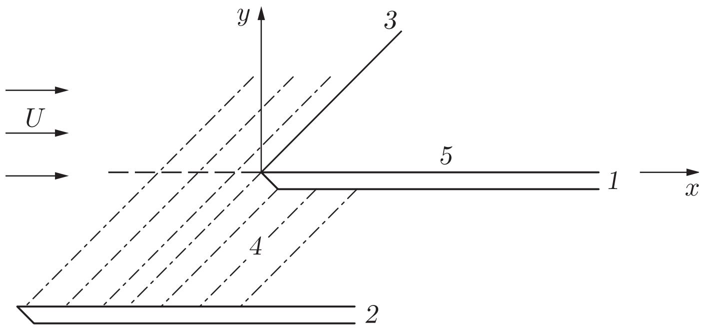

Схема эксперимента:
1 — основная пластина; *2* — источник звука; *3* — линия Маха; *4* — звуковое поле;
5 — дифракционная зона

Этим обстоятельством можно объяснить существенное влияние звукового поля, действующего в области передней кромки, на колебания пограничного слоя на больших расстояниях от последней.

Как уже отмечалось, в эксперименте невозможно выделить и измерить амплитуду дифракционной волны, а в расчетах [6] она принимается заданной. Поэтому в настоящее время непосредственное сопоставление теории и эксперимента не представляется возможным.

В данной работе предложена схема расчета интенсивности дифракционной волны по данным колебаний массового расхода в звуковом поле на уровне верхней поверхности пластины перед ней.

2. На рисунке приведена схема облучения звуком пластины, помещенной в сверхзвуковой поток. Начало координаты $x = 0$ совпадает с передней кромкой пластины. Ось z направлена вдоль передней кромки пластины перпендикулярно плоскости (x, y). Звуковой пучок ограничен в направлении z, т. е. его интенсивность быстро убывает при $|z| \to \infty$. В задачу данной работы входит определение параметров дифракционной волны по распределению возмущений в области $x < 0$. Как отмечалось выше, данная задача в основном поставлена с целью сопоставления результатов экспериментальной [5] и теоретической [6] работ. Заметим, что в экспериментах [5] проведены измерения возмущений массового расхода на заданной частоте в области $x < 0$ при $y = 0$. Результаты измерений подвергались преобразованию Фурье по времени t и координате z. Таким образом, из экспериментов можно получить распределение $\bar{m}_1(\omega, \beta, x, y = 0)$ при $x < 0$, где ω — частотный параметр; β — волновое число в направлении z.

Уравнения безвихревой газовой динамики для возмущений запишем в следующем виде:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\gamma\,\mathrm{M}^2}\frac{\partial\pi}{\partial x}, \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\gamma\,\mathrm{M}^2}\frac{\partial\pi}{\partial y}, \qquad \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\gamma\,\mathrm{M}^2}\frac{\partial\pi}{\partial z},$$

$$\frac{dr}{dt} = -\Big(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\Big), \qquad \frac{d\theta}{dt} = (1-\gamma)\Big(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\Big), \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y}, \qquad m_1 = r + u, \qquad \pi = r + \theta.$$

Здесь u, v, w — возмущения скоростей; π — давление; θ — температура; r — плотность; M — число Маха набегающего потока; $d/dt = \partial/\partial t + \partial/\partial x$; $m_1(t, z, x, y)$ — массовый расход в направлении x; γ — показатель адиабаты. Последнее соотношение в (1) получено из уравнения состояния. Все параметры потока и звуковой волны отнесены к своим значениям в невозмущенном потоке. В частности, скорость набегающего потока принята равной единице. Характерный линейный масштаб L пока не конкретизируется, а в качестве характерного времени можно принять $t_1 = U/L$. Из приведенных соотношений следует, что массовый расход удовлетворяет волновому уравнению

$$\mathrm{M}^2\,\frac{d^2 m_1}{dt^2} = \frac{\partial^2 m_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_1}{\partial z^2}.$$

Применяя прямое и обратное преобразования Фурье, находим

$$\bar m_1(\omega,\beta,x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{T}\Big(\int\limits_0^T m_1(t,z,x,y)\exp\,(-i\beta z + i\omega t)\Big)\,dt\,dz,$$

$$m_1(t,z,x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \bar m_1(\omega,\beta,x,y)\exp\,(i\beta z - i\omega t)\,d\omega\,d\beta. \qquad (2)$$

Подставляя последнее выражение в волновое уравнение, получим

$$\mathrm{M}^2\Big(-i\omega + \frac{\partial}{\partial x}\Big)^2 \bar m_1 = -\beta^2 \bar m_1 + \frac{\partial^2 \bar m_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar m_1}{\partial y^2}. \qquad (3)$$

Покажем, что значения массового расхода в области $x > 0$ при $y = 0$ можно определить по его градиенту:

$$\bar m_1(x, y=0) = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2 - 1}} \int\limits_0^{\infty} \frac{\partial \bar m_1(x-\bar x)}{\partial y}\,J_0(a\bar x)\exp\,(i\alpha_0 \bar x)\,d\bar x. \qquad (4)$$

Здесь J_0 — функция Бесселя нулевого порядка; $\alpha_0 = \mathrm{M}^2\,\omega/(\mathrm{M}^2-1)$; $a^2 = a_0^2 + \beta^2/(\mathrm{M}^2-1)$; $a_0^2 = \mathrm{M}^2\,\omega^2/(\mathrm{M}^2-1)^2$.

Пусть $\partial\bar m_1/\partial y = F(x,y)$ — известная функция. Проинтегрируем ее по y от нуля до бесконечности с учетом равенства нулю m_1 на бесконечности. Тогда $\bar m_1(x,0) = -\int\limits_0^{\infty} F\,dy$.

Известно, что акустическое поле в любой точке (x,y) можно восстановить, если оно задано на линии $y = y_0 = 0$. В [7] соответствующая связь получена в виде

$$F(x,y) = F(x-k,0)\exp\,(i\alpha_0 k) - \int\limits_k^{\infty} \frac{F(x-\bar x,0)\exp\,(i\alpha_0\bar x)ak}{\sqrt{\bar x^2 - k^2}}\,J_1(a\sqrt{\bar x^2 - k^2})\,d\bar x,$$

где $k = y\sqrt{\mathrm{M}^2-1}$. Таким образом,

$$m_1(x,0) = m^1 + m^2, \qquad m^1 = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}} \int\limits_0^{\infty} F(x-k,0)\exp\,(i\alpha_0 k)\,dk,$$

$$m^2 = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}} \int\limits_0^{\infty}\int\limits_k^{\infty} \frac{F(x-\bar x,0)}{\sqrt{\bar x^2-k^2}}\exp\,(i\alpha_0\bar x)akJ_1(a\sqrt{\bar x^2-k^2})\,d\bar x\,dk.$$

Изменив порядок интегрирования, получим

$$m^2 = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\int\limits_0^\infty F(x-\bar{x},0)\exp{(i\alpha_0\bar{x})}\Big[\int\limits_0^{a\bar{x}} J_1(z)\,dz\Big]\,d\bar{x} =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\int\limits_0^\infty F(x-\bar{x},0)\exp{(i\alpha_0\bar{x})}(J_0(a\bar{x})-1)\,d\bar{x}.$$

С учетом соотношения

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\int\limits_0^\infty F(x-\bar{x},0)\exp{(i\alpha_0\bar{x})}\,d\bar{x} = -m^1$$

получим выражение

$$\bar{m}_1(x,0) = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\int\limits_0^\infty F(x-\bar{x},0)J_0(a\bar{x})\exp{(i\alpha_0\bar{x})}\,d\bar{x},$$

которое совпадает с соотношением (4).

Производную $\partial\bar{m}_1(x,0)/\partial y$ при $x<0$ находим в предположении, что распределение массового расхода в этой области известно. В экспериментах оно измеряется непосредственно. При $x>0$ принимаем $\bar{m}_1=0$, что возможно, так как возмущения на поверхности пластины не влияют на область $x<y/\sqrt{\mathrm{M}^2-1}$. Пусть, кроме того, $\bar{m}_1=0$ в области $x<-L$. Применяя прямое и обратное преобразования Фурье, получим

$$\begin{aligned}\bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\bar{m}_1(\omega,\beta,x,y)\exp{(-i\alpha x)}\,dx,\\ \bar{m}_1(\omega,\beta,x,y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta}\bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,y)\exp{(i\alpha x)}\,d\alpha.\end{aligned} \qquad (5)$$

В силу того, что $\bar{m}_1=0$ при $x<-L$ и $x>0$, $\bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,y)$ является аналитической функцией во всей области значений α. Подставляя последнее выражение в (3), получим

$$\mathrm{M}^2(-i\omega+i\alpha)^2\bar{\bar{m}}_1 = -(\beta^2+\alpha^2)\bar{\bar{m}}_1 + \frac{d^2\bar{\bar{m}}_1}{dy^2}. \qquad (6)$$

Таким образом,

$$\bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,y) = \bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,0)\exp{(i\lambda)},$$

где выражение

$$\lambda = \pm\sqrt{\mathrm{M}^2(\alpha-\omega)^2-\alpha^2-\beta^2} = \pm\sqrt{\mathrm{M}^2-1}\sqrt{-a^2+(\Delta\alpha)^2} \qquad (\Delta\alpha = \alpha-\alpha_0)$$

следует из (6), а знак выбирается так, чтобы обеспечить затухание при $y\to\infty$ (см. [7]). Поэтому

$$\bar{m}_1(\omega,\beta,x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta}\bar{\bar{m}}_1(\omega,\beta,\alpha,0)\exp{(i\lambda y+i\alpha x)}\,d\alpha.$$

На основе принятых допущений можно определить производную $\partial\bar{m}_1(x,0)/\partial y$ в области $x < 0$. Имеем

$$\frac{\partial\bar{m}_1(\omega,\beta,x,0)}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta} i\lambda\bar{\bar{m}}(\omega,\beta,\alpha,0)\exp{(i\alpha x)}\,d\alpha. \tag{7}$$

Покажем, что на поверхности пластины $\partial m_1/\partial y\big|_{y=0,x>0} = 0$. Из системы (1) следует, что

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial r}{\partial y}\Big) = -\Big(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\Big) = -\Delta v, \qquad \frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial \pi}{\partial y}\Big) = -\gamma\Delta v.$$

Таким образом,

$$\frac{1}{\gamma}\,\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial\pi}{\partial y}\Big) = \frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial r}{\partial y}\Big),$$

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial m_1}{\partial y}\Big) = \frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial r}{\partial y}\Big) + \frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial u}{\partial y}\Big) = \frac{1}{\gamma}\,\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial\pi}{\partial y}\Big) + \frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial v}{\partial x}\Big),$$

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial m_1}{\partial y} - \frac{1}{\gamma}\,\frac{\partial\pi}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\Big) = 0.$$

Поскольку

$$\frac{1}{\gamma}\,\frac{\partial\pi}{\partial y} = -\,\mathrm{M}^2\,\frac{dv}{dt},$$

имеем

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial m_1}{\partial y} + \mathrm{M}^2\,\frac{dv}{dt} - \frac{\partial v}{\partial x}\Big) = \frac{d\Psi}{dt} = 0$$

или

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial x} = 0.$$

Решением последнего уравнения является функция $\Psi = \Psi(x-t)$. Однако $\Psi(t) = 0$ при $x = -\infty$, поэтому $\Psi = 0$ при $t = \infty$ и как следствие

$$\frac{\partial\bar{m}_1}{\partial y} = -(\mathrm{M}^2 - 1)\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial x} - \mathrm{M}^2\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}. \tag{8}$$

Так как нормальная скорость на поверхности пластины равна нулю, то $\partial\bar{m}_1/\partial y\big|_{y=0} = 0$. Таким образом, с учетом (7) градиент массового расхода при $y = 0$ задан во всей области значений x, за исключением $x = 0$.

Предположим, однако, что $\partial m/\partial y$ задано на всей оси x, включая точку $x = 0$. Как будет показано ниже, это предположение позволяет решить поставленную задачу.

Нормальная составляющая скорости терпит разрыв при $x = 0$, поэтому соотношение (8) можно взять в виде $\partial\bar{m}_1(x,0)/\partial y = -(\mathrm{M}^2 - 1)\,\partial\bar{v}/\partial x$. С учетом того, что $\partial\bar{m}_1(x)/\partial y = 0$ при $x > 0$, равенство (4) принимает вид

$$\bar{m}_1(x, y=0) = \lim_{\varepsilon\to 0}\Big[-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2 - 1}}\int\limits_{x+\varepsilon}^{\infty}\frac{\partial\bar{m}_1(x-\bar{x})}{\partial y}\,J_0(a\bar{x})\exp{(i\alpha_0\bar{x})}\,d\bar{x}\, -$$
$$-\,(\mathrm{M}^2 - 1)\bar{v}(-\varepsilon,0)J_0(ax)\exp{(i\alpha_0 x)}\Big], \qquad \varepsilon \ll 1. \tag{9}$$

Подставим (7) в первое слагаемое правой части (9). (Заметим, что разрыв градиента массового расхода учтен во втором слагаемом.) В результате получим

$$m^1(\omega,\beta,x,0) = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_x^\infty\Big[\int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta} i\lambda\bar{\bar{m}}\exp\left[i\alpha(x-\bar{x})\right]d\alpha\Big]J_0(a\bar{x})\exp\left(i\alpha_0\bar{x}\right)d\bar{x} =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{M}^2-1}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta}\Big[i\lambda\exp\left(i\alpha x\right)\bar{\bar{m}}\int\limits_x^\infty J_0(a\bar{x})\exp\left[i(\alpha_0-\alpha)\bar{x}\right]d\bar{x}\Big]\,d\alpha.$$

При $\delta < 0$ интеграл по $\bar{x}$ существует. Поэтому подынтегральное выражение является аналитической функцией переменной α в нижней полуплоскости. Замыкая контур интегрирования в области отрицательных значений δ, получим $\bar{m}_1 = 0$. Это обстоятельство очевидно следует из проведенного анализа области разрыва градиента $\partial m/\partial y$. Для формального звукового пучка априори предполагалось, что $\bar{m}_1(x) = 0$ в области $x > 0$. Именно в этом предположении получено преобразование $\bar{\bar{m}}(\alpha)$. Таким образом, колебания массового расхода вдоль пластины полностью определяются разрывом нормальной составляющей возмущения скорости на кромке пластины. Установим связь между нормальной составляющей скорости $\bar{v}(x)$ перед кромкой пластины и распределением массового расхода в области $x < 0$. На линии $y = 0$ соотношение (8) приводится к дифференциальному уравнению

$$\bar{m}^0_y(x) = -(\mathrm{M}^2-1)\,\frac{\partial\bar{v}^0}{\partial x} - \mathrm{M}^2\,\frac{\partial\bar{v}^0}{\partial t}.$$

Применяя к $\bar{v}^0$ прямое и обратное преобразования Фурье, аналогичные (2) и (5), с учетом (6) получим

$$\bar{\bar{v}}_0(\alpha) = -\frac{1}{\mathrm{M}^2-1}\,\frac{\lambda(\alpha)\bar{\bar{m}}(\alpha)}{\alpha-\omega\,\mathrm{M}^2/(\mathrm{M}^2-1)},$$

$$\bar{v}_0(x=0) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}(\mathrm{M}^2-1)}\int\limits_{-\infty+i\delta}^{\infty+i\delta}\frac{\lambda(\alpha)\bar{\bar{m}}(\alpha)\,d\alpha}{\alpha-\omega\,\mathrm{M}^2/(\mathrm{M}^2-1)}.$$

Для каждой (нижней или верхней) полуплоскости α можно выбрать ветвь λ, удовлетворяющую условию $\mathrm{Im}\,(\lambda) = 0$. В этом случае в каждой полуплоскости подынтегральная функция является аналитической. Для определенности выбираем верхнюю полуплоскость α ($\delta > 0$). Устремляя δ к нулю и обходя особую точку, получим

$$\bar{v}^0(0) = \sqrt{\pi/2}\,i\lambda(\alpha_0)\bar{\bar{m}}(\alpha_0)/(\mathrm{M}^2-1).$$

Заметим, что при обработке экспериментальных данных часто используется преобразование Фурье в виде $\tilde{m} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\bar{m}_1\exp\left(-i\alpha x\right)dx$, т. е. $\tilde{m} = \sqrt{2\pi}\,\bar{\bar{m}}$. Кроме того, для затухающих на бесконечности возмущений выполняется условие $\lambda(\alpha_0) = ia\sqrt{\mathrm{M}^2-1}$. Поэтому зависимость массового расхода от x (см. второе слагаемое в правой части (9)) можно записать в виде

$$\bar{m}_1(x,\beta,\omega) = -(1/2)a\sqrt{\mathrm{M}^2-1}\,\tilde{m}(\alpha_0)J_0(ax)\exp\left(i\alpha_0 x\right). \qquad (10)$$

Учитывая асимптотическое поведение функции Бесселя при больших значениях x, приводим (10) к виду

$$\bar{m}_1(x,\beta,\omega) \approx -\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{M}^2-1}\,\tilde{m}(\alpha_0)\sqrt{\frac{a}{2\pi x}}\,\Big\{\exp\Big[i\Big(\alpha_1 x-\frac{\pi}{4}\Big)\Big]+\exp\Big[i\Big(\alpha_2 x+\frac{\pi}{4}\Big)\Big]\Big\}, \qquad (11)$$

где $\alpha_{1,2} = \alpha_0 \mp a$. С помощью выражений для α_0 и a из (4) можно показать, что $\alpha_{1,2} = \omega\bar{\mathrm{M}}/(\bar{\mathrm{M}} \mp 1)$, где $\bar{\mathrm{M}} = \mathrm{M}\cos\chi$; $\chi = \operatorname{arctg}(\beta/\alpha_{1,2})$.

Таким образом, интенсивность колебаний массового расхода уменьшается с увеличением расстояния от передней кромки и может изменяться в зависимости от ориентации исходной волны, а это зависит от спектра $\tilde{m}(\alpha,\omega,\beta)$ по β и величины a, которая возрастает с увеличением β. Формулы (10), (11) устанавливают связь массового расхода в области $x > 0$ по его распределению при $x < 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
2. **Gaponov S. A.** Excitation of instability waves in the supersonic boundary layer by sound // Nonlinear instability of nonparallel flows: Proc. of the IUTAM Symp., New York, USA, July 26–31, 1993. N. Y.: Springer-Verlag, 1994. P. 206–212.
3. **Маслов А. А., Семенов Н. В.** Структура искусственных возмущений, вызванных внешним акустическим полем, в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1989. № 3. С. 82–90.
4. **Федоров А. В., Хохлов А. П.** Возбуждение неустойчивых мод в сверхзвуковом пограничном слое акустическими волнами // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1991. № 4. С. 67–71.
5. **Semionov N. V., Kosinov A. D., Maslov A. A.** Experimental investigation of supersonic boundary layer receptivity // Transitional boundary layers in aeronautics: Proc. of the colloquium of Royal Netherlands Academy, Amsterdam, Netherlands, Dec. 6–8, 1995. Amsterdam: North-Holland, 1996. P. 413–420.
6. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Disturbance excitation in supersonic boundary layer by acoustics // Proc. of the Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk, July 9–12, 1998. Novosibirsk: Publ. House SB RAS, 1998. Pt 3. P. 103–108.
7. **Гапонов С. А.** О математическом моделировании развития возмущений в пристенных течениях сжимаемого газа // Сиб. физ.-техн. журн. 1993. № 4. С. 24–37.

Поступила в редакцию 9/IV 2004 г.