

УДК 532.5.032
DOI: 10.15372/PMTF202415482

ПРИМЕНЕНИЕ ТРЕХМЕРНОГО АНАЛОГА РЕШЕНИЯ ОСТРОУМОВА — БИРИХА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ИСПАРЕНИЯ

О. Н. Гончарова

Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия
Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия
E-mail: gon@math.asu.ru

На основе трехмерного решения, принадлежащего классу решений Остроумова — Бириха, проводится исследование двухслойных течений жидкости и газопаровой смеси с учетом испарения диффузионного типа на термокапиллярной поверхности раздела. Представлены результаты аналитического и численного моделирования конвективных течений в канале с твердыми непроницаемыми стенками, возникающих при различных температурных режимах. Проводится сравнение значений массовой скорости испарения и термокапиллярных напряжений, рассчитанных на основе точного решения и полученных в экспериментах.

Ключевые слова: двухслойная система, термокапиллярная поверхность, испарение, математическая модель, точное решение, численное моделирование

Введение. Для исследования процессов конвекции в жидкости, сопровождающихся массопереносом на поверхности раздела, требуется разработка теоретических подходов, математических моделей и численных алгоритмов, учитывающих законы сохранения и ряд дополнительных гипотез. Интерес к моделированию конвективных течений с учетом испарения на основе корректно сформулированных начально-краевых задач обусловлен необходимостью проведения обобщающего анализа известных экспериментальных данных, прогнозирования результатов новых экспериментов на модифицированных рабочих участках, включая получение различных количественных характеристик и структур динамических, температурных и концентрационных полей [1–3]. В экспериментах [1–3] исследовались параметры конвективных режимов в кюветах и открытых слоях, заполненных рабочей жидкостью (гидрофторэфиром HFE-7100 или этанолом), в условиях испарения на поверхности раздела, вызываемого спутным потоком сухого газа (воздуха или азота) или парогазовой смеси. При этом поддерживалась плоская форма поверхности раздела. В результате экспериментов получены термографические картины, данные о распределении температуры на поверхности раздела, рассчитанные на их основе продольные поверхностные градиенты и значения термокапиллярных напряжений, а также профили сдвиговых напряжений на поверхности фазового перехода. Экспериментальные данные получены в

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>).

© Гончарова О. Н., 2024

широких диапазонах рабочих параметров, таких как толщина жидкого слоя ($1 \div 8$ мм), средняя скорость газового потока ($1,389 \cdot 10^{-3} \div 1,389$ м/с), средняя температура рабочей жидкости ($20, 30, 40, 50$ °C). Имеющиеся данные могут не только служить основой для верификации теоретических подходов, но и использоваться в качестве входных параметров при математическом моделировании. Теоретический и численный анализ влияния различных факторов на изменение топологии течения, массовой скорости испарения и поверхности температуры позволяет определить область применимости соответствующей модели и выделить постановки задач, обеспечивающие наилучшее соответствие получаемых решений экспериментальным данным.

В настоящей работе изучение конвекции в условиях испарения на поверхности раздела проводится на основе трехмерного точного решения уравнений конвекции Обербека — Буссинеска [4, 5], в которых учтены взаимообратные эффекты термодиффузии Соре и Дюфура [6–8]. Используемое в данной работе решение является трехмерным обобщением решения Бириха [9, 10] на случай термоконцентрационной конвекции; его групповой характер установлен в работе [11], в которой предложен аналог решения для трехмерного нестационарного случая и проведен анализ корректности постановок начально-краевых задач для функций, определяющих вид точного решения. Выполнено численное моделирование установившихся трехмерных течений в двухслойной системе жидкости и газопаровой смеси с термокапиллярной границей раздела, возникающих в канале с твердыми непроницаемыми стенками под действием продольного градиента температуры и поперечно направленной силы тяжести. Проводится сравнение количественных характеристик течения с известными экспериментальными данными.

1. Постановка задачи. Ниже приводятся определяющие уравнения задачи, граничные условия и точное решение, сопоставляемое с экспериментальными данными.

1.1. Определяющие уравнения. Пусть двухслойная система жидкости и газопаровой смеси, занимающих соответственно области $\Omega_1 = \{(x, y, z): -x_0 < x < 0, 0 < y < 1, -\infty < z < \infty\}$ и $\Omega_2 = \{(x, y, z): 0 < x < x^0, 0 < y < 1, -\infty < z < \infty\}$ и являющихся вязкими несжимаемыми теплопроводными жидкостями, заполняет бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением (рис. 1). Прямоугольная (декартова) система координат выбирается таким образом, что вектор ускорения свободного падения имеет вид $\mathbf{g} = (-g, 0, 0)$. Поверхность раздела Γ является термокапиллярной границей, определяется уравнением $x = 0$, остается плоской в процессе движения и допускает массоперенос в результате испарения диффузионного типа (т. е. слабого испарения [4, 5, 12, 13]). Твердые непроницаемые границы задаются уравнениями $x = -x_0$, $x = x^0$, $y = 0$ и $y = 1$. В безразмерных переменных система уравнений термодиффузационной конвекции в приближении Обербека — Буссинеска для описания течений испаряющейся жидкости и смеси ее паров

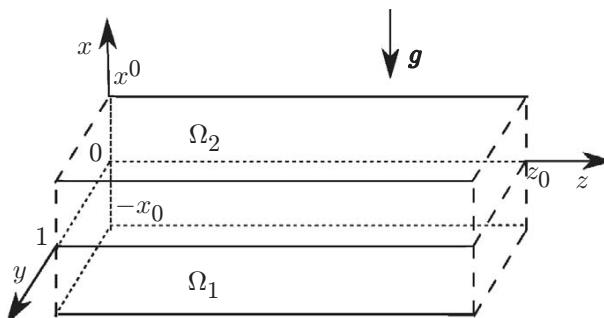


Рис. 1. Область течения

и инертного газа имеет вид

$$(\mathbf{v}_j \cdot \nabla) \mathbf{v}_j = -\eta_j^p \nabla p_j + \frac{\eta_j^v}{\text{Re}} \Delta \mathbf{v}_j + \mathbf{G}_j, \quad \text{div } \mathbf{v}_j = 0; \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_j \cdot \nabla T_j = \frac{\eta_j^T}{\text{Re} \text{Pr}} (\Delta T_j + \alpha_C \Delta C); \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_2 \cdot \nabla C = \frac{1}{\text{Pe}} (\Delta C + \alpha_T \Delta T_2). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{v}_j = (u_j, v_j, w_j)$ — вектор скорости j -й жидкости; T_j — температура; C — концентрация пара в газе; индекс $j = 1$ соответствует характеристикам жидкости, индекс $j = 2$ — газопаровой смеси; слагаемое $\alpha_C \Delta C$ в уравнении (2) и уравнение диффузии пара учитываются при описании течения верхней, газопаровой среды; $p_j = P_j - \tilde{\rho}_j \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{x}$ — отклонение давления жидкости P_j от гидростатического с учетом равновесных характеристик каждой жидкости; $\mathbf{g}_0 = \mathbf{g}/g$ и $\mathbf{g}_0 = -\mathbf{i}$; $\tilde{\rho}_j = (1/\eta_j^p)((\text{Ga}/\text{Re}^2)(1 + \delta_j^2 \gamma C_0) + \delta_j^1 (\text{Gr}/\text{Re}^2) T_0 + \delta_j^2 (\text{Gr}/\text{Re}^2) \bar{\beta} T_0)$; $\mathbf{G}_j = (G_j, 0, 0)$; $G_1 = (\text{Gr}/\text{Re}^2) T_1$; $G_2 = \bar{\beta}(\text{Gr}/\text{Re}^2) T_2 + \gamma(\text{Ga}/\text{Re}^2) C$; γ — концентрационный коэффициент плотности газопаровой смеси; $\eta_1^p = 1$, $\eta_2^p = 1/\bar{\rho}$, $\eta_1^v = 1$, $\eta_2^v = \bar{\nu}$, $\eta_1^T = 1$, $\eta_2^T = \bar{\chi}$; $\bar{\rho} = \rho_2/\rho_1$, $\bar{\nu} = \nu_2/\nu_1$, $\bar{\chi} = \chi_2/\chi_1$, $\bar{\beta} = \beta_2/\beta_1$ — отношения значений плотности (относительных значений плотности, соответствующих равновесной температуре T_0), кинематической вязкости, температуропроводности и коэффициента температурного расширения жидкости и газопаровой смеси соответственно; параметры α_T и α_C характеризуют эффекты термодиффузии (эффект Соре) и диффузационной теплопроводности (эффект Дюфура) соответственно; $\text{Re} = u_* h / \nu_1$ — число Рейнольдса; $\text{Pr} = \nu_1 / \chi_1$ — число Прандтля; $\text{Gr} = \beta_1 T_* g h^3 / \nu_1^2$ — число Грасгофа; $\text{Ga} = g h^3 / \nu_1^2$ — число Галилея; $\text{Pe} = u_* h / D$ — число Пекле; D — коэффициент диффузии пара в газе; δ_j^i — символ Кронекера.

Уравнения (1)–(3) получены с использованием процедуры обезразмеривания, предложенной в [14]. В качестве характерных масштабов длины h , скорости u_* и температуры T_* выбраны линейный размер канала в направлении оси Oy , скорость прокачки газа и перепад температуры, равный 10°C . Характерное давление принимается равным $p_* = \rho_1 u_*^2$.

1.2. *Точное решение уравнений (1)–(3). Границные условия.* Пусть решение системы уравнений (1)–(3) имеет следующий вид:

$$u_j = u_j(x, y), \quad v_j = v_j(x, y), \quad w_j = w_j(x, y); \quad (4)$$

$$p_1 = -A \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} xz + q_1(x, y), \quad p_2 = -A \bar{\rho} \bar{\beta} \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} xz + B \bar{\rho} \gamma \frac{\text{Ga}}{\text{Re}^2} xz + q_2(x, y); \quad (5)$$

$$T_j = -Az + \Theta_i(x, y); \quad (6)$$

$$C = Bz + \Phi(x, y). \quad (7)$$

Решение (4)–(7) представляет собой частично инвариантное решение ранга 2 дефекта 3 [15–17] и используется для описания различных режимов конвекции в двухслойной системе с испарением на термокапиллярной поверхности Γ , определяемой уравнением $x = 0$.

Пусть на твердых непроницаемых и теплоизолированных стенках канала выполняются условия прилипания для функций скорости; на участках внешней границы, контактирующих с газопаровой средой, формулируется условие отсутствия потока пара:

$$x = x^0, \quad x = -x_0, \quad y = 0, \quad y = 1: \quad \mathbf{v}_j = 0; \quad (8)$$

$$x = x^0, \quad y = 0, \quad y = 1: \quad \frac{\partial C}{\partial n} + \alpha_T \frac{\partial T_2}{\partial n} = 0; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} y = 0, \quad y = 1: \quad & \frac{\partial T_j}{\partial n} + \delta_j^2 \alpha_C \frac{\partial C}{\partial n} = 0; \\ x = -x_0: \quad & \frac{\partial T_1}{\partial n} = 0, \quad x = x^0: \quad \frac{\partial T_2}{\partial n} + \alpha_C \frac{\partial C}{\partial n} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В силу концепции Гиббса поверхность раздела Γ есть особая термодинамическая среда, свободная энергия которой отождествляется с поверхностным натяжением σ . При этом σ является линейной функцией температуры: $\sigma = 1 - (\text{Ca Ma} / (\text{Re Pr}))(T_1 - T_0)$, где $\text{Ca} = \rho_1 \nu_1 u_* / \sigma_0$ — капиллярное число; $\text{Ma} = \sigma_T T_* h / (\rho_1 \nu_1 \chi_1)$ — число Марангони; σ_0, σ_T — положительные константы, первая из которых определяется значением поверхностного натяжения при T_0 , а вторая есть температурный коэффициент поверхностного натяжения. На поверхности раздела должны быть выполнены соотношения, являющиеся следствием законов сохранения массы, импульса и энергии, а также гипотез о непрерывности касательных скоростей и температуры. Представленные ниже кинематическое, динамическое и тепловое условия, а также условия равенства температуры и компонент скорости получены с учетом вида точного решения (4)–(7) и неподвижности поверхности раздела Γ :

$$x = 0: \quad u_1 = u_2 = 0, \quad v_1 = v_2, \quad w_1 = w_2, \quad T_1 = T_2; \quad (11)$$

$$\left(-P_1 I + \frac{2}{\text{Re}} D(\mathbf{v}_1) \right) \mathbf{n} = \left(-P_2 I + \frac{2\bar{\rho}\bar{\nu}}{\text{Re}} D(\mathbf{v}_2) \right) \mathbf{n} + \frac{2}{\text{Ca Re}} H \sigma \mathbf{n} + \frac{1}{\text{Ca Re}} \nabla_\Gamma \sigma; \quad (12)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial n} - \bar{\kappa} \frac{\partial T_2}{\partial n} - \alpha_C \bar{\kappa} \frac{\partial C}{\partial n} = -LM, \quad M = -\left(\frac{\partial C}{\partial n} + \alpha_T \frac{\partial T_2}{\partial n} \right); \quad (13)$$

$$C = C_0(1 + \varepsilon(T_2 - T_0)), \quad \varepsilon = \varepsilon_* T_*, \quad \varepsilon_* = \frac{L\mu}{RT_0^2}. \quad (14)$$

Здесь I — единичный тензор; $D(\mathbf{v}_j)$ — тензор скоростей деформаций с компонентами $D_{kl}(\mathbf{v}_j) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial (\mathbf{v}_j)_l}{\partial x_k} + \frac{\partial (\mathbf{v}_j)_k}{\partial x_l} \right)$, $k, l = 1, 2, 3$; $(\mathbf{v}_j)_1 = u_j$, $(\mathbf{v}_j)_2 = v_j$, $(\mathbf{v}_j)_3 = w_j$; $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$; \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали (относительно жидкости); H — средняя кривизна поверхности; $\nabla_\Gamma = \nabla - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \nabla)$ — поверхностный градиент; $\bar{\kappa} = \kappa_2 / \kappa_1$ — отношение коэффициентов теплопроводности κ_j ; $L = \lambda D \rho_2 / (\kappa_1 T_*)$; λ — скрытая теплота парообразования; μ , R — молярная масса и универсальная газовая постоянная соответственно.

Условие (13) включает соотношение, определяющее скорость испарения M ; считается, что поток массы пара на поверхности раздела происходит за счет испарения, если $M > 0$, и за счет конденсации, если $M < 0$. Условие (14) используется для определения концентрации насыщенного пара и является следствием уравнений Менделеева — Клапейрона и Клапейрона — Клаузиуса.

Следует отметить, что постоянные продольные градиенты функций температуры и концентрации A и B удовлетворяют условию связи ($B = -C_0 \varepsilon A$), продиктованному граничным условием (14). Тем самым параметр A , характеризующий термокапиллярный эффект на поверхности раздела Γ , определяет также интенсивность испарения жидкости вблизи этой поверхности. Поскольку точное решение предполагает линейную зависимость функций температуры и концентрации пара от продольной координаты z , возрастающую либо убывающую в направлении оси Oz (в зависимости от знака продольного градиента A (см. (6), (7))), решение (4)–(7) описывает двухслойное течение с испарением диффузионного типа на рабочем участке длиной L_h протяженного канала. Оценка величины L_h , учитывающая диапазон значений температуры жидкостей и концентрации пара вблизи равновесных значений T_0 и C_0 на основе выбора исходных значений и определяющая область применимости точного решения, представлена в работе [14]. Математическое моделирование конвекции в рамках приближения Обербека — Буссинеска с условием (14) для

определения концентрации пара на поверхности раздела также проводится при умеренных перепадах температуры.

2. Результаты численного моделирования. Структура решения (4)–(7) допускает сведение задачи (1)–(3), (8)–(14) к цепочке двумерных краевых задач, сформулированных для функций $w_1(x, y)$, $w_2(x, y)$, $\Theta_1(x, y)$, $\Theta_2(x, y)$, $\Phi(x, y)$ и искомых функций $\psi_j(x, y)$, $\omega_j(x, y)$ ($u_j = \partial\psi_j/\partial y$, $v_j = -\partial\psi_j/\partial x$, $\omega_j = \partial v_j/\partial x - \partial u_j/\partial y$). Двумерные задачи, постановки которых приведены в [5], численно решаются в областях $\tilde{\Omega}_1 = \{(x, y): -x_0 < x < 0, 0 < y < 1\}$, $\tilde{\Omega}_2 = \{(x, y): 0 < x < x^0, 0 < y < 1\}$, находящихся в поперечном сечении $z = z_0$ (при любом z_0) областей Ω_j , занятых жидкостями. При численном решении стационарной задачи используется обеспечивающий второй порядок аппроксимации итерационный алгоритм на основе конечно-разностной схемы, известной как метод переменных направлений, и метода прогонки с параметрами (см. [5]).

В отличие от решения двумерной задачи построение решения трехмерной задачи не предполагает наличия замыкающего постановку условия, задающего расход газа. Тем самым исключается возможность непосредственного учета экспериментально определенной скорости прокачки газа при моделировании течений и процесса испарения. Поэтому расчеты трехмерных течений в канале проведены для чисел Рейнольдса, соответствующих характерным значениям скорости потока газа, реализующимся в экспериментах [1–3]. Особенности структуры течения и изменение количественных характеристик (массовой скорости испарения, сдвиговых и термокапиллярных напряжений на поверхности раздела) исследованы для системы этанол — воздух для различных значений исходной (равновесной) температуры двухслойной системы T_{in} при условии теплоизоляции внешних стенок канала. Результаты исследования конвективных течений в случае нагрева границ представлены в [14, 18].

Приняты следующие физико-химические параметры системы (см. [1, 19–23]): $\rho_1 = 0,79 \cdot 10^3$ кг/м³, $\nu_1 = 0,15 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\beta_1 = 1,08 \cdot 10^{-3}$ 1/К, $\chi_1 = 0,89 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\varkappa_1 = 0,167$ Вт/(м·К), $\sigma_T = 0,8 \cdot 10^{-4}$ Н/(м·К), $\lambda = 8,55 \cdot 10^5$ Вт·с/кг; $\rho_2 = 1,205$ кг/м³, $\nu_2 = 0,15 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $\beta_2 = 3,67 \cdot 10^{-3}$ 1/К, $\chi_2 = 0,21 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $\varkappa_2 = 0,026$ Вт/(м·К); $D = 1,35 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\gamma = -0,62$, $C_0 = 0,0561$ и $\varepsilon_* = 0,0568$ 1/К при $T_0 = 20$, $C_0 = 0,0995$ и $\varepsilon_* = 0,0531$ 1/К при $T_0 = 30$, $C_0 = 0,1699$ и $\varepsilon_* = 0,0497$ 1/К при $T_0 = 40$. Коэффициенты Соре и Дюфура, зависящие от безразмерных параметров α_T , α_C , приняты равными $\alpha_2^T = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/К, $\alpha_2^C = 5 \cdot 10^{-4}$ К соответственно ($\alpha_T = \alpha_2^T T_*$, $\alpha_C = \alpha_2^C / T_*$).

Пусть характерные длина и скорость определяются значениями $h = 10^{-2}$ м и $u_* = 0,01389$ м/с, толщины жидкого и газового слоев равны 3 мм ($x_0 = x^0 = 0,3$). Экспериментально установлена зависимость продольного градиента температуры и интенсивности испарения от исходной температуры системы T_{in} ($T_0 = T_{in}/T_*$). При $T_{in} = 20, 30, 40$ °С и характерной скорости потока газа $u_* = 0,01389$ м/с экспериментальные значения градиента A_* в системе этанол — воздух равны 29,29, 62,24, 90,32 °С/м, а массовая скорость испарения M_{exp}^* достигает значений $0,4696 \cdot 10^{-3}$, $1,8527 \cdot 10^{-3}$, $2,9113 \cdot 10^{-3}$ кг/(м² · с) соответственно. Безразмерные продольные градиенты температуры, рассчитанные по формуле $A_{exp} = A_* h / T_*$, имеют значения 0,02929, 0,06224 и 0,09032.

Структура течений (проекции трубок тока и траектории движения жидких частиц) и распределения основных характеристик (поля температуры и концентрации) представлены на рис. 2, 3. Для улучшения визуализации вращательного характера течения первая и вторая компоненты скорости жидкости умножены на 10^3 .

Установившееся течение поступательно-вращательного типа реализуется в форме валиковой конвекции и характеризуется при $T_{in} = 20$ °С, $A_{exp} = 0,0293$ продольной шестивихревой структурой (четырехвихревой в жидком слое и двухвихревой в газопаровом слое (см. рис. 2, a)). Четырехвихревое течение наблюдается при $A_m = 0,293$ (см. рис. 2, б).

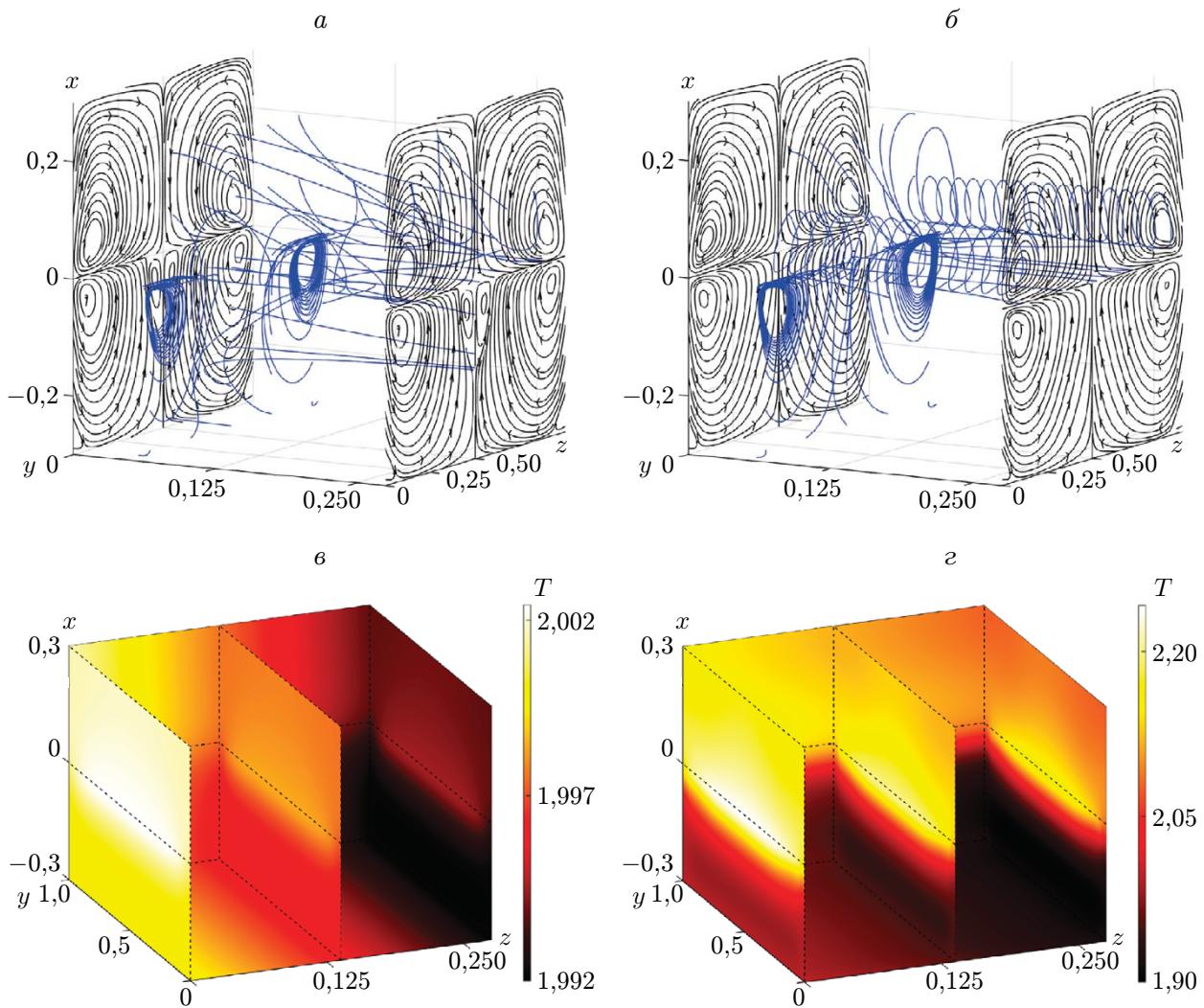


Рис. 2. Проекции трубок тока, траектории движения жидких частиц (*a, б*) и поле температуры (*в, г*) для системы этанол — воздух при $T_{in} = 20$ °C:

a, в — $A_{exp} = 0,0293$, *б, г* — $A_m = 0,293$

Течение подобного типа сохраняется в двухслойной системе при повышении исходной температуры до значения $T_{in} = 30$ °C (см. рис. 3,*a,б*). В жидком слое доминирующие валы могут существовать с малыми слабоинтенсивными угловыми структурами. Представленные на рис. 2,*в,г* и рис. 3,*в,г* температурные поля характеризуются наличием термического вала вдоль поверхности раздела и горячей пленки жидкости вблизи нее. Обнаруживаются деформация термического вала вблизи боковых стенок канала при $A_m = 0,6224$, $T_{in} = 30$ °C (см. рис. 3,*г*) и его сползание по стенкам.

Различие процессов формирования концентрационных валов зависит от величины продольного градиента A (см. рис. 3,*д,е*). Следует отметить образование концентрационного пограничного слоя с повышенной концентрацией пара вблизи поверхности раздела. На рис. 4, 5 представлены профили массовой скорости испарения $M(y)$, которая в соответствии с построенным решением представляет собой функцию поперечной координаты y . При условии (9) на стенках канала, контактирующих с газовой средой, выявляется пристенная конденсация пара. Установлено наличие двух локальных экстремумов (максимумов

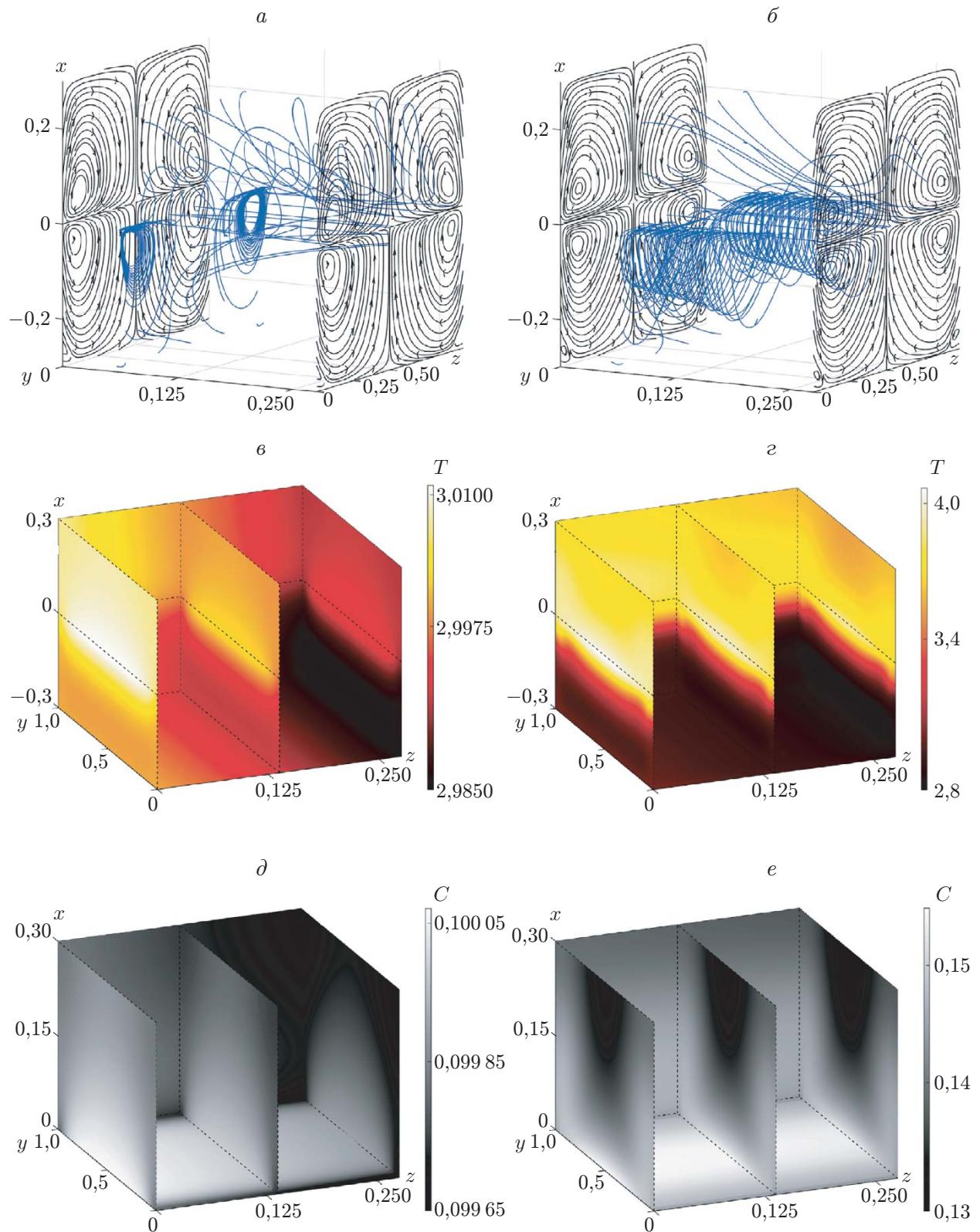


Рис. 3. Проекции трубок тока и траектории движения жидких частиц (*a*, *b*), поле температуры (*в*, *г*) и распределение концентрации пара (*д*, *е*) для системы этианол — воздух при $T_{in} = 30$ °С:
a, *в*, *д* — $A_{exp} = 0,062\,24$, *б*, *г*, *е* — $A_m = 0,6224$

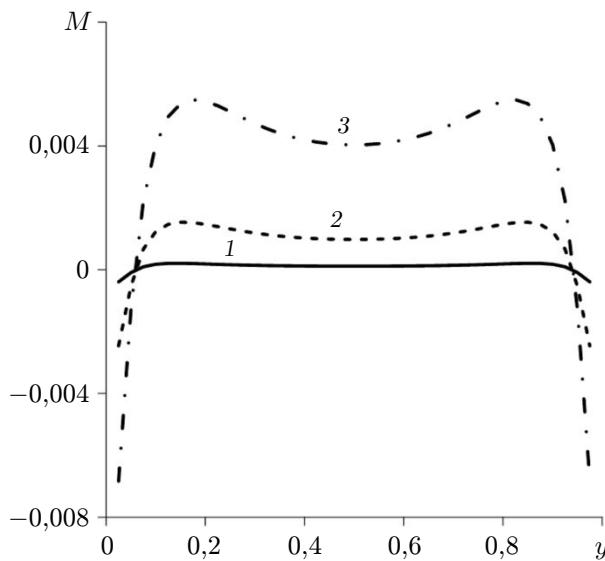


Рис. 4

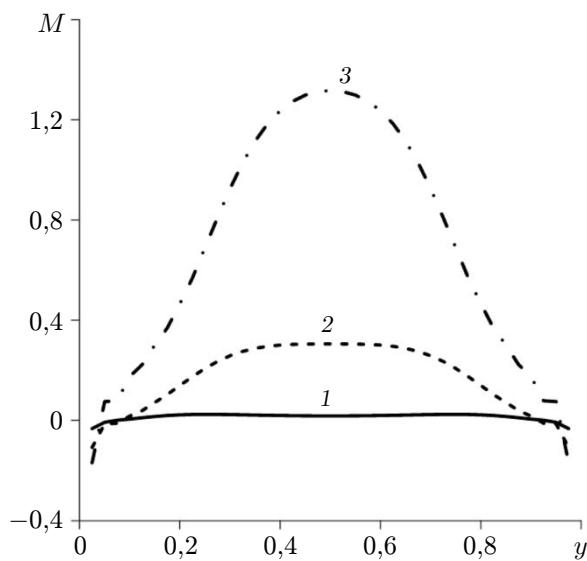


Рис. 5

Рис. 4. Профили массовой скорости испарения $M(y)$ при различных значениях A_{exp}, T_{in} :
1 — $A_{exp} = 0,0293, T_{in} = 20^{\circ}\text{C}$, 2 — $A_{exp} = 0,06224, T_{in} = 30^{\circ}\text{C}$, 3 — $A_{exp} = 0,09032, T_{in} = 40^{\circ}\text{C}$

Рис. 5. Профили массовой скорости испарения $M(y)$ при различных значениях A_m, T_{in} :
1 — $A_m = 0,293, T_{in} = 20^{\circ}\text{C}$, 2 — $A_m = 0,6224, T_{in} = 30^{\circ}\text{C}$, 3 — $A_m = 0,9032, T_{in} = 40^{\circ}\text{C}$

мов), симметричных относительно плоскости $y = 0,5$ (см. рис. 4) при расчетах с использованием экспериментальных значений $A = A_{exp}$. При расчете течений с использованием модельного значения продольного градиента температуры A_m максимальное значение функции $M(y)$ достигается при $y = 0,5$ для $A_m = 0,9032$ (см. рис. 5). Сравнение экспериментально полученных значений массовой скорости испарения M_{exp}^* при температуре $T_{in} = 20, 30, 40^{\circ}\text{C}$ с расчетными значениями позволяет сделать вывод о приемлемом согласовании этих данных для ряда модельных значений продольного градиента A , больших по сравнению с экспериментальными. При $A = A_m$ получены расчетные значения скорости испарения $M_m^* = 0,3690 \cdot 10^{-4}; 0,4011 \cdot 10^{-3}; 0,1535 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, соответствующие значениям $T_{in} = 20, 30, 40^{\circ}\text{C}$. С увеличением значений T_{in} , соответствующих рабочим температурам в эксперименте, наблюдается лучшее согласование расчетных M_m^* и измеренных M_{exp}^* значений.

Следует отметить также хорошее соответствие расчетного значения величины $\tau_\sigma = \tau_*(\tau_{z,1} - \tau_{z,2}) = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$ и экспериментальной оценки данной величины $\tau_{exp}^* = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$ ($\tau_{z,1} = (w_1)_x, \tau_{z,2} = \bar{\rho} \bar{\nu} (w_2)_x; \tau_* = 1,646 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$ — характерное значение касательного напряжения; величина τ_σ характеризует интенсивность действия термокапиллярных сил на поверхности раздела в продольном направлении). Заметим, что теоретическое значение $\tau_\sigma = 2,344 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$. Представленные выше данные получены при $A_{exp} = 0,0293, T_{in} = 20^{\circ}\text{C}$. В случае $T_{in} = 30, 40^{\circ}\text{C}$ при соответствующих экспериментальных значениях A_{exp} расчетные значения величины τ_σ равны $4,9 \cdot 10^{-3}$ и $7,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$.

Заключение. В рамках двусторонней модели испарительной конвекции на основе приближения Обербека — Буссинеска исследованы конвективные течения в системе этанол — воздух, сопровождающиеся слабым испарением, возникающим за счет прокачки газа над жидким слоем. С помощью точного частично инвариантного решения уравнений

ний термоконцентрационной конвекции описаны характеристики течения (его структура, формирование температурных и концентрационных валов, профили и значения массовой скорости испарения) для ряда значений режимных параметров экспериментов. Верификация точного решения выполнена на основе сравнения расчетных и экспериментальных данных. Теоретические значения скорости испарения, полученные с использованием представленного решения, меньше по сравнению с экспериментальными значениями. При этом зависимость указанной величины от рабочих параметров качественно не меняется.

Автор выражает благодарность В. Б. Бекежановой за помощь в представлении результатов в графическом виде и Ю. В. Люлину за предоставленные экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lyulin Yu., Kabov O. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2014. V. 70. P. 599–609.
2. Люлин Ю. В., Кабов О. А., Кузнецов Г. В. и др. Влияние протяженности межфазной поверхности на интенсивность испарения горизонтального слоя жидкости под действием потока газа // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 1. С. 121–125.
3. Lyulin Yu. V., Kabov O. A. Thermal effect in the evaporation process from the interface of the horizontal liquid layer under a shear gas flow // Interfacial Phenom. Heat Transfer. 2023. V. 11, N 1. P. 55–64.
4. Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н. Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикл. математика и механика. 2018. Т. 82, № 2. С. 219–260.
5. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // Appl. Math. Model. 2018. V. 62. P. 145–162.
6. De Groot S. R. Non-equilibrium thermodynamics / S. R. De Groot, P. Mazur. L.: Dover, 1984.
7. Гебхарт Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен: В 2 кн. Кн. 1 / Б. Гебхарт, Й. Джалурия, Р. Махаджан, Б. Саммакия. М.: Мир, 1991.
8. Рыжков И. И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013.
9. Бирих Р. В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
10. Остроумов Г. А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Гостехтеоретиздат, 1952.
11. Пухначев В. В. Теоретико-групповая природа решения Бириха и его обобщения // Симметрия и дифференциальные уравнения: Сб. тр. 2-й Междунар. конф. “Симметрия и дифференциальные уравнения”, Красноярск (Россия), 21–25 авг. 2000 г. Красноярск: Ин-т вычисл. моделирования СО РАН, 2000. С. 180–183.
12. Prosperetti A. Boundary conditions at a liquid-vapor interface // Meccanica. 1979. V. 14, N 1. P. 34–47.
13. Margerit J., Colinet P., Lebon G., et al. Interfacial nonequilibrium and Benard — Marangoni instability of a liquid-vapor system // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. 041601.
14. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Application of an exact solution of special type of thermosolutal convection equations for the investigation of evaporative three-dimensional flows // Interfacial Phenom. Heat Transfer. 2024. V. 12, N 2. P. 51–62.
15. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982.

16. Пухначев В. В. Симметрии в уравнениях Навье — Стокса // Успехи механики. 2006. Т. 4, № 1. С. 6–76.
17. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Surface tension effects in the evaporative two-layer flows // Interfacial Phenom. Heat Transfer. 2021. V. 9, N 1. P. 1–29.
18. Гончарова О. Н. Трехмерные режимы конвекции в двухслойной системе с испарением при разных типах тепловой нагрузки на подложке // Вычисл. механика сплош. сред. 2023. Т. 16, № 2. С. 194–202.
19. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
20. Стабников В. Н. Этиловый спирт / В. Н. Стабников, И. М. Ройтер, Т. Б. Просюк. М.: Пищевая пром-сть, 1976.
21. Weast R. C. Handbook of chemistry and physics. Boca Raton: CRC Press, 1979.
22. Gluschuk A., Minetti C., Buffone C. Fin condensation in variable gravity environment // Multiphase Sci. Technol. 2014. V. 26, N 1. P. 63–81.
23. Shevchenko V., Mialdun A., Yasnou V., et al. Investigation of diffusive and optical properties of vapour-air mixtures: The benefits of interferometry // Chem. Engng Sci. 2021. V. 233. 116433.

Поступила в редакцию 1/IV 2024 г.,

после доработки — 1/IV 2024 г.

Принята к публикации 27/IV 2024 г.
