

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ НЕРАВНОВЕСНО ИОНИЗИРОВАННЫМ ИЗЛУЧАЮЩИМ ГАЗОМ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧИЯ ТЕМПЕРАТУР ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ

Л. Б. Гавин, Ю. П. Лунькин

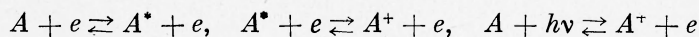
(Ленинград)

Исследуется течение вдоль нулевой линии тока при гиперзвуковом обтекании осесимметричного затупленного тела потоком неравновесно ионизированного одноатомного невязкого излучающего газа с учетом различия температур электронного и атомно-ионного газов. Принимается во внимание возбуждение атомов за счет столкновений с электронами и их последующая ионизация, а также фотоионизация. Поскольку величина отхода ударной волны мала по сравнению с характерным размером тела, уравнение переноса излучения записывается в приближении локально-одномерного плоского слоя. Исследовано влияние параметров набегающего потока на поле течения поперек ударного слоя и распределение радиационного теплового потока.

Обозначения:

$\mathbf{r}$ — радиус-вектор, отсчитанный от центра кривизны носика, обтекаемого тела; $\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_b$ — радиус-векторы поверхностей тела и ударной волны; ε — отход ударной волны $\varepsilon = r_b - r_T$; L — характерный размер (радиус кривизны тела в носике); $\mathbf{V}, \mathbf{W}$ — вектор и модуль полной скорости газа соответственно; W_m — максимальная скорость газа (скорость истечения в вакуум); u — составляющая скорости газа по радиус-вектору; p — давление газа; ρ — плотность газа; ρ_i — плотность ионов; α — степень неравновесной ионизации газа $\alpha = \rho_i/\rho$; α_E — степень равновесной ионизации газа; T_a — температура атомов и ионов; T_e — температура электронов; T_{e*} — температура возбуждения; T_m — температура поверхности тела; A — атом в основном состоянии; A^* — атом в возбужденном состоянии; ν — частота; ν_j, T_j — частота ионизации и температура ионизации; m_a — масса атома; m_e, e — масса и заряд электрона соответственно; S_E — поперечное сечение электрон-атомного возбуждения; n_{ea} — скорость реакции ионизации электрон-атомным ударом; n_e — плотность электронов; R — удельная газовая постоянная; K — постоянная Больцмана; E — внутренняя энергия единицы массы смеси; χ_ν — спектральный коэффициент поглощения единицы массы атомного газа; δ — коэффициент черноты поверхности тела; τ_ν — оптическая координата; μ_1 — средний косинус угла для данной угловой зоны распространения фотонов; I_ν — спектральная интенсивность излучения; $B_\nu(T_e)$ — функция Планка; $\mathbf{q}_\nu, \mathbf{q}$ — векторы спектрального и полного потоков лучистой энергии $\mathbf{q} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\nu d\nu$; M — число Маха; ∞, b — индексы, относящиеся к параметрам газа в невозмущенном потоке и сразу за ударной волной соответственно.

1. Исходная система уравнений. Для описания неравновесных процессов в ударном слое необходимо задать определенную кинетическую модель газа. В данной работе использовалась кинетика, предложенная Чепином [1] для аргона. Учитываются реакции



Исходная система уравнений, описывающая течение газа в ударном слое содержит следующие уравнения. Уравнения неразрывности, количества

движения и энергии

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.1)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \left[\rho \mathbf{V} \left(\frac{1}{2} V^2 + E + \frac{1}{\rho} \right) \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q} \quad (1.3)$$

Уравнение для температуры электронов

$$\nabla \cdot \left(\frac{5}{2} K T_e n_e \mathbf{V} \right) = \sum_i Q_i \quad (1.4)$$

Здесь Q_i — вклад i -го процесса в баланс энергии электронов. Учитываются следующие вопросы: Q_1 — упругие столкновения электронов с ионами A^+ , Q_2 — потеря на ионизацию атомов A , Q_3 — вклад реакции фотоионизации в электронную энергию

$$Q_1 = \frac{n_e^2 e^4}{m_a} \left(\frac{8\pi m_e}{K T_e} \right)^{1/2} \left(\frac{T_a}{T_e} - 1 \right) \ln \left[\frac{9}{4} \frac{(K T_e)^3}{\pi n_e e^6} + 1 \right] \quad (1.5)$$

$$Q_2 = -K T_j n_{ea}, \quad Q_3 = -K T_e \nabla \cdot \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} \mathbf{q}_\nu d\nu \quad (1.6)$$

Уравнение скорости неравновесной ионизации

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \alpha) = m_a n_{ea} - m_a \nabla \cdot \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} \mathbf{q}_\nu d\nu \quad (1.7)$$

Согласно [1]

$$n_{ea} = \left(\frac{\rho}{m_a} \right)^2 2C_E \left(\frac{2}{\pi m_e} \right)^{1/2} (K T_e)^{1/2} \left(\frac{T_{e*}}{T_e} + 2 \right) \exp \left(-\frac{T_{e*}}{T_e} \right) \alpha (\alpha_E - \alpha) \quad (1.8)$$

Уравнение состояния

$$p = \rho R (T_a + \alpha T_e) \quad (1.9)$$

Уравнение переноса излучения вдоль направления s

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial s} = \rho (1 - \alpha) \kappa_\nu \left(\frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B_\nu - I_\nu \right) \quad (1.10)$$

Граничные условия к системе уравнений (1.1) — (1.4), (1.7), (1.9), (1.10) аналогичны граничным условиям на теле и на ударной волне [2], кроме условия сохранения энергии и дополнительного условия о неразрывности T_e при переходе через ударную волну

$$\frac{5}{2} R (T_{a\infty} + \alpha_\infty T_{e\infty}) + \alpha_\infty R T_j + \frac{W_\infty^2}{2} + \frac{q_b}{\rho_\infty W_\infty} = \quad (1.11)$$

$$= \frac{5}{2} R (T_{ab} + \alpha_\infty T_{eb}) + \alpha_\infty R T_j + \frac{W_b^2}{2} + \frac{q_b}{\rho_b W_b} \quad (1.12)$$

$$T_{e\infty} = T_{eb}$$

Проделав выкладки, аналогичные выкладкам работы [2], получим выражения для потока лучистой энергии и его дивергенции в приближении

локально-одномерного плоского слоя

$$q(\tau_v) = 2\pi \sum_{i=0}^{N-1} (\mu_{i+1} - \mu_i) [F_1^i(\tau_v) + \delta Q_2^i(\tau_v) + (1 - \delta) F_2^i(\tau_v) + F_3^i(\tau_v)] \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot q = 2\pi\rho(1 - \alpha)\kappa_v \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{\mu_i} \right) [-F_1^i(\tau_v) - \delta Q_2^i(\tau_v)\mu_i - \\ - (1 - \delta) F_2^i(\tau_v) - F_3^i(\tau_v)] + 4\pi\rho(1 - \alpha)\kappa_v Q_1(\tau_v) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Здесь

$$F_1^i(\tau_v) = \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_v} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(-\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.15)$$

$$F_2^i(\tau_v) = \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_{vb}} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(-\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.16)$$

$$F_3^i(\tau_v) = \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_{vb}} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(-\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.17)$$

$$Q_2^i(\tau_v) = B(T_m) \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu_i}\right) \quad (1.18)$$

$$Q_1(\tau_v) = \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} B = \int_{\nu_j}^{\nu_k} B_\nu d\nu = \frac{12K^4 T_e^4}{h^3 c^2} \left\{ \exp\left(-\frac{h\nu_j}{KT_e}\right) \left[\left(\frac{h\nu_j}{KT_e}\right)^3 + 3\left(\frac{h\nu_j}{KT_e}\right)^2 + 6\left(\frac{h\nu_j}{KT_e}\right) + 6 \right] - \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{h\nu_k}{KT_e}\right) \left[\left(\frac{h\nu_k}{KT_e}\right)^3 + 3\left(\frac{h\nu_k}{KT_e}\right)^2 + 6\left(\frac{h\nu_k}{KT_e}\right) + 6 \right] \right\} \quad (1.20) \end{aligned}$$

2. Течение вдоль нулевой линии тока. Исследование системы (1.1) — (1.4), (1.7), (1.9), (1.10) представляет большие трудности, поэтому в качестве первого шага к получению решения во всей дозвуковой области рассматривается течение газа вдоль нулевой линии тока. В этом случае система уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для замыкания системы на основании работ [3,4] задавались профиль скорости $u = u_b \xi$, где $\xi = (r - r_T)/(r_b - r_T)$, и величина безразмерного отхода ударной волны

$$\varepsilon = 0.775 / \rho^* \quad \left(\rho^* = \int_0^1 \rho(\xi) / \rho_\infty d\xi \right)$$

Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned} u^* = \frac{u}{W_m}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_\infty W_m^2}, \quad T_a^* = \frac{RT_a}{W_m^2}, \quad T_e^* = \frac{RT_e}{W_m^2} \\ q^* = \frac{2q}{\rho_\infty W_m^3}, \quad r^* = \frac{r}{L} \end{aligned}$$

Тогда исходная система уравнений, описывающая течение неравновесно ионизированного излучающего газа вдоль нулевой линии тока около тела со сферическим затуплением, примет вид (звездочки у безразмерных

величин опущены)

$$\rho u \frac{du}{d\xi} = - \frac{dp}{d\xi} \quad (2.1)$$

$$\rho u \frac{d}{d\xi} [5(T_a + \alpha T_e) + 2\alpha T_j + u^2] = - \frac{dq}{d\xi} \quad (2.2)$$

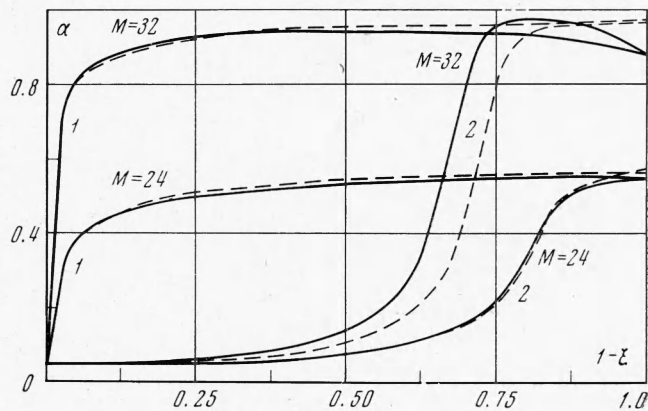
$$\rho u \frac{d}{d\xi} \left(\frac{5}{2} \alpha T_e \right) = \varepsilon (Q_1 - T_j m_a n_{ea}) - T_e m_a \frac{d}{d\xi} \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} q_\nu d\nu \quad (2.3)$$

$$\rho u \frac{d\alpha}{d\xi} = \varepsilon m_a n_{ea} - m_a \frac{d}{d\xi} \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} q_\nu d\nu \quad (2.4)$$

$$p = \rho (T_a + \alpha T_e) \quad (2.5)$$

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\xi} = \varepsilon \rho (1 - \alpha) \kappa_\nu \left(\frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B_\nu - I_\nu \right) \quad (2.6)$$

Данная система дифференциальных уравнений разрешалась относительно производных по ξ и интегрировалась от волны ($\xi = 1$) до тел ($\xi = 0$) методом Эйлера с многократным пересчетом без деления шага



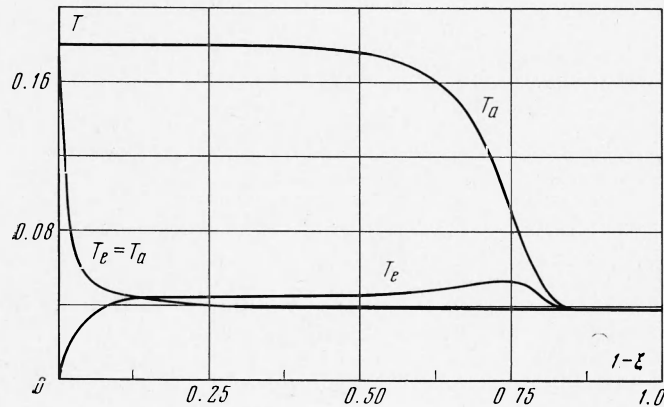
Фиг. 1

интегрирования. В связи с интегральным характером радиационных членов решение получалось итерационным методом.

3. Обсуждение результатов. Приведем результаты расчета течения применительно к обтеканию сферы $R = 4$ см потоком аргона при $T_{a\infty} = 300^\circ \text{K}$, $T_{e\infty} = 300^\circ \text{K}$, $\alpha_b = 5 \cdot 10^{-2}$, $24 \leq M \leq 32$, $p_\infty = 0.001 \text{ ат}$. В большинстве расчетов предполагалось, что коэффициент черноты поверхности тела $\delta = 0.5$. Расчеты приведены для общего случая $T_e \neq T_a$ и для сравнения при $T_e = T_a$ (результаты расчетов без учета излучения представлены пунктирными кривыми).

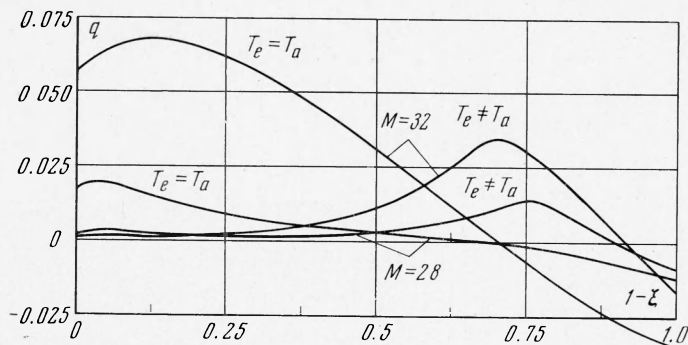
На фиг. 1 представлены профили степени ионизации поперек ударного слоя. Видно, что имеет место резкая разница в длинах зон релаксации для случаев $T_e = T_a$ (кривые 1) и $T_e \neq T_a$ (кривые 2), хотя значения степени ионизации на теле практически совпадают. Увеличение длины зоны релаксации в случае $T_e \neq T_a$ объясняется тем, что упругий обмен энергией между электронной и атомно-ионной компонентами газа происходит не мгновенно, а протекает в течение определенного промежутка времени. Учет излучения, как отмечалось в работе [3], приводит к некоторому уменьшению длины зоны релаксации.

На фиг. 2 приведены профили температур в ударном слое при $M = 28$. В случае $T_e = T_a$ наблюдается резкое падение температуры вблизи ударной волны (это объясняется протеканием в этой области лавинной ионизации) до своего равновесного значения. В случае $T_e \neq T_a$ значительное падение T_a наблюдается гораздо позже в соответствии с новым положением фронта лавинной ионизации. Сразу же за ударной волной имеет место сильное увеличение электронной температуры от $T_{e0} = T_{e\infty}$ до некоторой



Фиг. 2

величины, превышающей равновесное значение T_e : этот подъем характеризует интенсивный обмен энергией между ионами и электронами за счет упругих столкновений. Далее с ростом T_e усиливается расход энергии электронного газа на ионизацию, и T_e , пройдя через максимум, начинает

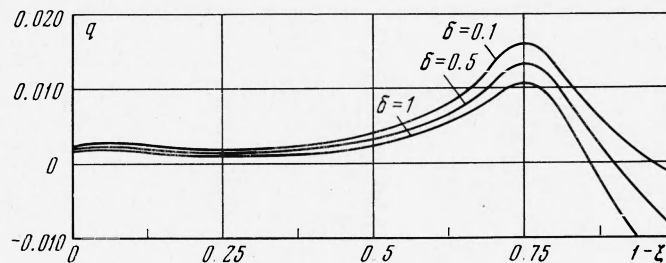


Фиг. 3

убывать вместе с T_a вплоть до равновесия, где T_e и T_a совпадают. Появление максимума T_e вблизи фронта лавинной ионизации объясняется наличием двух конкурирующих факторов: увеличением энергии электронного газа за счет упругих столкновений и потерей энергии на ионизацию.

На фиг. 3 показаны профили лучистых потоков q в ударном слое для разных чисел Маха. Имеет место резкое различие профилей q в случаях $T_e = T_a$ и $T_e \neq T_a$. В случае $T_e = T_a$ q имеет один максимум, положение которого совпадает с положением фронта лавинной ионизации. В удар-

ном слое величина q меняет знак: около ударной волны q положительный, около тела q отрицательный. В случае $T_e \neq T_a$ q имеет два максимума: основной максимум смещен к телу (в соответствии со смещением фронта лавинной ионизации при $T_e \neq T_a$), второй максимум находится около ударной волны. С увеличением чисел Маха оба максимума смещаются



Фиг. 4

к ударной волне. При этом первый основной максимум увеличивается, а второй уменьшается. При $T_e \neq T_a$ радиационный тепловой поток на теле значительно меньше, чем при $T_e = T_a$.

На фиг. 4 приводятся профили лучистых потоков в ударном слое при $M = 28$ для различных коэффициентов черноты поверхности тела δ . С увеличением δ значение лучистого потока на теле возрастает, так как тело при этом отражает меньшую часть лучистого потока обратно в ударный слой.

Поступила 21 VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Chapin C. E. Non equilibrium radiation and ionization in shock waves. Purdue Univ., Doct. Diss., 1967.
2. Кременецкий М. Д., Леонтьева Н. В., Лунькин Ю. П. Обтекание затупленных тел гиперзвуковым потоком неравновесно ионизированного излучающего газа. ПМТФ, 1971, № 4.
3. Лунькин Ю. П., Штенгель М. П. Влияние неравновесной диссоциации на обтекание затупленных тел. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1964, № 230.
4. Lobb R. K. Hypersonic research at the naval ordnance laboratory. In: Hypersonic flow, London, Butterworths Scient. Publs, 1960.