18. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
19. **Батищев В. А., Колесов В. В. и др.** Влияние пространственной модуляции температурного поля на устойчивость двумерного стационарного течения в горизонтальном слое жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 3.

г. Москва *Поступила 7/XII 1987 г., в окончательном варианте — 11/V 1988 г.*

УДК 532.546

Э. Н. Береславский

О РЕЖИМЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ ОРОСИТЕЛЯ ИРРИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В [1, 2] исследована задача о плоской установившейся фильтрации (по закону Дарси) в однородном изотропном грунте из оросителя бороздового типа при наличии капиллярности грунта в предположении, что на большой глубине (теоретически бесконечной) имеется дренирующий пласт, поглощающий воду. Случай конечной глубины залегания дренирующего слоя рассмотрен в работе [3], в которой отмечается, что испарение оказывает обычно относительно малое влияние на фильтрационные характеристики рассматриваемого течения. В настоящей работе строится решение задачи фильтрации из бороздового оросителя через слой грунта, когда в основании находится сильноводопроницаемый пласт с напорными водами. Исследован характер зависимости фильтрационного расхода из оросителя и радиуса капиллярного растекания воды в стороны от оросителя от мощности слоя, диаметра оросителя, величины подпора и капиллярности грунта.

На рис. 1 схематично представлена правая половина области движения из оросителя через слой грунта толщиной T в подстилающий его сильноводопроницаемый напорный горизонт, напор воды в котором H считается от границы раздела между ним и слоем фильтрации. Ороситель наполнен водой до уровня поверхности земли, принимаемой за горизонтальную плоскость.

При первоначальном рассмотрении ороситель заменим точечным источником, расположенным в точке A. Предположим, что $\psi|_{AF} = 0$. На кривой депрессии должны выполняться условия $\varphi = -y + h_к$, $\psi = Q/2$, где $\omega = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал течения, отнесенный к коэффициенту фильтрации грунта, $h_к$ — высота капиллярного поднятия воды в грунте, Q — искомый фильтрационный расход из оросителя, также отнесенный к коэффициенту фильтрации. Тогда вдоль сильнопроницаемого слоя $\varphi = T - H$. При решении задачи, кроме расхода Q, большой практический интерес представляет радиус L капиллярного растекания воды в стороны от оросителя.

Произведем конформное отображение области комплексного потенциала ω (рис. 2) и области $dz/d\omega$ (рис. 3) — инверсии годографа скорости — на верхнюю полуплоскость переменной ξ (рис. 4).

По формуле Кристоффеля — Шварца найдем

$$\omega = T - H - \frac{Q}{\pi} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{a-\xi}{(1-a)\,\xi}}; \tag{1}$$

$$\frac{dz}{d\omega} = -\frac{2i}{\pi}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} + A\sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}\right). \tag{2}$$

Здесь

$$a = \operatorname{th}^2 \frac{\pi\,(T - H - h_к)}{Q},\quad A = b - 1 \quad (0 \leqslant A < +\infty) \tag{3}$$

(a и b — параметры конформного отображения (рис. 4)).

Отметим, что непосредственное исключение параметра ξ из соотношений (1) и (2) не позволяет полностью решить задачу. Введем новую вспомогательную переменную τ, полагая

$$\xi = \sin^2 \tau. \tag{4}$$

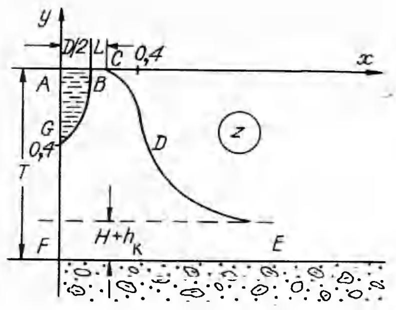

Рис. 1

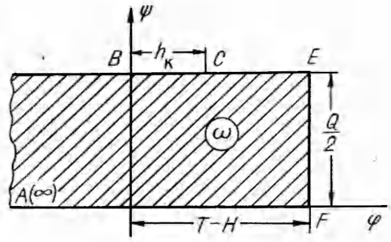

Рис. 2

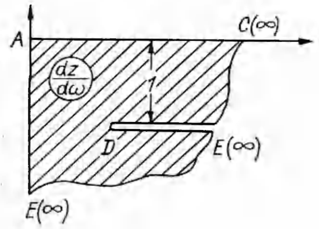

Рис. 3

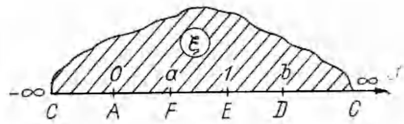

Рис. 4

Подстановка (4) переводит полуплоскость ξ в полуполосу τ (рис. 5), а дифференцирование (1) по τ с учетом (4) дает

$$\frac{d\omega}{d\tau}=\frac{\sqrt{a}Q}{\pi\sin\tau\sqrt{a-\sin^2\tau}}; \tag{5}$$

$$\frac{dz}{d\tau}=-\frac{2i\sqrt{a}Q\,(\tau+A\operatorname{tg}\tau)}{\pi^2\sin\tau\sqrt{a-\sin^2\tau}}. \tag{6}$$

Уравнения (5) и (6) являются параметрическим решением задачи для источника. Распространим теперь полученные результаты на случай оросителя малого, близкого к полукругу, поперечного сечения. Для этого примем одну из линий равных напоров, например BG (см. рис. 1), за поперечное сечение русла оросителя с диаметром D, положим на ней $\varphi=0$ и обозначим через μ аффикс точки B в плоскости τ. В результате расчетные зависимости будут содержать четыре неизвестные постоянные a, μ, A, Q, для определения которых служат мощность слоя T, величина подпора H, радиус оросителя $D/2$, а также высота вакуума, обусловленного капиллярными силами в грунте $h_к$.

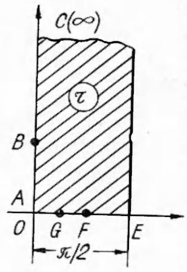

Рис. 5

В результате интегрирования (5) и (6) вдоль различных участков границы области τ и устранения особенностей на концах в некоторых интегралах, подобно тому как это сделано в [4, с. 131], получаем

$$A=\pi\sqrt{\frac{1-a}{a}}\left[\frac{T}{Q}-\frac{2}{\pi^2}\int_0^{\pi/2}\frac{\arcsin(\sqrt{a}\sin t)\,dt}{\sin t\sqrt{1-a\sin^2 t}}\right]; \tag{7}$$

$$Q=\pi h_к\left[\operatorname{arth}\frac{(\operatorname{ch}\mu-\sqrt{a+\operatorname{sh}^2\mu})\sqrt{a}}{\sqrt{a+\operatorname{sh}^2\mu}-a\operatorname{ch}\mu}\right]^{-1}; \tag{8}$$

$$\frac{D}{2}=\frac{2\sqrt{a}Q}{\pi^2}\int_0^{\mu}\frac{(t+A\operatorname{th}t)\,dt}{\operatorname{sh}t\sqrt{a+\operatorname{sh}^2 t}}. \tag{9}$$

Система уравнений (3), (7) — (9) определяет искомые параметры. Затем находятся радиус капиллярного растекания воды в стороны от оросителя

$$L = \frac{8\sqrt{a}Q}{\pi^2}\int\limits_0^1 \frac{t[-\ln t + A(1-t^2)(1+t^2)^{-1}]dt}{(1+t^2)\sqrt{1+(4a-2)\,t^2+t^4}},$$

координаты точек кривой депрессии

$$x = \frac{D}{2} + L + \frac{8\sqrt{a}Q}{\pi^2}\int\limits_0^t \frac{t[-\ln t + A(1+t^2)(1-t^2)^{-1}]dt}{(1+t^2)\sqrt{1+(2-4a)\,t^2+t^4}},$$

$$y = -T + H + h_к + \frac{Q}{\pi}\,\mathrm{arsh}\frac{(1-t^2)\sqrt{a}}{(1+t^2)\sqrt{1-a}} \quad (0 \leqslant t \leqslant 1),$$

а также ордината точки G русла оросителя

$$y_G = -\frac{2\sqrt{a}Q}{\pi^2}\int\limits_0^{\mu_1} \frac{(t + A\,\mathrm{tg}\,t)\,dt}{\sin t\sqrt{a-\sin^2 t}}$$

$$\left(\mu_1 = \arcsin\sqrt{a\,[1+(1-a)\,\mathrm{sh}^2\pi\,(T-H)/Q]^{-1}}\right).$$

На рис. 1 изображена кривая депрессии, рассчитанная при $T = 1,0$, $D = 0{,}3$, $h_к = 0{,}1$ и $H = 0{,}1$.

Отметим некоторые случаи, связанные с предельными значениями параметров отображения. При $b = 1$ имеем $A = 0$, что отвечает фильтрации без подпора [3]. Если, кроме $A = 0$, параметр $a = 1$, то из (8) приходим к выражению $Q = \pi h_к / \ln \mathrm{ctg}\,\mu$, которое совпадает с формулой (15) работы [1].

В табл. 1 сведены результаты расчетов фильтрационных характеристик по выяснению влияния D, H и $h_к$ на работу оросителя; она состоит из двух серий, а каждая серия — из трех разделов, в которых варьируется один из параметров D, H и $h_к$ (два последних таким образом, чтобы $H + h_к < T$), а остальные фиксируются при значениях $T = 1{,}0$, $D = 0{,}4$, $H = 0{,}1$, $h_к = 0{,}3$ (для серии 1) и $T = 1{,}0$, $D = 0{,}4$, $H = 0{,}3$, $h_к = 0{,}1$ (для серии 2). Видно, что для обеих серий возрастание диаметра оросителя D в 3,3 раза приводит к увеличению радиуса капиллярного растекания воды L и расхода Q соответственно в 1,32—1,36 и 2,29—2,43 раза. При $D = 0{,}3$ значения L и Q в первой серии превышают значения этих величин во второй серии в 2,35 и 1,46 раза; примерно в такой же степени изменяются указанные величины от серии к серии и для других значений D. При изменении H от 0 до $T - h_к - 0{,}01$ L и Q изменяются соответственно в 8,5 и 2,8 раза для первой серии и в 14 и 6,2 раза для второй, причем наибольшие увеличения радиуса капиллярного растекания воды L наблюдаются при значениях H, близких к $T - h_к$. Так, изменение H от 0,85 до 0,89 приводит к увеличению L на 140 %. Из второго раздела табл. 1 видно также, что чем ближе уровень грунтовых вод

Таблица 1

Серия	D	L	Q	H	L	Q	$h_к$	L	Q
1	0,3	0,2364	1,1707	0	0,2400	1,4713	0,1	0,0999	1,1042
	0,5	0,2716	1,5692	0,3	0,3175	1,1275	0,5	0,4640	1,4795
	0,7	0,2933	1,9834	0,6	0,7589	0,6745	0,8	1,2669	1,5202
	0,9	0,3077	2,4368	0,65	1,0986	0,5912	0,85	1,6969	1,5207
	1,0	0,3131	2,6832	0,69	2,0348	0,5238	0,89	2,7132	1,5208
2	0,3	0,0996	0,8067	0	0,0976	1,1532	0,1	0,1088	0,9618
	0,5	0,1161	1,1150	0,5	0,1308	0,7571	0,3	0,3175	1,1275
	0,7	0,1267	1,4306	0,8	0,3472	0,3350	0,6	1,1308	1,1821
	0,9	0,1338	1,7731	0,85	0,5748	0,2530	0,65	1,5372	1,1827
	1,0	0,1365	1,9585	0,89	1,3765	0,1859	0,69	2,5532	1,1828

Таблица 2

T	L	Q	T	L	Q
1,0	0,0923	0,9079	3,5	0,1119	0,6894
1,5	0,0980	0,8244	4,0	0,1143	0,6714
2,0	0,1025	0,7735	4,5	0,1165	0,6565
2,5	0,1061	0,7378	5,0	0,1185	0,6438
3,0	0,1092	0,7108			

к поверхности земли, т. е. чем больше H, тем меньше расход воды на фильтрацию [5].

Однако наиболее существенное влияние на ширину орошаемой полосы грунта оказывает его капиллярность. Из последнего раздела табл. 1 видно, что в первой серии при изменении параметра $h_к$ от 0,1 до 0,89 L увеличивается в 27,2 раза. Отметим, что при $h_к \approx 0$ и $h_к \approx T - H$ радиус капиллярного растекания воды превышает высоту капиллярного поднятия $h_к$, причем наибольшая разница достигается при значениях $h_к$, близких к $T - H$. Так, в случае $h_к = 0{,}89$ $L = 2{,}7132$ и, следовательно, $L/h_к = 3{,}0$. Таким образом, подтверждается отмеченное в [1, 5] существенное значение горизонтального всасывания, в том числе и для слабокапиллярных почв. Расчеты показали, что к еще большему растеканию приводит увеличение подпора H. Например, из второй серии табл. 1 при $h_к = 0{,}69$ получаем $L/h_к = 3{,}7$. Что касается расхода, то его изменения для приводимых в третьем разделе табл. 1 значений $h_к$ составляют в первой и второй сериях соответственно 37 и 27 %.

Проследим за влиянием глубины залегания сильнопроницаемого слоя при $D = 0{,}3$, $h_к = 0{,}1$, фиксируя величину $T - H - h_к = 0{,}8$. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Видно, что влияние мощности слоя на радиус капиллярного растекания воды практически перестает сказываться при $T > 5$. При бо́льших T два последующих значения L отличаются друг от друга не более чем на 1,5 %. Несколько бо́льшим оказывается влияние T на расход; пренебрежимо малым его можно считать при $T > 7$.

Автор выражает благодарность В. Н. Эмиху за полезные замечания, способствовавшие улучшению работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Веригин Н. Н.** Фильтрация воды из оросителя ирригационной системы // ДАН СССР.— 1949.— Т. 66, № 4.
2. **Нумеров С. Н.** Об одном способе решения фильтрационных задач // Изв. АН СССР. ОТН.— 1954.— № 4.
3. **Береславский Э. Н.** К задаче о фильтрации из оросителя ирригационной системы // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 2.
4. **Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г., Эмих В. Н.** Математические методы в вопросах орошения.— М.: Наука, 1969.
5. **Ведерников В. В.** Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа.— М.: Госстройиздат, 1939.

г. Ленинград *Поступила 27/IV 1988 г.*

УДК 536.23

А. С. Романов, Т. А. Саникидзе

О КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В СЕРОМ ВЕЩЕСТВЕ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОВЫХ ИСТОЧНИКОВ (СТОКОВ)

В настоящее время в литературе широко обсуждаются различные интенсивные процессы теплопереноса, происходящие при значительных перепадах температур. Исследование таких интенсивных процессов затрудняется из-за необходимости учета пе-