

3. Введение в молекулярную электронику/Под ред. Н. С. Лидоренко.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
4. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1987.
5. Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А. Дифракция упругих волн.— Киев: Наук. думка, 1978.
6. Ковшов А. Н., Симонов И. В. О некоторых движениях жесткой сферы, впаивной в безграничную упругую среду // Изв. АН СССР. МТТ.— 1967.— № 5.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости.— М.: Наука, 1987.
8. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.— Киев: Наук. думка, 1981.
9. Никифоровский В. С., Онисько Н. И. Исследование осесимметричного поля перемещений в упругом полупространстве // ФТПРПИ.— 1966.— № 2.
10. Глазнев В. Н., Демин В. С., Солотчин А. В. О структуре сейсмического поля, возбуждаемого газодинамическим источником // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Матер. 8-й Всесоюз. конф./Под ред. В. М. Фомына.— Новосибирск, 1984.

г. Москва

Поступила 3/IV 1989 г.

УДК 531:539.3

И. И. Кудши

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ УСТАЛОСТНОГО ИЗНАШИВАНИЯ И ВЫКРАШИВАНИЯ

В [1] изложена статистическая математическая модель процессов усталостного изнашивания и выкрашивания, основанная на изучении единого механизма развития усталостных подповерхностных трещин в квазихрупких телах в условиях контактного нагружения. При этом в контакте предполагалось наличие нормальных и касательных контактных напряжений, а в поверхностных слоях материала — остаточных. Трещины считались прямолинейными не взаимодействующими стохастически рассеянными по объему материала. Рост трещин контролировался коэффициентами интенсивности напряжений в их вершинах и определялся кинетическим уравнением развития усталостных трещин.

В настоящей работе на основе модели [1] производится численное изучение процессов усталостного износа и выкрашивания. Проанализировано влияние основных параметров модели на контактную усталость. Установлены необходимые условия возникновения износа, отслаивания и выкрашивания. Приведен ряд численных данных.

1. Исходные соотношения задачи. Зададимся кинетическим уравнением Паррса развития усталостных трещин

$$(1.1) \quad dl/dN = g_0 k_1^m,$$

где k_1 — максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений нормального отрыва в вершине трещины за цикл нагружения; l — полудлина трещины; N — число циклов нагружения; g_0 и m — постоянные уравнения. Статистическую функцию распределения f трещин по полудлине l_0 в начальный момент времени будем считать подчиняющейся логарифмически нормальному закону

$$(1.2) \quad f(0, x, y, l_0) = \begin{cases} 0, & l_0 \leq 0, \\ \frac{n(0, x, y)}{(2\pi)^{1/2} \bar{\sigma} l_0} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(l_0) - \bar{\mu}}{\bar{\sigma}} \right)^2 \right], & l_0 > 0. \end{cases}$$

Здесь $n(0, x, y)$ — объемная плотность трещин; $\bar{\mu}$ и $\bar{\sigma}$ — математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение логарифма полудлины трещин в начальный момент времени. Допустим также, что величины n , $\bar{\mu}$ и $\bar{\sigma}$ не зависят от координат (x, y) точки материала (ось x направлена вдоль поверхности тела, ось y — перпендикулярно ей). Тогда вероятность отсутствия разрушения в точке (x, y) есть [1] (см. также (1.2))

$$(1.3) \quad \tilde{p}(N, x, y) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(\tilde{\sigma}_0 k) - \bar{\mu}}{\bar{\sigma}} \right) \right],$$

где $\text{erf}(z)$ — интеграл вероятности; $\tilde{l}_{0k} = \tilde{l}_{0k}(N, x, y)$ — полудлина трещины в начальный момент времени, которая после N циклов нагружения достигает критической полудлины $\tilde{l}_k = \tilde{l}_k(N, x, y)$ [1] (см. (1.1)):

$$(1.4) \quad \tilde{l}_{0k} = \left[\tilde{l}_k^{1/\beta} - g_0(1-m) \int_0^N k_{10}^{2m}(\tau, x, y - Y(\tau, x), \alpha) d\tau \right]^\beta, \quad \beta = (1-m)^{-1},$$

$$\tilde{l}_k = l_k(N, x, y - Y(N, x)) = [K_{fc}/k_{10}(N, x, y - Y(N, x), \alpha)]^2, \quad k_{10} = k_1 l^{-1/2}.$$

В (1.4) $Y(N, x)$ — линейный износ поверхности нижнего контактирующего тела (далее для простоты предполагается, что изнашивается лишь одно из контактирующих тел); K_{fc} — циклическая вязкость разрушения; k_{10} — коэффициент интенсивности напряжений нормального отрыва в вершине трещины единичной полудлины, определяемый согласно асимптотическому одночленному решению из [2]; α — угол ориентации трещины, отсчитываемый из уравнения [1]

$$(1.5) \quad k_2(N, x, y, \alpha) = 0$$

(k_2 — коэффициент интенсивности напряжений сдвига в вершине трещины [2]).

Под износом будем понимать условия, при которых

$$(1.6) \quad I(N, y_*, l_*) > I_w,$$

а выкрашиванием — условия, при которых

$$(1.7) \quad I(N, +\infty, +\infty) - I(N, y_*, l_*) \leq I_p$$

(l_* , I_w и I_p — эмпирические постоянные; выражение для числа продуктов разрушения I на единичной рабочей площади см. в [1]).

Согласно [1], глубина разрушенного износом слоя за N циклов нагружения имеет вид

$$(1.8) \quad Y(N, x) = m_c^{-1} \int_{\Omega_x} y [1 - \tilde{p}(N, x, y)] dy, \quad m_c = \int_{\Omega_x} [1 - \tilde{p}(N, x, y)] dy,$$

$$\Omega_x = \Omega_x(N, y_*, l_*) = \{y \mid 0 < Y(N, x) - y \leq y_*, \tilde{l}_k \leq l_*\}$$

(y_* находится из (1.6)).

Вероятность отсутствия выкрашивания [1]

$$(1.9) \quad P(N) = \min_{x, y \in C\Omega_x} \tilde{p}(N, x, y).$$

Здесь y_* определяется из (1.6); $C\Omega_x$ — дополнение Ω_x до интервала $(-\infty, Y(N, x))$. Процесс выкрашивания имеет место лишь при выполнении условия (1.7). Более детальное изложение модели контактной усталости дано в [1].

В соотношениях (1.3)–(1.5), (1.8) и (1.9) введем безразмерные переменные

$$(1.10) \quad (x', y', Y') = (x, y, Y)/b, \quad (\tilde{l}'_{0k}, \tilde{l}'_k) = (\tilde{l}_{0k}, \tilde{l}_k) e^{-\bar{\mu}}, \\ (k'_{10}, k'_2, q^{\alpha'}) = (k_{10}, k_2, q^0)/q, \quad L_0 = (K_{fc}/q)^2 e^{-\bar{\mu}}, \quad G_0 = g_0 q^{2m} e^{-\bar{\mu}\beta}$$

(q^0 — остаточные напряжения, действующие вдоль поверхности тела, q и b — соответственно максимальное давление и полуширина герцевского контакта). В переменных (1.10) (штрихи опущены) соотношения для Y и P сохраняют прежний вид, а для \tilde{l}_{0k} , \tilde{l}_k и \tilde{p} записываются в форме

$$(1.11) \quad \tilde{l}_{0k} = \left[\tilde{l}_k^{1/\beta} + (m-1)G_0 \int_0^N k_{10}^{2m}(\tau, x, y - Y(\tau, x), \alpha) d\tau \right]^\beta, \\ \tilde{l}_k = L_0/k_{10}^2(N, x, y - Y(N, x), \alpha), \quad \tilde{p} = 0,5 [1 + \text{erf}(\bar{\sigma}^{-1} \ln(\tilde{l}_{0k}))].$$

Таким образом, интенсивности износа и выкрашивания в единичном контакте зависят от шести безразмерных характеристик: $\bar{\sigma}$, L_0 , G_0 , m , q^0 и λ (коэффициент трения $\lambda = -\tau/p$, где τ и p — касательные и нормальные контактные напряжения). В случае $q^0 = q^0(y)$ число исходных безразмерных параметров, очевидно, оказывается бóльшим.

2. Схема численного анализа. Численное исследование задачи об износе и выкрашивании может быть проведено на основе соотношений (см. (1.5), (1.8), (1.9), (1.11))

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \tilde{l}_{0k,i+1} &= \{ \tilde{l}_{0k,i}^{1/\beta} + \tilde{l}_{k,i+1}^{1/\beta} - \tilde{l}_{k,i}^{1/\beta} + 0,5\Delta N_i(m-1)G_0 [k_{10}^{2m}(N_i, x, y - \\ &\quad - Y_i, \alpha) + k_{10}^{2m}(N_{i+1}, x, y - Y_{i+1}, \alpha)] \}^\beta, \\ Y_{i+1} &= \frac{0,5}{m_{c,i+1}} \int_{\Omega_{x,i}} y \left\{ 1 - \operatorname{erf}(\bar{\sigma}^{-1} \ln(\tilde{l}_{0k,i+1})) \right\} dy, \\ m_{c,i+1} &= 0,5 \int_{\Omega_{x,i}} \{ 1 - \operatorname{erf}(\bar{\sigma}^{-1} \ln(\tilde{l}_{0k,i+1})) \} dy, \\ P_i &= P(N_i) = 0,5 \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\bar{\sigma}^{-1} \ln \left(\min_{x,y \in C\Omega_{x,i}} \tilde{l}_{0k,i} \right) \right) \right\}. \end{aligned}$$

Здесь нижний индекс i — номер шага ΔN_i по количеству циклов нагружения. $N_i = N_{i-1} + \Delta N_{i-1}$; $Y_i = Y(N_i, x)$; $\tilde{l}_{0k,i} = \tilde{l}_{0k}(N_i, x, y)$; $\tilde{l}_{k,i} = \tilde{l}_k(N_i, x, y)$. Приведенная схема позволяет подбирать шаг ΔN_i в процессе вычислений в зависимости от поведения и значений Y_i , $\tilde{l}_{0k,i}$ и P_i .

При расчетах по (2.1) угол ориентации трещины находится из соотношения [2]

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}(2\alpha) &= -2y \int_a^c \frac{(t-x)[yp(t) + (t-x)\tau(t)] dt}{[(t-x)^2 + y^2]^2} \left/ \left\{ \frac{\pi}{2} \cdot q^0 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_a^c \frac{[(t-x)^2 - y^2][yp(t) + (t-x)\tau(t)] dt}{[(t-x)^2 + y^2]^2} \right\} \right. \end{aligned}$$

В качестве угла ориентации трещины α выбирается то решение уравнения (2.2), которое соответствует большему коэффициенту интенсивности напряжений нормального отрыва.

3. Численные результаты. Рассмотрим процесс циклических нагружений с постоянной во времени амплитудой. Контактные напряжения трения будем определять согласно закону кулоновского трения с коэффициентом трения λ . В дальнейших расчетах считаем, что исходная загрязненность материала (пространственное распределение трещин в материале) однородна по пространству.

Проанализируем результаты численного решения задачи об износе тела (в размерных переменных), изготовленного из стали ШХ15 типовой технологии выплавки, для которой характерны следующие значения [3]:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \bar{\mu} &= 1,58 + \ln(\text{мкм}), \quad \bar{\sigma} = 0,5, \\ K_{fc} &= 16,06 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}, \quad g_0 = 3,26 \cdot 10^{-11} \text{ МПа}^{-2m} \cdot \text{м}^{1-m}, \quad m = 1,59. \end{aligned}$$

Примем $q = 2,94$ ГПа, $b = 100$ мкм, $q^0 = 0$ и $\lambda = 0,01$. Вариант расчета для указанных выше данных условимся называть базовым. В табл. 1 приведены данные для различных вариантов расчета при пяти значениях абсолютной величины линейного износа: $|Y| = 0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2$ мкм. В графе «вариант расчета» указано наименование величины и ее значение, которые отличают этот вариант от базового, в остальных графах — количество циклов нагружения N , соответствующее достижению величиной $|Y|$ заданных значений. Числа N , отвечающие $Y = 0$, совпадают с инкубационными периодами, при превышении которых $Y \neq 0$. В послед-

Таблица 1

Y (N) , мкм	N · 10 ⁻⁸												
	Базовый вариант	q=1,96 ГПа	q=0,98 ГПа	λ=0,006	λ=0,0014	q ⁰ =49,03 МПа	q ⁰ =0,29 ГПа	λ̃=1	λ̃=2,69	σ̄=0,2	σ̄=1	g ₀ =1,87 · 10 ⁻¹¹ МПа ^{-1/2} · м	K _{fc} =14,26 МПа · м ^{1/2}
0	0,68	2,49	22,6	3,46	0,23	0,099	0,00215	0,96	0,35	1,16	0,28	1,18	0,68
0,05	2,20	7,95	72,6	14,6	0,64	0,189	0,00262	3,09	1,13	3,78	0,89	3,83	2,19
0,10	3,19	11,6	105,6	22,6	0,90	0,232	0,00280	4,50	1,65	5,53	1,30	5,58	3,19
0,15	4,11	15,0	135,8	30,1	1,13	0,267	0,00293	5,79	2,13	7,13	1,67	7,18	4,11
0,20	5,01	18,2	165,1	37,4	1,36	0,297	0,00302	7,05	2,59	8,66	2,03	8,73	5,00
dY/dN · 10 ¹⁰													
	5,42	1,72	0,17	0,68	20,97	143,1	39 400	3,57	12,0	2,99	12,0	3,34	5,60

ней строке табл. 1 приведены средние значения $|dY/dN|$ (интенсивность изнашивания $I = |dY/dL|$, где L — длина пути трения, очевидно, равна $I = 0,5b^{-1} |dY/dN|$), осредненные по точкам, отвечающим указанным значениям $|Y|$. Кроме того, в табл. 1 принято $\tilde{\mu} = \bar{\mu} - \ln(\text{мкм})$. Описанные данные получены при следующих значениях шагов по переменным x и y : $\Delta x = 0,1$ мкм и $\Delta y = 1,25 \cdot 10^{-4}$ мкм; кроме того, $y_w = l_w = \infty$.

Из табл. 1 следует, что линейный износ Y и скорость износа dY/dN — нелинейные функции q, q^0, λ , характеристик трещиностойкости K_{fc}, g_0 и дефектности материала $\bar{\mu}$ и $\bar{\sigma}$. Можно сделать вывод о том, что наиболее сильная зависимость Y имеет место от $q, \lambda, q^0, \bar{\sigma}$ и g_0 . Расчеты показывают, что при $q^0 = 49,03$ и $294,2$ МПа скорость изнашивания $|dY/dN|$ увеличивается с ростом N , что вызвано малым отличием скоростей развития усталостных трещин, залегающих на различных глубинах. В других вариантах расчетов $|dY/dN|$ незначительно отличается от приведенных в табл. 1 значений. Из полученных результатов также следует, что на рассмотренном диапазоне циклов нагружения стационарная скорость износа не достигается.

Интересно заметить, что инкубационный период процесса (см. первую и последнюю строки табл. 1) короче для тех вариантов расчета, для которых $|dY/dN|$ больше. Наличие инкубационного периода связано с тем, что в этот период вероятность существования трещин с полудлиной $l > l_k$ пренебрежимо мала (конкретно в расчетах меньше 10^{-4}). Это следствие быстрого убывания функции $f(0, x, y, l_0)$ с ростом l_0 . Из табл. 1 выводим, что процесс износа интенсифицируется при увеличении $q, q^0, \lambda, \tilde{\mu}, \bar{\sigma}, g_0$ и уменьшении K_{fc} .

Необходимо отметить, что в рассмотренных случаях наблюдалось монотонное убывание максимума коэффициента интенсивности напряжений k_{10} и возрастание критической полудлины трещин \tilde{l}_k с ростом $|y|$ ($y < 0$). При этом при всех y угол ориентации трещин α оказывается весьма близким к $\pi/2$.

По мере увеличения сжимающих остаточных напряжений q^0 к процессу износа присоединяется процесс отслаивания, отличающийся от износа большими размерами продуктов разрушения и прерывистостью развития во времени. Так, при $q^0 = -73,55$ МПа и $\lambda = 0,014$ (остальные параметры соответствуют базовому варианту) по-прежнему имеет место процесс износа (табл. 2). При этом поведение k_{10} и \tilde{l}_k отличается от описанного выше. По мере увеличения $|y|$ ($y < 0$) наблюдается резкое убывание k_{10} до минимума (табл. 3), затем — возрастание до максимального значения с последующим монотонным убыванием до нуля. Поведение \tilde{l}_k от y определяется зависимостью $\tilde{l}_k \sim k_{10}^{-2}$. Угол α монотонно убывает с ростом $|y|$. Скорость износа dY/dN близка к постоянной, что обусловлено

Таблица 2

$N \cdot 10^{-11}$	$ Y(N) \cdot 10^2,$ МкМ	$N \cdot 10^{-11}$	$ Y(N) \cdot 10^2,$ МкМ
0,3011	0	202,0	1,75
0,3083	0,000125	231,1	2
28,87	0,25	260,0	2,25
57,66	0,5	288,6	2,5
86,79	0,75	317,7	2,75
115,7	1	346,5	3
144,3	1,25	375,1	3,25
173,2	1,5	404,1	3,5

Таблица 3

$ y \cdot 10^2,$ МкМ	$k_{10} \cdot 10^{11},$ МПа	$\alpha \cdot 10^3$
0,000125	8645	1589,36
0,25	2078	1559,49
0,5	1,790	54,39
0,75	0,6938	14,67
1	0,5871	10,43
1,25	0,5575	8,438
1,5	0,5512	7,528
1,75	0,5499	6,797
2	0,5554	6,394
2,25	0,5610	6,075

описанной зависимостью k_{10} от y . При расчете Δx , y_w и l_w были прежними, а $\Delta y = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мкМ.

При $q^0 = -196,13; -490,33$ МПа ($\lambda = 0,014$, остальные параметры отвечают базовому варианту) одновременно происходят процессы отслаивания и износа (табл. 4, 5). При этом, в отличие от предыдущих случаев, $\Delta y = 1,45 \cdot 10^{-2}$ мкМ.

В рассматриваемых вариантах расчетов $Y(N)$ — разрывная кусочно-постоянная функция. В табл. 4, 5 указаны значения N_i , в промежутках между которыми $Y(N) = Y_{i+1} = \text{const}$ ($N_i \leq N < N_{i+1}$, $i = 0, 1, \dots$) и в которых $Y(N)$ испытывает скачок. Значение k_{10} при увеличении $|y|$ ($y < 0$) сначала возрастает, достигает максимума соответственно при $y = -0,558$ и $-0,624$, затем убывает до нуля. Аналогично ведет себя Угол α , оставаясь близким к нулю при любых y . Поведение \tilde{l}_k вытекает из (1.11). Глубина залегания описанных экстремумов медленно увеличивается с ростом $|q^0|$ ($q^0 < 0$) и λ . Отметим также периодические ускорения и замедления процессов износа и отслаивания (см. табл. 4, 5).

По-прежнему при увеличении λ скорость износа и отслаивания увеличивается, а при росте $|q^0|$ ($q^0 < 0$) — уменьшается. Из табл. 1, 2, 4, 5 следует, что частицы износа при $q^0 > 0$ и сравнительно малых $|q^0|$ ($q^0 < 0$) по размерам много меньше аналогичных частиц, возникающих при значительных сжимающих напряжениях q^0 , при которых они сильно вытянуты в одном направлении (это следует из того, что $\alpha \approx 0$ и критические полудлины трещин весьма велики). Кроме того, при $q^0 > 0$ и малых $|q^0|$ ($q^0 < 0$) износ непрерывен во времени в отличие от износа при больших $|q^0|$ ($q^0 < 0$), превосходя последний на много порядков. Низкая интенсивность износа связана с учетом различных факторов (шерохова-

Таблица 4

$N \cdot 10^{-24}$	0,384	0,393	0,400	0,407	0,414	0,421	0,435	0,442	0,449	0,456	0,479	0,486
$ Y ,$ МкМ	0	0,558	0,594	0,609	0,616	0,624	0,747	0,768	0,776	0,783	0,935	0,943
$N \cdot 10^{-24}$	0,530	0,537	0,543	0,550	0,556	0,563	0,599	0,606	0,613	0,620	0,642	0,649
$ Y ,$ МкМ	1,138	1,202	1,239	1,261	1,269	1,276	1,407	1,435	1,443	1,450	1,602	1,617
$N \cdot 10^{-24}$	0,656	0,663	0,685	0,692	0,699	0,706	0,714	0,728	0,735	0,742	0,771	0,778
$ Y ,$ МкМ	1,631	1,639	1,791	1,812	1,820	1,834	1,842	1,979	1,994	2,001	2,154	2,189
$N \cdot 10^{-24}$	0,785	0,792	0,799	0,822	0,829	0,836	0,843	0,865	0,871	0,878	0,908	0,915
$ Y ,$ МкМ	2,204	2,211	2,219	2,371	2,399	2,414	2,422	2,574	2,588	2,596	2,755	2,762
$N \cdot 10^{-24}$	0,922	0,951	0,958	0,965	0,972	0,994	1,001	1,038	1,044	1,051	1,059	1,066
$ Y ,$ МкМ	2,770	2,929	2,965	2,980	2,987	3,132	3,147	3,299	3,334	3,349	3,357	3,364

Таблица 5

$N \cdot 10^{-24}$	0,461	0,472	0,480	0,487	0,495	0,503	0,536	0,544	0,587	0,595	0,603	0,611
$ Y $, мкм	0	0,624	0,673	0,703	0,718	0,725	0,863	0,870	1,023	1,051	1,073	1,080
$N \cdot 10^{-24}$	0,619	0,645	0,653	0,661	0,669	0,678	0,704	0,712	0,720	0,728	0,762	0,770
$ Y $, мкм	1,088	1,247	1,275	1,290	1,298	1,305	1,465	1,500	1,515	1,523	1,689	1,718
$N \cdot 10^{-24}$	0,778	0,786	0,821	0,829	0,837	0,845	0,880	0,888	0,896	0,904	0,912	0,938
$ Y $, мкм	1,733	1,740	1,907	1,935	1,950	1,958	2,125	2,160	2,175	2,182	2,190	2,349
$N \cdot 10^{-24}$	0,946	0,954	0,963	0,997	1,005	1,013	1,022	1,056	1,064	1,073	1,081	1,089
$ Y $, мкм	2,385	2,400	2,407	2,574	2,602	2,617	2,625	2,792	2,827	2,842	2,856	2,864

тости поверхностей, абразивных загрязнений в смазке, внедренного в поверхности абразива и т. д.), приводящих к интенсификации процесса.

В приведенных выше расчетах считалось, что остаточные напряжения $q^0(y)$ постоянны по глубине. Численное изучение задачи показало, что при $q^0(y) = \text{const}$ выкрашивание не наступает, а возможность возникновения выкрашивания связана с реализацией на глубинах под поверхностью тела, сравнимых с областью контакта, растягивающих остаточных напряжений. При этом необходимо, чтобы в слоях, подверженных выкрашиванию, коэффициенты интенсивности напряжений k_1 были бы по порядку величины не меньше, чем в приповерхностных слоях, подверженных износу.

В однородной изотропной упругой полуплоскости со свободной от напряжений поверхностью невозможно создать переменные по глубине остаточные напряжения $q^0(y)$ (за исключением линейно изменяющихся по глубине). На практике в результате воздействия различных технологических процессов материал деталей оказывается неоднородным, вследствие чего в нем возникают переменные по глубине остаточные напряжения $q^0(y)$. Поэтому при анализе процесса выкрашивания, не располагая решениями соответствующих контактных задач теории упругости для трещиноватых неоднородных тел*, приближенно будем считать, что $q^0 = q^0(y) \neq \text{const}$, и пользоваться главными членами решений контактных задач для трещиноватых тел из [2], отвечающих однородным и изотропным упругим материалам. Подобные допущения для практических нужд, как правило, обеспечивают необходимую точность.

Рассмотрим процесс выкрашивания на примере стали ШХ15 с приведенными выше параметрами базового варианта. В качестве базового примем использованный при расчетах износа упомянутый базовый вариант, в котором изменены значения λ и q^0 : $\lambda = 0,08$ и $q^0(y) = (\alpha_1 + \alpha_2 y) \cdot \exp(\alpha_3 y)$, $\alpha_1 = -490$ МПа, $\alpha_2 = -16,64$ ТПа \cdot м $^{-1}$, $\alpha_3 = 9,5 \times 10^4$ м $^{-1}$. При этом $q^0(0) = \alpha_1$, $\max q^0(y) = 49,03$ МПа достигается при $y_{\max} = -40$ мкм. В расчетах принято $\Delta x = 0,1$ мкм, $\Delta y = y_w = 1$ мкм и $l_w = \infty$.

В табл. 6, структура которой аналогична структуре табл. 1 при замене $|Y(N)|$ на $P(N)$, приведены результаты различных вариантов расчетов вероятности отсутствия выкрашивания $P(N)$. Как и $|Y(N)|$, $P(N)$ является нелинейной функцией q , λ , $\max q^0(y)$, y_{\max} , K_{fc} , g_0 , μ и σ . Представленные данные свидетельствуют о том, что наиболее сильна зависимость $P(N)$ от λ и q . Расчеты показали также, что $P(N)$ наиболее слабо зависит от y_{\max} . Процесс выкрашивания интенсифицируется при росте q , $\max q^0(y) > 0$, λ , μ , σ , g_0 и уменьшении $|y_{\max}|$ ($y_{\max} < 0$), K_{fc} . Для

* При наличии решений указанных задач они с успехом могут быть использованы в рамках излагаемой модели.

Таблица 3

$P(N)$	Базовый вариант	$q=1,96$ ГПа	$q=0,98$ ГПа	$\lambda=0,04$	$\tilde{\mu}=1$	$\tilde{\mu}=2,69$	$\bar{\sigma}=0,2$	$\bar{\sigma}=1$	$g_0=1,87 \cdot 10^{-11}$ МПа $^{-2m}$ $\cdot m^{1-m}$	$g_0=1,02 \cdot 10^{-10}$ МПа $^{-2m}$ $\cdot m^{1-m}$
	$N \cdot 10^{-10}$									
0,95	0,65	1,75	6,90	10,66	0,91	0,33	0,79	0,46	1,13	0,20
0,90	0,70	1,90	7,45	11,50	0,98	0,36	0,82	0,53	1,22	0,22
0,75	0,79	2,16	8,45	13,05	1,11	0,41	0,86	0,69	1,38	0,25
0,50	0,91	2,48	9,73	15,02	1,28	0,47	0,91	0,91	1,59	0,29
0,25	1,05	2,86	11,21	17,29	1,47	0,54	0,96	1,21	1,83	0,33
0,1	1,19	3,24	12,89	19,63	1,68	0,62	1,01	1,55	2,08	0,38

Таблица 7

$P(N)$	Базовый вариант	$\max_y q^0(y) =$ $=19,61$ МПа	$\max_y q^0(y) =$ $=49,03$ МПа	$P(N)$	Базовый вариант	$\max_y q^0(y) =$ $=19,61$ МПа	$\max_y q^0(y) =$ $=49,03$ МПа
	$N \cdot 10^{-10}$				$N \cdot 10^{-10}$		
0,95	0,65	0,0860	0,0105	0,50	0,91	0,1213	0,0148
0,90	0,70	0,0928	0,0113	0,25	1,05	0,1397	0,0171
0,75	0,79	0,1054	0,0129	0,1	1,19	0,1586	0,0194

указанных в табл. 6 значений N износ $Y(N)$ отсутствует. При этом коэффициент интенсивности k_{10} по мере увеличения $|y|$ ($y < 0$) возрастает, достигая максимума на глубине 3—7 мкм, затем убывает до минимума, расположенного вблизи ординаты $y_0 = -\alpha_1/\alpha_2$ обращения в нуль $q^0(y)$, как правило, находящегося в области сжимающих остаточных напряжений. При дальнейшем увеличении $|y|$ ($y < 0$) коэффициент $k_1(y)$ возрастает до максимума, расположенного на отрезке $[y_0, y_{\max}]$, и затем монотонно убывает. В приведенных в табл. 6 случаях величина $\max_y k_{10}(y)$ в более глубоко залегающем максимуме на два и более порядка больше, чем в приповерхностном. Расчеты показывают, что выкрашивание определяется упомянутым более глубоко залегающим максимумом, что объясняется значительно большей скоростью развития трещин на этой глубине по сравнению с другими точками.

В слое материала $y_0 \leq y < 0$ трещины развиваются почти параллельно поверхности тела, а при $y < y_0$ угол их ориентации α становится близким к $\pi/2$.

При фиксированных $q^0(0)$ и y_{\max} рост $\max_y q^0(y)$ приводит к резкой интенсификации выкрашивания. Этот факт иллюстрируется данными табл. 7, в первом столбце которой приведены значения числа циклов N достижения заданной вероятности $P(N)$ для базового варианта, во втором — для базового варианта при $\max_y q^0(y) = 19,61$ МПа, в третьем — для базового варианта при $\max_y q^0(y) = 49,03$ МПа. Заметим, что при дальнейшем увеличении $\max_y q^0(y)$ вероятность $P(N)$ с большой точностью определяется лишь указанным максимумом.

Описанные результаты качественно, а в ряде случаев и количественно согласуются с экспериментальными данными. Непосредственное сравнение, как правило, бывает затруднительным, так как в литературе отсутствуют данные по результатам испытаний на контактную усталость и соответствующие им все исходные характеристики исследуемой модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудиш И. И. О математической модели процессов усталостного выкрашивания и изнашивания // ПМТФ.— 1990.— № 4.
2. Кудиш И. И. Контактная задача теории упругости для предварительно напряженных тел с трещинами // ПМТФ.— 1987.— № 2.

3. Гладкий Я. Н., Симиных В. Н., Хасин Г. А. и др. Влияние технологии выплавки и внепечного рафинирования на усталость и трещиностойкость высокопрочных низкоуглеродистых сталей // Физ.-хим. механика материалов.— 1978.— № 4.

г. Москва

Поступила 26/VI 1989 г.

УДК 539.3

В. А. Еремеев

ВЫПУЧИВАНИЕ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЙ ПЛИТЫ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ, С УЧЕТОМ ФАЗОВОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ

На основе уравнений пространственной нелинейной теории упругости [1] сформулированы условия равновесия при конечных деформациях произвольного термоупругого тела, испытывающего фазовый переход. С их помощью исследовано равновесие в поле силы тяжести лежащей на поверхности расплава круглой однородной плиты. Расплав моделировался однородной несжимаемой жидкостью. В качестве определяющего соотношения для материала плиты использована модель неогуковского материала, которая является одним из возможных обобщений модели несжимаемого линейно-упругого тела на случай конечных деформаций. Методом наложения малой деформации на конечную [1] изучена потеря устойчивости плиты в малом, вызванная ее сжатием в радиальном направлении. Численно определялись критические значения деформации. Аналогично исследовано выпучивание плиты при отсутствии фазового перехода.

1. Рассмотрим равновесие термоупругого тела, испытывающего фазовый переход первого рода жидкость — твердое тело. Подобные фазовые превращения в рамках механики сплошной среды изучались в [2—7], где использовались различные подходы к получению соотношений на границе раздела фаз, описывающих фазовый переход. Характерная особенность задачи равновесия термоупругого тела в условиях фазового перехода есть наличие заранее неизвестной границы раздела фаз. В качестве дополнительного условия фазового равновесия, служащего для определения положения фазовой границы, здесь выбрано уравнение кривой плавления, выражающее зависимость температуры плавления от давления в жидкости [8].

Пусть объем, занимаемый телом в отсчетной конфигурации, равен v . Внешнюю границу тела представим как объединение поверхности γ , отделяющей твердое тело от жидкости, и поверхности $\sigma = \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup \sigma_3 = \sigma_4 \cup \sigma_5$ (рис. 1). Тело деформируется под действием массовых сил \mathbf{b} , распределенных по поверхности σ , нагрузок \mathbf{d} . На поверхности σ_2 заданы перемещения. Часть границы σ_3 контактирует с гладкой жесткой поверхностью. На поверхности σ_4 задана температура Θ_0 , а на σ_5 — тепловой поток s .

Уравнения равновесия, теплового баланса и краевые условия на поверхности σ для нелинейно-термоупругого тела имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \nabla^0 \cdot \mathbf{D} + \rho_0 \mathbf{b} &= 0, \quad \nabla^0 \cdot \mathbf{h}^0 = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} |_{\sigma_1} &= \mathbf{d}, \quad \mathbf{R} |_{\sigma_2} = \mathbf{R}_0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \cdot (\mathbf{E} - \mathbf{N}\mathbf{N}) |_{\sigma_3} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{r}) |_{\sigma_3} &= 0, \quad \Theta |_{\sigma_4} = \Theta_0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{h}^0 |_{\sigma_5} = s, \end{aligned}$$

где ∇^0 — оператор градиента в отсчетной конфигурации; \mathbf{D} — тензор напряжений Пиолы; \mathbf{h}^0 — вектор теплового потока Пиолы; ρ_0 — плотность материала в отсчетной конфигурации; \mathbf{r} и $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{r})$ — радиусы-векторы точки тела в начальном и деформированном состояниях; \mathbf{E} — единичный тензор; \mathbf{n} — вектор единичной нормали к поверхности σ ; \mathbf{N} — вектор единичной нормали к границе тела в деформированном состоянии; Θ — температура.

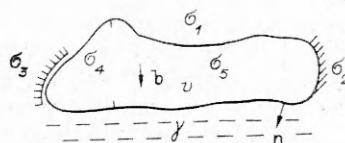


Рис. 1