

УДК 533.6.08; 004.932.2

Применение спектрального подхода для анализа лазерной визуализации пограничного слоя на пластине*

Ю.В. Громыко, И.С. Цырюльников

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: yurkonsk@itam.nsc.ru, tsivan@itam.nsc.ru

Приводятся данные о структуре засева частицами потока сверхзвуковой аэродинамической трубы с электродуговым подогревом рабочего тела. Получены профили скорости вблизи поверхности пластины. Показана зависимость спектральных характеристик неоднородности засева частиц в пограничном слое от числа Рейнольдса и режимов обтекания. Продемонстрирована возможность выделения анизотропной компоненты поля неоднородности распределения частиц в ламинарном пограничном слое пластины.

Ключевые слова: пограничный слой, ламинарно-турбулентный переход, лазерная визуализация, спектральный анализ, PIV.

Введение

В практике эксперимента в области механики жидкости и газа широко используется панорамный бесконтактный метод измерения поля скоростей (PIV), основанный на фиксации величины смещения микрочастиц в потоке за малый интервал времени [1, 2]. Применение этого метода в произвольных задачах газодинамики может натолкнуться на ряд проблем при вычислении скорости, в основном связанных со спецификой засева потока трассерами. На точность определения скорости на основе кросскорреляции изображений [3–6] влияет ряд факторов, таких как пространственное разрешение оптической системы, размер частиц, плотность и неоднородность засева потока. Наиболее явно проблемы локального засева потока проявляются в сжимаемых течениях при наличии градиентов скорости и плотности, локальных областей сжатия и разрежения потока. К таким течениям, в частности, относятся течения в сверхзвуковых пограничных слоях (ПС), в которых ламинарный поток приводит к значительному уменьшению концентрации частиц, а турбулентным — к сильной хаотичности их смещений, влияющей на корреляцию изображений. Кроме того, стандартные PIV-системы имеют относительно низкую частоту повторения пар лазерных импульсов, что приводит к недостатку статистических

* Работа выполнена в рамках государственного задания ИТПМ СО РАН. Эксперименты выполнены на базе ЦКП «Механика».

данных при исследованиях нестационарных и кратковременных процессов в потоках аэродинамических труб импульсного действия [7].

Сопутствующим источником информации при использовании метода PIV являются данные визуализации поля частиц в потоке, отражающие все неоднородности засева потока. Поскольку появление неоднородностей засева связано с локальными особенностями течений, то и наблюдаемая на изображении текстура неоднородности засева будет связана с этими особенностями. Таким образом, данные лазерной визуализации сами по себе содержат информацию о характере течения. Анализ этой информации позволяет описать свойства течения, которые могут быть полезны в исследованиях как сами по себе (например, определение положения ламинарно-турбулентного перехода), так и в контексте адаптации кросскорреляционных PIV-алгоритмов [8–11] (оптимальный выбор пространственного разрешения элементов поля скоростей, выбор коэффициентов моделей и т.д.).

В настоящей работе рассматриваются способы обработки изображений лазерной визуализации газодинамических течений на основе спектрального анализа. Основной целью обработки является получение связи характеристик засева потока частицами с параметрами течения и разработка подходов к автоматизированному определению свойств течения и положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое.

Постановка эксперимента

Эксперименты по лазерной визуализации течений в пограничном слое (ПС) на модели пластины получены в импульсной аэродинамической трубе (АДТ) ИТПМ СО РАН с электродуговым подогревом рабочего тела. Импульсные аэродинамические трубы используются для наземного моделирования высокоскоростных течений [12]. К преимуществам таких установок можно отнести широкий диапазон воспроизводимых температур торможения, чисел Рейнольдса и большие мгновенные расходы рабочего газа. При этом характерные времена рабочего режима импульсных труб составляют порядка 100 мс, что препятствует значительному накоплению статистики измерений с помощью стандартных PIV-систем. Эксперименты проводились в следующих диапазонах параметров потока: температура торможения $T_0 = 750 \div 1600$ К, давление торможения $P_0 = 14 \div 40$ бар, единичное число Рейнольдса $Re_1 = 4 \div 23 \cdot 10^6$ м⁻¹. Пластина выставлялась под нулевым углом атаки и имела возможность поворота на 90 градусов (см. рис. 1). Подсветка частиц осуществлялась лазерным ножом толщиной не более 2 мм. Область подсветки также показана на рис. 1.

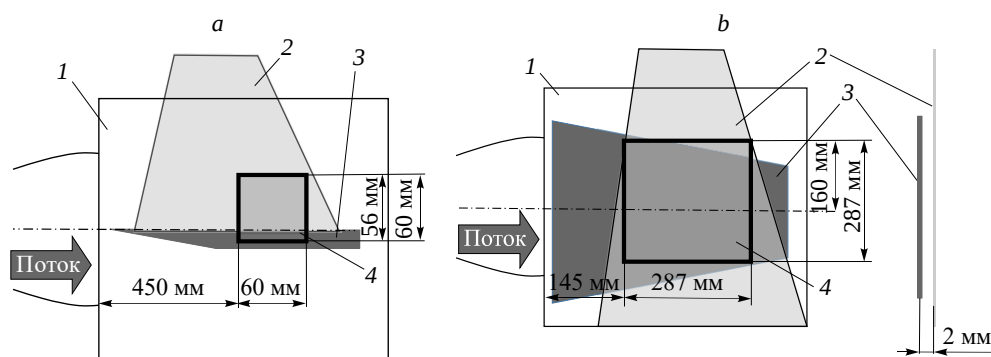


Рис. 1. Расположение области измерений скорости потока с плоскостью лазерного ножа, перпендикулярной (а) и параллельной (б) плоскости пластины.

1 — рабочая часть трубы, 2 — лазерный нож, 3 — модель пластины, 4 — поле зрения камеры.

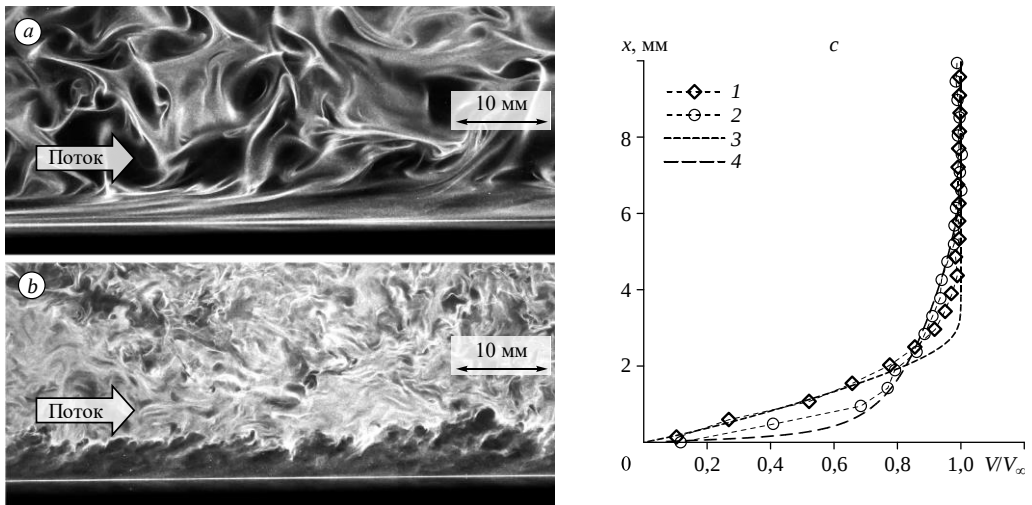


Рис. 2. Визуализация ламинарного при $Re_1 = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$ (a), турбулентного при $Re_1 = 23,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$ (b) режимов обтекания пластины и нормированные профили скорости в пограничном слое (c) в ламинарном и турбулентном режимах.

1, 2 — экспериментальные данные; 3, 4 — результаты расчета;
1, 3 — ламинарный режим, 2, 4 — турбулентный режим.

Система PIV включала в себя следующие элементы: лазер NdYAG Vilit-Hi-100 с длиной волны 532 нм, обеспечивающий частоту генерации пар импульсов до 100 Гц с энергией в импульсе до 100 мДж и длительностью менее 15 нс; высокоскоростные цифровые видеокамеры FASTCAM NOVA S9 (разрешение 1024×1024)/FASTCAM Mini (разрешение 2048×2048), обеспечивающие межкадровую задержку 2,3 мкс; синхронизатор и программное обеспечение ActualFlow фирмы «Сигма-Про».

Уникальным процессом, характерным для импульсных АДТ, является формирование неоднородного поля естественного засева потока частицами. Поскольку высокие температуры и скорости потока в АДТ создаются мощным электродуговым подводом энергии, рабочий газ содержит примеси частиц окислов и конденсата паров металла, образованные вследствие эрозии токоподводящих электродов установки. Кадры, полученные при лазерной подсветке набегающего потока в АДТ (рис. 2, 3), показали, что,

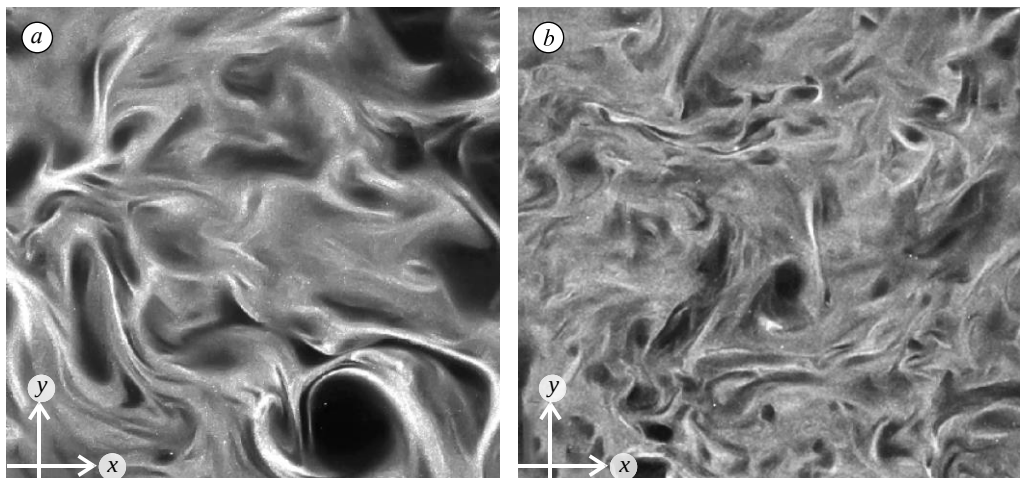


Рис. 3. Визуализация структуры частиц набегающего потока при $Re_1 = 5,4 \cdot 10^6$ (a) и $23,2 \cdot 10^6$ (b) м^{-1} .

засев потока твердыми частицами в плоскости лазерного ножа весьма неоднороден. Поле частиц, рассеивающих лазерное излучение, образует хаотичную картину из более и менее плотных сгустков различного пространственного масштаба. Оценки размеров частиц, проведенные на основе инерции скорости аналогично [13], показали, что их характерный диаметр составляет менее 0,2 мкм. Поэтому отдельные микрочастицы на изображениях не разрешаются из-за их малой величины.

Профили скорости

На рис. 2 показаны лазерные визуализации ПС пластины в перпендикулярной плоскости для ламинарного (рис. 2а) и турбулентного (рис. 2б) течений с числами Рейнольдса $Re_1 = 5,4 \cdot 10^{-6}$ и $23,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$ соответственно и их осредненные по продольной координате профили скорости (рис. 2с, кривые 1 и 2). Восстановление полей скорости с помощью стандартных кросскорреляционных алгоритмов было затруднено из-за малой запыленности в пристеночной области, а также наличия продольных структур, которые значительно снижают точность определения векторов скорости. Поэтому был реализован алгоритм оценки скорости, где для каждой строки изображения проводился попиксельный поиск минимума нормированной разности пар изображений, после чего высчитывались усредненные значения скорости, что позволило значительно повысить точность ее определения. Альтернативным способом справиться с неудовлетворительными результатами корреляционного анализа мгновенных пар изображений частиц является усреднение корреляционных функций областей [14]. Результаты обработки изображений представлены на рис. 2с, где для сравнения были нанесены профили скорости, полученные при численном моделировании условий экспериментов (кривые 3 и 4). В целом измеренные профили удовлетворительно совпадают с расчетными. Видно, что профили скорости для большего числа Re_1 более наполненные, что соответствует турбулентному ПС.

Спектральный подход

Для следующего этапа работы с текстурой изображения в различных масштабах использовался Фурье-анализ. Дискретное преобразование Фурье применительно к изображениям можно рассматривать как обратимый переход амплитуд интенсивности в пространстве координат $I(x, y)$ в амплитуды интенсивности в пространстве волновых чисел $I(k_x, k_y)$. Преобразование Фурье используется для выявления периодических или анизотропных структур, которые можно использовать для детектирования объектов. В качестве входных данных выступает двумерное изображение размером $N \times N$, тогда:

$$I_y(k_x, k_y) = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N I(x, y) \exp\left(-i \frac{2\pi(x-1)}{N}(k_x - 1) - i \frac{2\pi(y-1)}{N}(k_y - 1)\right), \quad (1)$$

где x, y — безразмерные координаты (номера пикселей изображения).

Для выявления анизотропных структур бывает удобно рассматривать (построчное/постолбцовое) преобразование Фурье (FFT, Fast Fourier Transform) сигнала в выделенном направлении. Тогда для каждой строки y /столбца x имеем:

$$I_y(k_x) = \sum_{x=1}^N I_y(x) \exp\left(-i \frac{2\pi(x-1)}{N}(k_x - 1)\right), \quad (2)$$

$$I_x(k_y) = \sum_{y=1}^N I_x(y) \exp\left(-i \frac{2\pi(y-1)}{N} (k_y - 1)\right). \quad (3)$$

Обратное преобразование Фурье FFT^{-1} запишется в виде:

$$I_y(x) = \frac{1}{N} \sum_{k_x=1}^N I_y(k_x) \exp\left(i \frac{2\pi(k_x-1)}{N} (x-1)\right), \quad (4)$$

$$I_x(y) = \frac{1}{N} \sum_{k_y=1}^N I_x(k_y) \exp\left(i \frac{2\pi(k_y-1)}{N} (y-1)\right). \quad (5)$$

Применительно к лазерным визуализациям течения в импульсной АДТ спектральный подход позволяет выделить такую особенность засева частиц в набегающем потоке, как зависимость масштабов неоднородностей (видимых темных и светлых пятен, вихревых структур) от числа Re . На рис. 3а и 3б показаны визуализации структуры частиц набегающего потока соответственно при $Re_1 = 5,4 \cdot 10^6$ и $23,2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ для экспериментов с пластиной в перпендикулярной плоскости (см. рис. 1а). Фрагменты изображений взяты выше области пограничного слоя, они содержат 512×512 пикселей и имеют геометрические размеры 30×30 мм. Указанные координаты x и y направлены соответственно параллельно и ортогонально потоку газа.

Далее построчно выполнялось преобразование Фурье амплитуды яркости этих изображений в пространстве координат. После этого применялся полосовой фильтр:

$$H_{\Delta\lambda} = \begin{cases} 0, & 2\pi/k_x < 2\pi/k_{x1} \text{ или } 2\pi/k_x > 2\pi/k_{x2}, \\ 1, & 2\pi/k_{x2} \leq 2\pi/k_x \leq 2\pi/k_{x1} \end{cases} \quad (6)$$

в полосе длин волн шириной от $\lambda_1 = R \cdot 2\pi/k_{x1}$ до $\lambda_2 = R \cdot 2\pi/k_{x2}$ ($\Delta\lambda = [\lambda_1 \div \lambda_2]$) с центром

$\lambda = R \cdot \frac{\pi(k_{x1} + k_{x2})}{k_{x1} k_{x2}}$ и проводилось обратное преобразование Фурье. Здесь R — про-

странственное разрешение изображения в мм/пиксель. Сумма по всем точкам изображения полученных амплитуд, называемая далее интегральной спектральной интенсивностью вдоль направления y , запишется как

$$I_{\lambda_y} = \sum_{y=1}^N \sum_{x=1}^N \left| \text{FFT}^{-1} \left(\text{FFT}(I_y(x)) \cdot H_{\Delta\lambda} \right) \right|. \quad (7)$$

Аналогичным образом можно определить интегральную спектральную интенсивность вдоль направления x :

$$I_{\lambda_x} = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N \left| \text{FFT}^{-1} \left(\text{FFT}(I_x(y)) \cdot H_{\Delta\lambda} \right) \right|. \quad (8)$$

Нормированные значения I_{λ_x} и I_{λ_y} для изображений структуры частиц набегающего потока (см. рис. 3) показаны на рис. 4а для соответствующих фильтров с центрами $\lambda = 0,15 \cdot 2^j$ мм и $\Delta\lambda = 0,1 [2^j, 2^{j+1}]$ мм, где $j = 0, \dots, 9$. Данные представлены для двух чисел Re_1 , равных $5,4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (кривые 1, 2) и $23,2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (кривые 3, 4). Видно, что зависимость интегральной спектральной интенсивности неоднородности засева имеет максимум в определенном диапазоне длин волн. В случае меньшего Re_1 максимум I_{λ_x} и I_{λ_y}

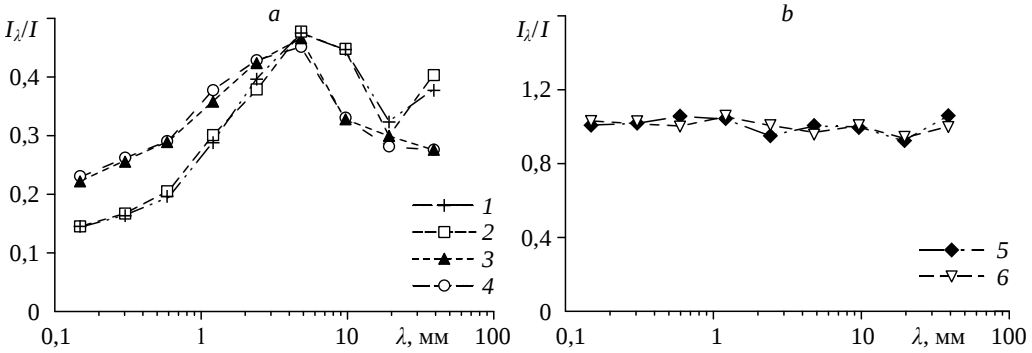


Рис. 4. Распределения нормированной интегральной спектральной интенсивности неоднородности засева частиц свободного потока $I_{\lambda_x}, I_{\lambda_y}$ (a) и отношения $|I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}|$ (b).

1, 3 — I_{λ_x} , 2, 4 — I_{λ_y} ; результаты 1, 2, 5 получены при $Re_1 = 5,4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, 3, 4, 6 — при $Re_1 = 23,2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$.

реализуется при $\lambda \approx 6$ мм, а с увеличением Re_1 длина волны максимума интенсивности неоднородности уменьшается до 4 мм и одновременно увеличивается относительная интенсивность коротковолновых возмущений.

В случае изотропного распределения спектральной неоднородности засева в пространстве I_{λ_x} должен соответствовать I_{λ_y} , а отношение $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$ может служить мерой анизотропии неоднородностей с пространственным масштабом λ — масштабом спектральной анизотропии. На рис. 4b показаны зависимости $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$ от λ для двух чисел Re_1 в свободном потоке АДТ. Видно, что отношение $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$ во всем диапазоне длин волн практически равно единице, что свидетельствует об изотропном распределении спектральной интенсивности неоднородности засева. Иначе говоря, невозможно определить направление течения по визуализациям однородного свободного потока. Причины, по которым в газодинамическом тракте АДТ формируется изотропное поле неоднородности засева частиц, не ясны.

В случае неравномерного среднего поля скорости потока, например в срезе ПС модели (рис. 1b), изотропия неоднородности засева нарушается. Попадая в область градиента продольной скорости ламинарного ПС, неоднородность засева испытывает растяжение, образуя протяженные продольные структуры. На рис. 5 показаны визуализации структуры частиц в ПС в плоскости, параллельной пластине. Приведены фрагменты изображений с масштабом 144×144 мм ($R = 0,281$ мм/пиксель), содержащие 512×512 пикселей, указаны направления потока газа и осей x и y . В ламинарном течении при $Re_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (рис. 5a) неоднородность засева содержит продольные структуры, в то время как при переходе к турбулентности с увеличением Re_1 до $20 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (рис. 5b) на визуализации преобладают крупномасштабные темные области с мелкой хаотичной неоднородностью (турбулентные пятна).

Распределения интегральной спектральной интенсивности неоднородностей I_{λ_x} и I_{λ_y} вдоль направлений x и y соответственно показаны на рис. 6a. Здесь применялись полосовые фильтры с центрами $\lambda = 0,6 \cdot 2^j$ мм и $\Delta\lambda = 0,1 [2^j, 2^{j+1}]$ мм, где $j = 0, \dots, 9$. Видно, что у I_{λ_y} (кривые 2 и 4) присутствует максимум с λ порядка 5 мм, в то время как I_{λ_x} в ламинарном ПС (кривая 1) не имеет на этих масштабах экстремума и увеличивается

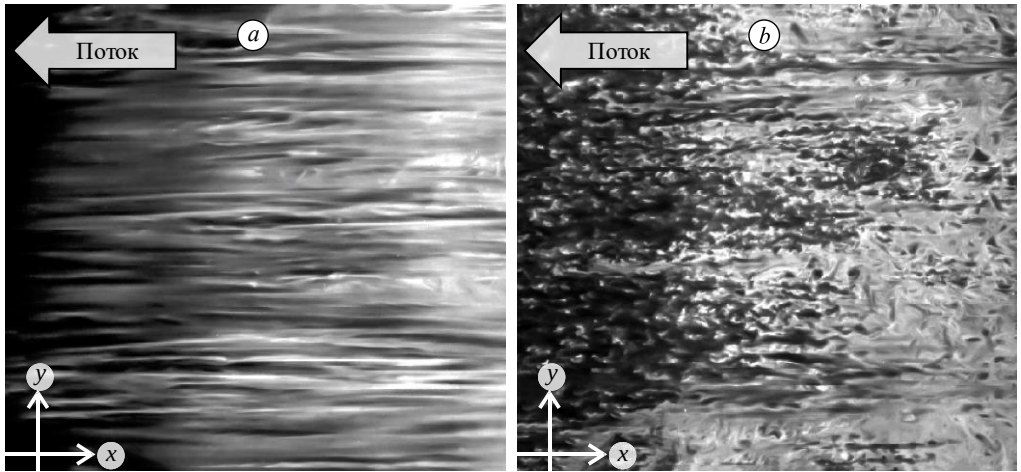


Рис. 5. Визуализация структуры частиц в ПС в плоскости, параллельной пластине, при $Re_1 = 5 \cdot 10^6$ (a) и $20 \cdot 10^6$ (b) m^{-1} .

в длинноволновой области. С увеличением числа Re на графике I_{λ_x} уже наблюдается локальный максимум в вышеуказанном диапазоне длин волн, но интенсивность длинноволновых неоднородностей остается большой.

На рис. 6b приведено распределение $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$, которое показывает, что поле неоднородности засева частиц сильно анизотропно. Наиболее отчетливо это проявляется для ламинарного течения, где $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x} > 4$, т.е. в диапазоне λ от 2 до 5 мм. Видно, что для случая большого Re_1 ($Re_1 = 20 \cdot 10^6 m^{-1}$) при визуализации ламинарно-турбулентного перехода значения отклонения $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$, лежащие ниже единицы, меньше, чем для $Re_1 = 5 \cdot 10^6 m^{-1}$, однако анизотропия наблюдается и в этом случае для коротковолновой области поля неоднородности засева, где $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x} \sim 2$.

Анизотропия неоднородности засева частиц позволяет применить метод спектральной фильтрации для выделения протяженных продольных структур и детектирования

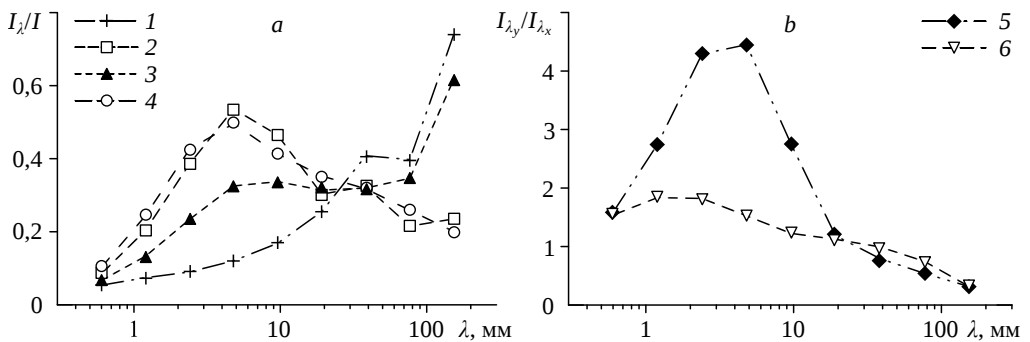


Рис. 6. Распределения нормированной интегральной спектральной интенсивности неоднородности засева частиц в пограничном слое пластины I_{λ_x} , I_{λ_y} (a) и отношения $I_{\lambda_y}/I_{\lambda_x}$ (b).

1, 3 — I_{λ_x} , 2, 4 — I_{λ_y} ; результаты 1, 2, 5 получены при $Re_1 = 5 \cdot 10^6 m^{-1}$, 3, 4, 6 — при $Re_1 = 20 \cdot 10^6 m^{-1}$.

ламинарного ПС на изображениях. Для этого к исходному изображению (рис. 7а) применяются преобразования:

$$I_{\text{ВЧ}_y}(x, y) = \text{FFT}^{-1}(\text{FFT}(I_y(x)) \cdot H_{\Delta\lambda}), \quad (9)$$

$$I_{\text{ВЧ}_x}(x, y) = \text{FFT}^{-1}(\text{FFT}(I_x(y)) \cdot H_{\Delta\lambda}), \quad (10)$$

представляющие собой поля амплитуд коротковолновых неоднородностей вдоль x - и y -направлений соответственно, полученные с использованием высокочастотной (ВЧ) фильтрации (3) с параметрами $\Delta\lambda = [0, 25, 6]$ мм на основе (4), (5). Результат таких преобразований показан на рис. 7. Видно, что длинноволновые продольные структуры вдоль направления x (рис. 7b) были отфильтрованы, в то время как преобразования вдоль y (рис. 7c) их сохранили, поскольку поперечные масштабы этих структур пропускались фильтром. Использование разности $I_{\text{ВЧ}_y} - I_{\text{ВЧ}_x}$ позволяет выделить амплитуды продольных структур (рис. 7).

Можно предложить способ оценки состояния пограничного слоя с использованием значения модуля $|I_{\text{ВЧ}_y}/I_{\text{ВЧ}_x}|$ в качестве критерия для разделения изотропной (поток и турбулентный ПС) и анизотропной (ламинарный ПС) областей изображений. Как видно

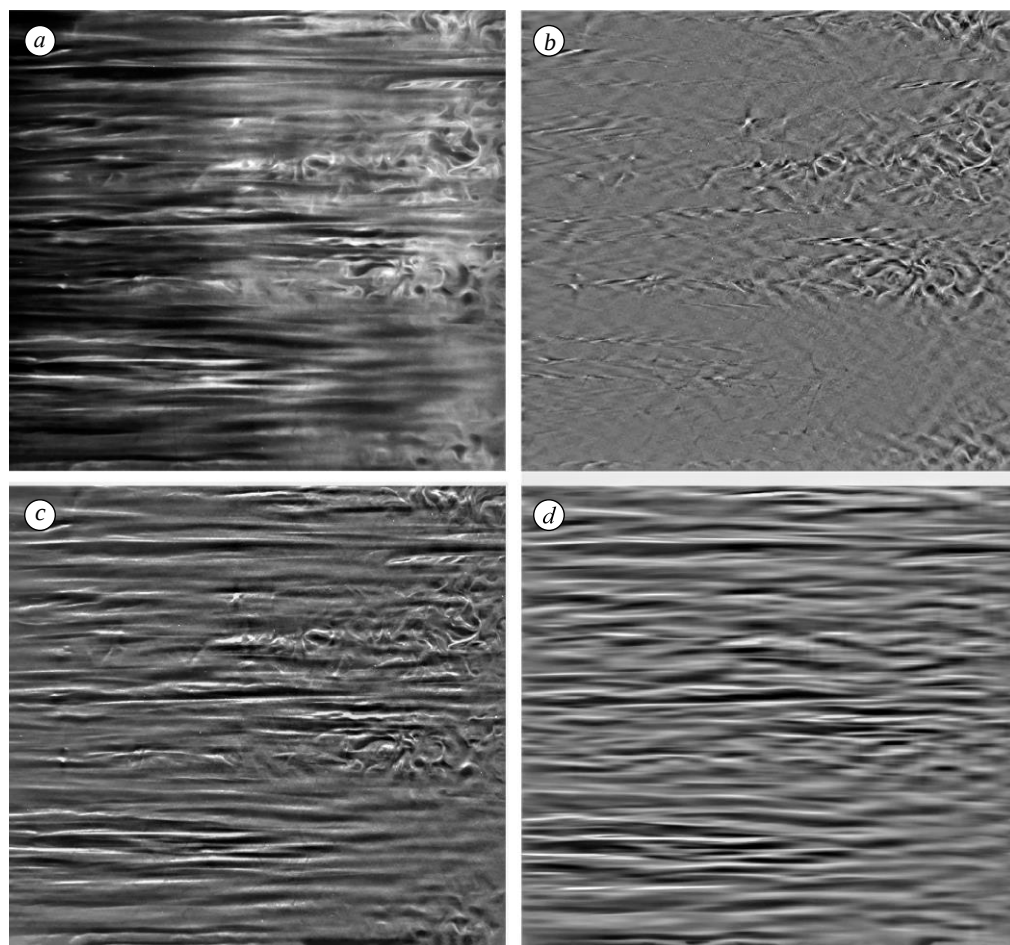


Рис. 7. Разделение изотропной и анизотропной компонент поля неоднородности засева частиц.

a — исходное изображение, b — коротковолновая компонента изображения в направлении x ,
 c — коротковолновая компонента изображения в направлении y ,
 d — разность коротковолновых компонент.

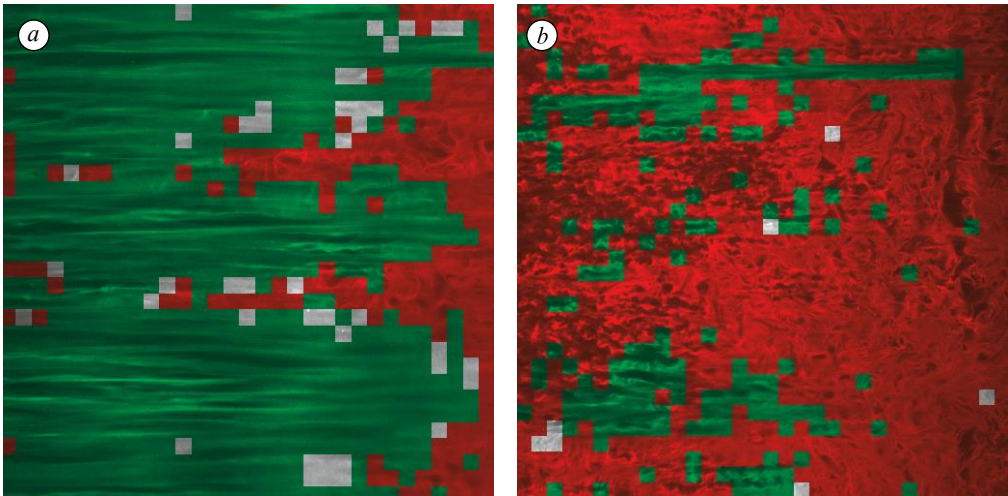


Рис. 8. Визуализация типа ПС для $Re_1 = 5 \cdot 10^6$ (a) и $20 \cdot 10^6$ (b) m^{-1} на основе критерия анизотропии.

Красный цвет — $0,8 > \left| I_{ВЧ_x} / I_{ВЧ_y} \right| > 1,2$ (внешний поток и турбулентный ПС),

зеленый цвет — $\left| I_{ВЧ_y} / I_{ВЧ_x} \right| > 2$ (ламинарный ПС).

из графика нормированной интегральной спектральной интенсивности (см. рис. 6), для дан-

ной серии экспериментов значения анизотропного распределения $\left| \frac{I_{\lambda_y}}{I_{\lambda_x}} \right| > 2$ в спектраль-

ном диапазоне от 1 до 10 мм. Поэтому был выбран критерий $\left| \frac{I_{ВЧ_y}}{I_{ВЧ_x}} \right| > 2$ для определения

зон анизотропного засева. Однородность турбулентного распределения ПС дает

$\left| \frac{I_{ВЧ_y}}{I_{ВЧ_x}} \right| \approx 1$. На рис. 8 приведены визуализации структуры частиц в ПС (соответствующие

рисункам 5a и 5b) с наложенными на них цветовыми областями, где красный цвет соответствует значениям $0,8 > \left| I_{ВЧ_y} / I_{ВЧ_x} \right| > 1,2$, а зеленый — $\left| I_{ВЧ_y} / I_{ВЧ_x} \right| > 2$.

Следует отметить, что при использовании указанного критерия хорошо выделяются области с протяженными продольными структурами. Таким образом, можно проводить автоматизированное детектирование области ламинарного течения. Однако для определения зон турбулентного потока по лазерным визуализациям требуются более сложные критерии, основанные не только на анизотропии потока, поскольку в область визуализации попадают как области неустойчивости и турбулентности ПС, так и вихревые структуры стенок сопла и набегающего потока, а спектральная неоднородность засева частиц во всех этих случаях относительно изотропна.

Заключение

Получены экспериментальные результаты лазерной визуализации структуры естественного засева частицами потока и пограничного слоя пластины в ламинарном и турбулентном режимах течений на аэродинамической установке импульсного действия

ИТПМ СО РАН. Также получены профили скорости пограничного слоя. Анализ экспериментальных данных продемонстрировал зависимость спектральных характеристик неоднородности засева частиц от числа Рейнольдса. Показана возможность выделения анизотропной компоненты поля неоднородности засева в пограничном слое пластины для автоматизированного детектирования состояния течения и ламинарно-турбулентного перехода.

Список литературы

1. **Adrian R.J.** Twenty years of particle image velocimetry // Experiments in fluids. 2005. Vol. 39. P. 159–169.
2. **Scarano F.** Overview of PIV in supersonic flows // Particle Image Velocimetry: New Developments and Recent Applications. 2007. P. 445–463.
3. **Scarano F., Riethmuller M.L.** Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete offset // Exp. Fluids. 1999. Vol. 26. P. 513–523.
4. **Scarano F.** Iterative image deformation methods in PIV // Review article. Meas. Sci. Technol. 2002. Vol. 13. P. R1–R19.
5. **Ахметбеков Е.К., Бильский А.В., Ложкин Ю.А., Маркович Д.М., Токарев М.П., Тюрюшкин А.Н.** Система управления экспериментом и обработки данных, полученных методами цифровой трассерной визуализации (ActualFlow) // Вычислительные методы и программирование. 2006. Т. 7. С. 79–85.
6. **Токарев М.П., Маркович Д.М., Бильский А.В.** Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12, № 3. С. 109–131.
7. **Громыко Ю.В., Маслов А.А., Сидоренко А.А., Поливанов П.А., Цырюльников И.С.** Расчет параметров потока в гиперзвуковых аэродинамических трубах // Вестн. НГУ. Серия: Физика. 2011. Т. 6, № 2. С. 10–16.
8. **Keane R.D., Adrian R.J.** Optimization of particle image velocimeters. Pt. I: Double pulsed systems // Meas. Sci. Technol. 1990. Vol. 1. P. 1202–1215.
9. **Willert C.E., Gharib M.** Digital particle image velocimetry // Exp. Fluids. 1991. Vol. 10. P. 181–193.
10. **Raffel M., Willert C., Kompenhans J.** Particle image velocimetry. A practical guide. Berlin: Springer, 1998. 253 p.
11. **Scarano F., Riethmuller M.L.** Advances in iterative multigrid PIV image processing // Exp. Fluids. 2000. Vol. 29. P. S51–S60.
12. **Fomin V.M., Kharitonov A.M., Maslov A.A., Shiplyuk A.N., Shumskii V.V., Yaroslavtsev M.I., Zvegintsev V.I.** Hypersonic short-duration facilities for aerodynamic research at ITAM, Russia // Experimental Methods of Shock Wave Research. 2016. Vol. 09. P. 315–346.
13. **Melling A.** Tracer particles and seeding for particle image velocimetry // Meas. Sci. Technol. 1997. Vol. 8. P. 1406–1416.
14. **Карчевский М.Н., Токарев М.П., Ягдницына А.А., Козинкин Л.А.** Корреляционный алгоритм расчета полей скорости в микроканальных течениях с высокой разрешающей способностью // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 6. С. 775–784.

*Статья поступила в редакцию 5 июня 2024 г.,
после доработки — 6 ноября 2024 г.,
принята к публикации 8 ноября 2024 г.*