

РЕЛАКСАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ, ПОЛЗУЧЕСТЬ И ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ; ОБЩНОСТЬ И ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ

Г. С. Воротников, Б. М. Ровинский

(Москва)

В работах, посвященных разработке методов описания поведения материалов при ползучести и релаксации напряжений на основании испытаний на одноосное растяжение, авторы обычно исходят из концепции существования механического уравнения состояния — уравнения, связывающего деформацию или скорость деформации, температуру, напряжение и время для указанных процессов.

Идею механического уравнения состояния выдвинули впервые Надаи [1] и Зинер и Холломен [2]. Холломен [3] получил некоторые экспериментальные данные в подтверждение существования механического уравнения состояния. Однако Орован [4], Дори с соавторами [5], а также Джонсон и др. [6] провели испытания, результаты которых оказались не согласующимися с этой концепцией. Фрейденталь [7], рассматривая физические основы указанных процессов, а также их математическое описание, не отрицает принципиальной возможности пересчета данных одного вида испытаний в другие и неудачи в этом вопросе относит за счет недостаточных сведений о сущности указанных процессов. Такого же мнения придерживаются также Гуйю и Пратт [8], указывая на сложность процессов, протекающих в испытываемом материале.

Из указанных работ следует, что попытка описать механическое поведение твердого тела одним простым «уравнением состояния», параметры которого имели бы одинаковое значение для каждого отдельного вида испытаний, является весьма сомнительной. Очевидно, поэтому поведение твердого тела при различных видах испытаний может быть описано обобщенным уравнением, но параметры такого уравнения для каждого отдельного вида испытаний будут иметь различные численные значения, отображая особенности физических условий протекания процессов релаксации напряжений, ползучести и одноосного растяжения.

Ниже исследуется возможность описания релаксации напряжений, ползучести и одноосного растяжения одним обобщенным уравнением, и на основании анализа экспериментальных данных делается попытка выявить общность и особенности этих процессов.

Релаксация напряжений. Авторы ряда работ, посвященных изучению явления релаксации напряжений в металлах, следуя Максвеллу, исходили из простейшего допущения, что релаксация напряжений со временем протекает пропорционально величине приложенного к телу напряжения

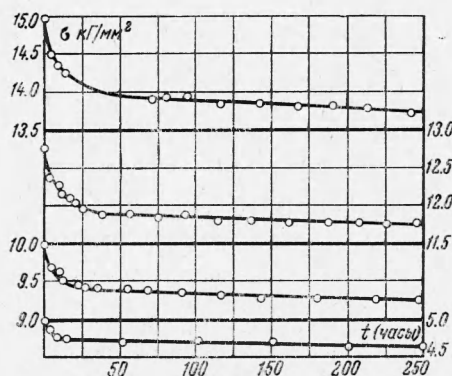
$$-d\sigma / dt = K\sigma, \quad \sigma = \sigma_0 e^{-Kt} \quad (1)$$

K — постоянная, характеризующая скорость самопроизвольного убывания напряжения, σ_0 и σ — напряжения в моменты 0 и t .

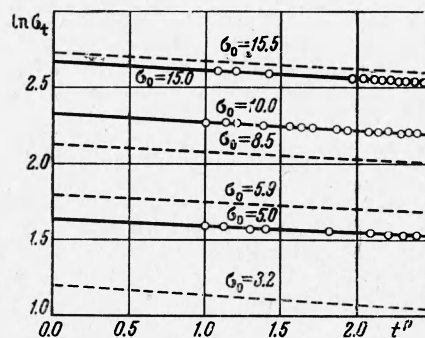
Кривые релаксации напряжений должны представляться согласно (1) в полулогарифмическом масштабе в виде прямых, угол наклона которых определяется значением константы K . Однако практически кривые релаксации напряжений в металлах, получаемые в эксперименте, предстают всегда в полулогарифмическом масштабе в виде кривых с резким перегибом в начальный период времени [9].

На фиг. 1 представлены кривые релаксации напряжений в меди марки М2, полученные при комнатной температуре на машине для релаксационных испытаний УМИР-10 конструкции Я. П. Баушиса [10]. Образцы были предварительно отожжены в вакууме при 550° С в течение 2 час. Эти кривые, полученные в отличных от [9] экспериментальных условиях,

как показал расчет, предстают в полулогарифмическом масштабе также в виде кривых. Этим, как и ранее в [9], подтверждается качественное отличие релаксационного процесса в металлах от упруго-вязкого процесса, описываемого схемой Максвелла. В целом накопленные экспериментальные данные указывают, что уравнение (1) не отображает реального механизма релаксации напряжений в металлах.



Фиг. 1. Кривые релаксации напряжений в меди при комнатной температуре в координатах σ , t , полученные на машине УМИР-10 при различных начальных напряжениях σ_0



Фиг. 2. Кривые релаксации напряжений в меди при комнатной температуре в координатах $\ln \sigma_t$, t^p : сплошные — получены на машине УМИР-10, пунктирные — получены Девисом в работе [14]

В работах Н. М. Беляева [11] и Я. П. Баушиса [12], следуя Одквисту, предполагалось, что падение напряжений со временем пропорционально n -й степени приложенного напряжения

$$-d\sigma / dt = K\sigma^n \quad (2)$$

Решение (2) можно представить в виде

$$\frac{1}{(n-1)\sigma_0^{n-1}} - \frac{1}{(n-1)\sigma^{n-1}} = -Kt \quad (3)$$

Проведенные вычисления релаксационных кривых, полученных на машине УМИР-10 (фиг. 1) по уравнению

$$1/\sigma_0 - 1/\sigma = -Kt$$

(т. е. при $n = 2$) в виде зависимости

$$1/\sigma_0 - 1/\sigma = f(t)$$

а также и при других значениях n показали, что и уравнение (2) не дает удовлетворительного описания процесса релаксации напряжений в металлах, т. е. $K \neq \text{const}$.

В [9] и последующих работах [13] было показано, что релаксация напряжений в металлах и сплавах при комнатной и повышенной температурах хорошо описывается уравнением

$$\sigma = \sigma_0 \exp[-k^p t^p] \quad (4)$$

Уравнение (4) получается после интегрирования (1) при подстановке в него выражения $K = pk^p t^{p-1}$. Очевидно изменение напряжений во вре-

мени имеет более сложный характер, поскольку $K = f(t, \sigma_0)$ и следовательно релаксационный процесс в металлах не является упруго-вязким или подобным ему процессом.

Показатель p в (4) может иметь значения в пределах от 0 до 1 и характеризует степень «близости» релаксационного процесса в металлах к упруго-вязкому, описываемому уравнением (1), а параметр k с размерностью $[T]^{-1}$ характеризует истинную относительную скорость релаксации напряжений в теле, $1/k = \tau$ — истинное время релаксации, а K — характеризует обобщенную или эффективную относительную скорость релаксации напряжений в твердом теле.

На фиг. 2 в координатах $\ln \sigma, t^p$ представлены экспериментальные данные, полученные на машине УМИР-10, и данные, полученные Девисом [14] на машине Бойда при испытании бескислородной меди при комнатной температуре. Для построения фиг. 2 экспериментальные данные ранее представлялись графически в координатах $\lg L, \lg t$, где $L = \ln(\sigma/\sigma_0)$. На этих графиках получались прямые, угол наклона которых определялся параметром p . Определив по ним величину p , легко было далее представить экспериментальные данные в координатах $\ln \sigma, t^p$. В этих координатах более точно выявляется характер процесса.

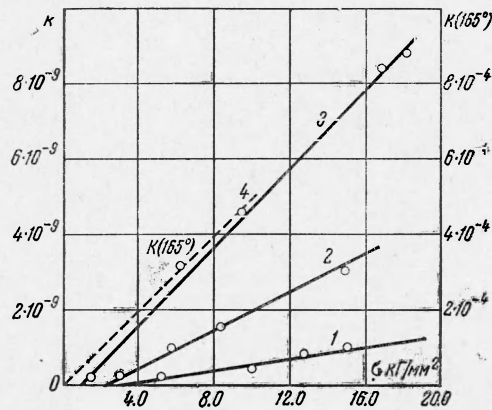
Данные на фиг. 2 свидетельствуют, что уравнение (4) в достаточной мере хорошо описывает процесс релаксации напряжений в меди при комнатной температуре. Были определены значения параметров p и k . Оказалось, что показатель p для данного материала практически не зависит от начального напряжения, при котором проводилось его испытание ($p = 0,16$ и $0,24$ для меди при 165°C), а величина k возрастает с увеличением напряжения σ_0 . Из фиг. 3 видно, что k находится в линейной зависимости от σ_0 . На фиг. 3 представлены также данные для меди высокой чистоты, приведенные в [9], и данные Девиса для меди при 165°C [14].

Уравнение (1) получается, как известно, из общего уравнения Максвелла

$$\frac{d\sigma}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt} - K\sigma \quad \text{при } \varepsilon = \text{const} \quad (K = \text{const}) \quad (5)$$

С течением времени по Максвеллу происходит лишь переход упругой деформации в качественно другой вид деформации — вязкую (упруго-вязкий процесс), причем начальная деформация ε_0 остается постоянной (релаксация в чистом виде). Однако уравнение (4) получается также из (5), когда $K \neq \text{const}$, и упругая деформация переходит в пластическую: $\varepsilon \rightarrow \delta$, т. е. когда процесс является упруго-пластическим. Таким образом, уравнение (5) может рассматриваться как обобщенное уравнение, описывающее упруго-вязкий и упруго-пластический процессы.

При $K = 0$ ($p = 0$, $\tau = \infty$) получаем из (5) соотношение Гука. После мгновенного нагружения упруго-пластического тела до $\sigma_0 < \sigma_e$ (σ_e — фи-



Фиг. 3. Зависимость параметра релаксации напряжений k от величины начального напряжения σ_0 : 1 — по данным испытания на машине УМИР-10; 2 — по данным испытаний Девиса при комнатной температуре; 3 — по данным работы [9]; 4 — по данным испытаний Девиса при 165°C

зический предел упругости) релаксация напряжений не происходит, и лишь после нагружения до $\sigma_0 > \sigma_e$ происходит релаксация напряжений. Скорость релаксации при этом возрастает — она изменяется от нуля; $\sigma \rightarrow \sigma_e$, $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_e$ (ε_e — деформация, соответствующая физическому пределу упругости) и

$$\sigma - \sigma_e = (\sigma_0 - \sigma_e) \exp [-k^p t^p] \quad (6)$$

Очевидно, чем выше предел упругости, тем меньше $\sigma - \sigma_e = \sigma^*$ (σ^* — эффективное напряжение) и тем меньше k ; параметр p не зависит от величины предела упругости. Данные, приведенные на фиг. 3, показывают, что предел упругости исследованных образцов меди при комнатной температуре выше нуля, и лишь при 165°C предел упругости меди равен нулю.

Ползучесть. При $\sigma = \text{const}$ и $K \neq \text{const}$ ($0 < p < 1$) получаем из (5) уравнение ползучести упруго-пластического тела

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{K}{E} \sigma \quad (7)$$

Полагая, как и выше, при рассмотрении вопроса о релаксации напряжений $K = p k^p t^{p-1}$, получаем после подстановки в (7) и интегрирования

$$\varepsilon = \frac{k^p}{E} t^p \sigma \quad (8)$$

При $\sigma < \sigma_e$ вся деформация ε в (8) является упругой — $\varepsilon = \text{const}$, и ползучесть наблюдаться не будет, т. е. $\delta = 0$, а при $\sigma > \sigma_e$ упругая деформация будет сохраняться в продолжение всего времени испытания ($\varepsilon = \sigma / E = \text{const}$) и одновременно будет нарастать пластическая деформация δ : $\varepsilon + \delta = e \neq \text{const}$, а в (8) имеем $\sigma = \sigma_*$. Так как деформация при ползучести достигает существенной величины, то под ε следует иметь в виду истинную относительную деформацию растяжения e_1 — деформацию по Хенки, связанную с деформацией e_2 по Коши известным соотношением

$$e_1 = \ln (1 + e_2) \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), получаем после преобразования

$$1 + e_2 = \exp \left[\frac{k^p}{E} t^p \sigma_* \right] \quad (10)$$

Ограничиваясь первыми двумя членами разложения в ряд, получаем для полной относительной деформации при ползучести выражение

$$e_2 = \varepsilon + \delta = \frac{k^p}{E} t^p \sigma_* \quad (11)$$

На фиг. 4 сплошными линиями представлены кривые ползучести бескислородной меди, полученные Девисом при 165°C [14]. Эти кривые, представленные в координатах $\lg e_2$, $\lg t$, хорошо спрямляются (фиг. 5). По найденным графическим путем значениям k^p и p ($p = 0,36$ для всех кривых) были по формуле (11) вычислены кривые ползучести, представленные на фиг. 5 пунктирными кривыми. Практически полное совпадение сплошных и пунктирных кривых на фиг. 4 показывает, что кривые ползучести Девиса хорошо описываются уравнением (11).

Кривые ползучести сдвинуты на фиг. 5 не только вследствие увеличения приложенного напряжения σ_0 , но и вследствие возрастания при этом

величины k . Это хорошо показывает фиг. 6, на которой представлена зависимость k от σ_0 . Предел упругости σ_e меди при 165°C , как следует из данных на фиг. 6, равен нулю.

Одноосное растяжение. Процесс одноосного растяжения также хорошо описывается уравнением (5). При одноосном растяжении с постоянной скоростью движения захвата испытательной машины истинная относительная деформация растяжения $e_1 \neq \text{const}$, как и истинное напряжение течения $s \neq \text{const}$ ($s = P/F$, а $\sigma = P/F_0$, где P — нагрузка, F_0 — начальное поперечное сечение, F — поперечное сечение в процессе испытания), и поэтому лишь при не очень большой деформации $\sigma \approx s$.

Полагаем, как и в рассмотренных выше процессах релаксации напряжений в чистом виде и ползучести, $K \neq \text{const}$, т. е. $K = pk^p t^{p-1}$ ($0 < p < 1$). После подстановки в (5) и полагая, согласно опытным данным, $s = \alpha t$, получаем после интегрирования при $s_e > 0$ ($s_e = \sigma_e$)

$$e_1 = \frac{s}{E} + \frac{s_*}{E} k^p t^p \quad (12)$$

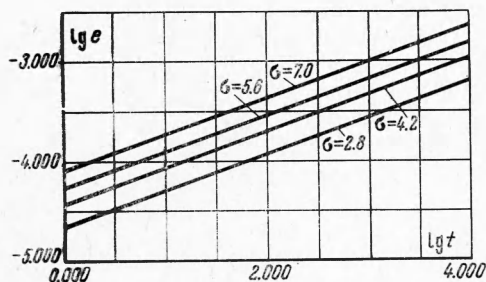
Подставляя в (12) соотношение (9), получаем после преобразования

$$1 + e_2 = \exp \left[\frac{s}{E} + \frac{s_*}{E} k^p t^p \right] \quad (13)$$

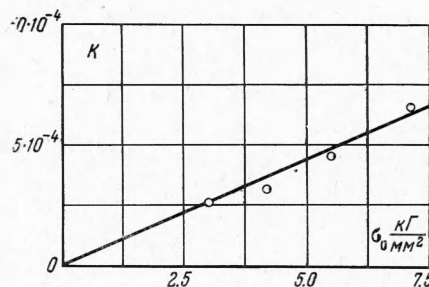
Ограничиваясь далее первыми двумя членами разложения в ряд, получаем

$$e_2 = \frac{1}{E} s + \frac{k^p}{E} t^p s_* \quad (14)$$

где e_2 — сумма упругой и пластической деформации, т. е. $\varepsilon + \delta$.



Фиг. 5. Кривые ползучести Девиса [14], представленные в координатах $\lg e$, $\lg t$, по (13)



Фиг. 6. Зависимость параметра релаксации напряжений k в условиях ползучести от постоянного действующего напряжения (медь при 165°C)

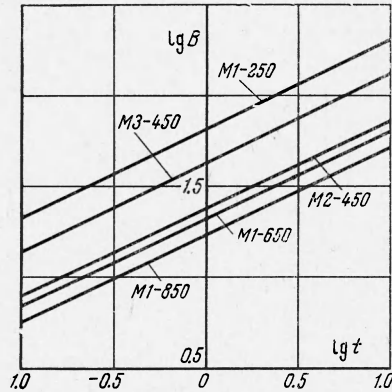
Ранее в [15] было показано, что истинное напряжение течения в металлическом образце при одноосном растяжении находится в следующем соотношении с его полной деформацией:

$$e_2 = \varepsilon + \delta = \frac{1}{E} s + \frac{1}{\gamma^2} (s - s_e)^2 \quad (15)$$

где s_e — физический предел упругости и γ — коэффициент пластичности материала. Из (14) и (15) получаем, что

$$E\delta^{0.5} / \gamma = k^p t^p \quad (16)$$

В [15] испытывались образцы с расчетной длиной 100 мм со скоростью движения захватов машины 1,2 мм / мин. По этим данным и полученным в [15] значениям γ и s_e были построены диаграммы в координатах $\lg B$, $\lg t$, где $B = E\delta^{0.5} / \gamma$. Так как $\lg B = \lg k^p + p \lg t$, то графически легко было найти значения p и k^p . Значения p для всех материалов оказались равными 0.50.



Фиг. 7. Кривые одноосного растяжения меди, представленные в координатах $\lg B$, $\lg t$, где $B = E\delta^{0.5} / \gamma$, по (18)

Представленные на фиг. 7 графики в координатах $\lg B$, $\lg t$ для пяти медных материалов, испытанных в [15], показывают, что уравнение (16) весьма точно описывает процесс одноосного растяжения.

Общность и особенности процессов. Из изложенного выше следует, что одноосное растяжение, ползучесть и релаксация напряжений хорошо описываются обобщенным уравнением

$$\frac{ds}{dt} = E \frac{de_1}{dt} - Ks \quad (K = pk^p t^{p-1}) \quad (17)$$

При $p = 0$ из (17) получаем соотношение Гука ($K = 0$); при $p = 1$ — уравнение, описывающее механические свойства упруго-вязкого тела; при $0 < p < 1$ — уравнение, описывающее механические свойства упруго-пластического тела. При $s \neq \text{const}$ и $e_1 \neq \text{const}$ уравнение (17) описывает одноосное упруго-пластическое растяжение ($0 < p < 1$), при $s = \text{const}$ — получаем уравнение ползучести (11) и при $e_1 = \text{const}$ — условие для релаксации напряжений (1) в упруго-пластическом теле.

При релаксации напряжений в чистом виде упругая деформация переходит, как указывалось, в качественно другую деформацию — пластическую, т. е. $\epsilon \rightarrow \delta$. Процесс этот является дислокационным, а так как, согласно [16], пластическая деформация $\delta^{0.5} = \mu (\epsilon_d^{0.5} - \epsilon_u^{0.5})$, где ϵ_d и ϵ_u — величина блоков (областей когерентного рассеяния рентгеновских лучей) в деформированном и недеформированном металле, то он связан с раздроблением блоков или соответствующим повышением плотности дислокаций.

Так как $\epsilon = \sigma / E$, а $\epsilon + \delta = \epsilon_0$, то из (4) получим выражение, описывающее нарастание пластической деформации с течением времени в процессе релаксации напряжений

$$\delta^{(1)} = \delta / \epsilon_0 = 1 - \exp [-k^p t^p] \quad (18)$$

Здесь и в дальнейшем верхние индексы (1), (2), (3) относятся к процессам релаксации, ползучести и растяжения соответственно.

Величина $\delta^{(1)}$ возрастает за время всего процесса релаксации напряжений от 0 до 1, причем интенсивность процесса тем больше, чем больше ϵ_0 (или σ_0), так как $k = f(\sigma_0)$. При $0 < \epsilon_0 \leq \epsilon_e$ релаксация напряжений происходить не будет, так как тогда $p = 0$.

Согласно данным Девиса (фиг. 3), k является температурно-чувствительным параметром и зависит, по-видимому, от природы материала. Что же касается показателя p , то он, согласно данным, приводимым в [13], является и температурно- и структурно-чувствительным параметром.

При ползучести происходит аналогичный процесс самопроизвольного перехода упругой деформации в пластическую, но при этом процессе упругая деформация в теле поддерживается на постоянном уровне. Представляя уравнение (14) в виде, аналогичном (18),

$$\delta^{(2)} = \delta / \varepsilon = k^p t^p - 1, \quad (\varepsilon > \varepsilon_e) \quad (19)$$

получим для $\delta^{(2)}$ численные значения от нуля до $\delta^{(2)} = \text{const}$ (к моменту окончания процесса). За равные промежутки времени при $\varepsilon^{(2)} = \varepsilon^{(1)}$ величина $\delta^{(2)} \gg \delta^{(1)}$ и, таким образом, параметр $p^{(2)} > p^{(1)}$. Что касается параметра k , то согласно данным Девиса (фиг. 3, 6) при равном напряжении $k^{(2)}$ несколько больше $k^{(1)}$ (при 165° C).

Для одноосного растяжения получаем из (14) при $\varepsilon_e > 0$

$$\delta^{(3)} = \delta / \varepsilon_e = k^p t^p \quad (20)$$

Величина $\delta^{(3)}$ изменяется в пределах от нуля до $\delta^{(3)} \gg \delta^{(2)}$ за равное время. При одноосном растяжении уровень упругой деформации ε непрерывно повышается, и поэтому интенсивность релаксации напряжений выше, чем при ползучести: $k^{(3)} \gg k^{(2)}$ и $p^{(3)} > p^{(2)}$. Параметр k при растяжении определяется величиной ε_e , а следовательно — и коэффициентом γ , величина которого определяется также скоростью деформирования [16]. Параметр p , как показано выше (фиг. 7), равен 0.50 (для всех материалов).

Итак, релаксация напряжений в чистом виде, ползучесть и одноосное растяжение представляют по своему существу процессы нарастания пластической деформации вследствие самопроизвольных трансляционных актов в кристаллитах, из которых сложены поликристаллические материалы.

Расчет показал, что опытные данные по релаксации, ползучести и растяжению для меди разных марок при комнатной температуре и при 165° C хорошо удовлетворяют уравнениям (18), (19) и (20). В общем случае для данной температуры $p^{(1)} < p^{(2)} < p^{(3)}$, $k^{(1)} \approx k^{(2)}$ и $k^{(2)} \ll k^{(3)}$. Очевидно, параметры k и p , количественно характеризующие интенсивность протекания трансляционных актов, имеют разные значения, поскольку уровень и характер закона поддержания величины упругой деформации в каждый данный момент времени для указанных процессов являются различными.

Возможность более точного описания поведения материалов при ползучести и релаксации напряжений на основании кратковременных испытаний на одноосное растяжение связана с решением вопроса о нахождении более точных количественных соотношений этих параметров, который требует дальнейшего изучения.

Поступила 5 IV 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. N a d a i A. The influence of time upon creep, Stephen Timoshenko Anniversary Volume. The Macmillan Co., New York, 1938.
2. Z e n e r C. M., H o l l o m a n J. H. Problems in non-elastic deformation. J. Appl. Phys., 1946, vol. 17, p. 69.
3. H o l l o m a n J. H. The mechanical equation of state. Amer. Inst. Met. Engrs., Tech. Publ., 1946, No 2034.

4. O r o w a n E. The creep of metals. J. West Scotland Iron Steel Inst. 1947, vol. 54, p. 45.
 5. D o r n J. E., C o l d b e r g A., T i e t z T. E. The effect of thermal mechanic history on the strain hardening of metals. J. metals, 1949, vol I, p. 325.
 6. J o h n s o n A. E., H e n d e r s o n J., M a t c h u r V. D. Note on the prediction of relaxation stress-time curves from static tensile test data. Metallurgia, 1959, vol. 59, No 355, p. 215—220.
 7. F r e u d e n t h a l A. M. The phenomenon of stress-relaxation. Proc. Amer. Soc. Test. Mater., 1960 (1961) vol. 60, p. 986—999.
 8. G u i u F., P r a t t P. L. Stress relaxation and the plastic deformation of solid. Phys. Stat. Solidi. 1964, vol. 6, No 1, p. 111—120.
 9. Р о в и н с к и й Б. М. К вопросу о механизме релаксации напряжений в металлах. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 2, стр. 67—74.
 10. Б а у ш и с Я. П. Устройство для исследования релаксации. Бюлл. изобр., 1959, № 17, Изобр. № 122325.
 11. Б е л я е в Н. М. Применение теории пластических деформаций к расчетам на ползучесть деталей машин при высоких температурах. Изв. АН СССР, ОТН, 1943, № 7, стр. 22—23.
 12. Б а у ш и с Я. П. К вопросу о влиянии масштабного фактора на релаксационную прочность металлов. Сб. «Релаксационные явления в металлах и сплавах», Metallurgizdat, 1963, стр. 332—340.
 13. Р о в и н с к и й Б. М., Л ю т ц а у В. Г. Некоторые итоги изучения релаксации напряжений в металлах и сплавах. Сб. «Релаксационные явления в металлах и сплавах», Metallurgizdat, 1963, стр. 275.
 14. D a v i s A. Creep and relaxation of oxygen-free copper. J. Appl. Mech., 1943, vol. 10, No 2, p. A101—A105.
 15. Р о в и н с к и й Б. М., Р ы б а к о в а Л. М. О напряжениях и необратимых деформациях в пластичных металлах при простом растяжении. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 5, стр. 68—74.
 16. Р о в и н с к и й Б. М., Р ы б а к о в а Л. М. Исследование зависимости механических свойств от характеристик структуры металлов. Физика металлов и металловедение, 1964, т. 17, № 4, стр. 554.
-