

действующей на пузырь в дисперсной среде с хаотическим распределением включений:

$$(4.7) \quad \langle F \rangle = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \left[\left(\frac{d_1 \langle v_{1z} \rangle}{dt} + g \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{d_2 \langle v_{2z} \rangle}{dt} - \frac{d_1 \langle v_{1z} \rangle}{dt} \right) m - \right. \\ \left. - 0.6 (\Delta v)^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} - 0.9 \alpha_2 \Delta v \frac{\partial \Lambda_F}{\partial z} \right], \\ \frac{d_1}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \langle v_{1z} \rangle \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{d_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \langle v_{2z} \rangle \frac{\partial}{\partial z}, \quad m = 1.$$

Первое слагаемое в правой части (4.7) — это обычная сила Архимеда, рассчитанная по массовой силе с учетом ускорения жидкости, второе — сила присоединенной массы, действующая на пузырь. Она совпадает с силой, действующей на одиночный пузырь в безграничной жидкости. Напомним, что при выводе формулы (4.7) использовались только первые после φ^1 и φ^2 приближения к точному решению задачи о движении двух пузырей. Присоединенная масса точно вычислена в [2], где получено $m = 1 + 0.092 \alpha_2$. Третий и четвертый члены в (4.7) дают линейные по объемной концентрации слагаемые силы, обусловленные коллективными взаимодействиями включений. Эти слагаемые зависят от производных средних величин и не имеют аналогов в выражении для силы, действующей на одиночный пузырь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.
2. Крошпильн А. Е., Крошпильн В. Е. Расчет присоединенной массы сферических частиц в дисперсной среде. — ПМТФ, 1984, № 5.
3. Левнч В. Г. Физико-химическая гидродинамика. — М.: Физматгиз, 1959.
4. Головин А. М., Чижов В. Е. К расчету бинарной коррелятивной функции в двухфазной системе. — ПММ, 1977, № 6.
5. Ламб Г. Гидродинамика. — М.: Гостехиздат, 1947.
6. Седов Л. И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1976, т. 2.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. — М.: Наука, 1976.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1977.
9. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1971.

Поступила 5/II 1985 г.

УДК 532.7

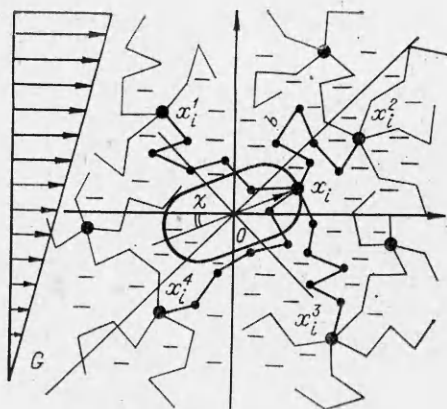
О СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ РАСТВОРОВ ВЫСОКОПОЛИМЕРОВ С ИХ СРЕДНЕСТАТИСТИЧЕСКОЙ ОРИЕНТАЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ

В. И. Попов

(Новосибирск)

Вопросы качества переработки полимеров, например, методами экструзионной технологии, получения высокомолекулярных полимерных материалов во многом зависят от наличия контролируемой связи между внешними параметрами переработки полимерных сред и их внутренней микроструктурой.

В данной работе решение вопроса ищется для концентрированных растворов высокополимеров (КРВ) с использованием их структурно-феноменологической модели [1, 2]. В основе модели лежат структурные представления об однородной, изотропной флуктуационной сетке (рис. 1), отражающей специфику строения КРВ, заключающиеся в том, что в одно-релаксационном приближении концентрированный раствор полимера в низкомолекулярном растворителе рассматривается как совокупность статистически распределенных эффективных сеточных узлов (сегментов) трения с растворителем, пространственно сочлененных между собой эластичными субцепями с кинетической жесткостью. Под кинетической



Р и с. 1

ных между собой эластичными субцепями с жесткостью. В отличие от теорий для слабоконцентрированных растворов полимеров с уединенными макромолекулами [3—5] взаимодействие ищется относительно центра масс 0 узлов x_i^α , соседних с выбранным для анализа x_i . В результате найдется среднее напряжение, т. е. реакция на внешнее воздействие G взаимодействующих между собой (посредством связей) и с растворителем статистически распределенных узлов трения.

При этом физика явления следующая. В покое эффективный узел КРВ под действием броуновских сил теплового движения и стягивающих к центру масс энтропийных сил совершает около центра масс случайные блуждания с быстроубывающей гауссовой функцией распределения плотности вероятности. Матрица компонент моментов функции распределения плотности вероятности такого блуждания имеет равновероятную диагональную форму, а радиус-вектор (рис. 1) отклонения равен $x = 0,25 sb^2$ (b — длина сегмента трения, s — их число в субцепи макромолекулы).

Под действием упорядоченных сил внешнего воздействия кроме этих сил на узел действуют стоковая сила трения, обусловленная дефектом скорости блуждающего узла и растворителя в данной точке, и сила внутреннего трения, связанная с заторможенностью сегментов субцепей к всевозможным конформациям при относительном смещении их концов (свойством кинетической жесткости).

В этом случае выделенных направлений функция распределения плотности вероятности положения узлов исказится. Радиус-вектор, вероятность длины которого характеризует отклонение узлов от положения равновесия, в области существования функции распределения опишет уже конфигурацию эллипса. В тензоре для моментов функции распределения появятся не только диагональные, но и симметричные компоненты. Угол χ одной из главных осей эллипса к направлению течения — количественная мера наиболее вероятной (для данного G) ориентационной структуры КРВ.

Однако при внешнем воздействии переход КРВ от одного равновесного состояния к другому осуществляется не мгновенно (как это практически достигается для низкомолекулярных жидкостей), а через некоторое время, соответствующее времени внутренних структурных перестроек, т. е. времени релаксации.

Необходимо иметь уравнение для перехода, которое в каждый момент времени будет определяющим для тензора напряжения — это соотношение для моментов функции распределения плотности вероятности, которое описывает кинетику отклонения положения узлов от своих равновесных состояний и характеризует изменение среднестатистической ориентационной структуры среды во времени.

В результате такого подхода [4, 2] получены выражение для тензора напряжения, определяемого через моменты функции распределения плот-

жесткостью понимается известная заторможенность субцепи к некоторым конформациям при относительном смещении ее концов.

Определение среднестатистической ориентационной структуры КРВ следует из их реодинамического описания и построения модели. Существенный вопрос микроскопического описания КРВ — учет взаимодействия структурных единиц течения с их окружением в поле сдвиговых, энтропийных и диффузионных сил. В данном случае это взаимодействие статистически распределенных сеточных узлов трения с растворителем, связан-

ности вероятности положения узлов трения, и кинетическое уравнение для этих моментов. При этом безразмерная система уравнений движения несжимаемых КРВ для случая известного постоянного расхода имеет вид

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & H_0^{-1} \partial_t v'_i + v'_j \partial_j v'_i = -\partial_i p' + \partial_j \tau'_{ij}; \\
 (2) \quad & \tau'_{ij} = \text{Re}^{-1} \partial_j v'_i + \text{Re}_p^{-1} (\langle x_k x_i \rangle v'_{kj} + \langle x_k x_j \rangle v'_{ki} - \\
 & \quad - H_0^{-1} \partial_t \langle x_i x_j \rangle - v'_j \partial_j \langle x_i x_j \rangle); \\
 (3) \quad & H_0^{-1} \partial_t \langle x_i x_j \rangle + v'_j \partial_j \langle x_i x_j \rangle = \langle x_k x_j \rangle (v'_{ki} - \alpha e'_{ki}) + \\
 & \quad + \langle x_k x_i \rangle (v'_{kj} - \alpha e'_{kj}) - 2 \text{We}^{-1} (\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij}); \\
 (4) \quad & \partial_i v'_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3.
 \end{aligned}$$

Здесь $p' = p/\rho \langle w \rangle^2$ — гидродинамическое давление; δ_{ij} — символ Кронекера; $v'_{ij} = v_{ij}L/\langle w \rangle$ — тензор градиентов скорости; $e'_{ij} = e_{ij}L/\langle w \rangle$ — симметричный тензор скоростей деформации $v'_i = v_i/\langle w \rangle$; $\langle w \rangle$ — средняя скорость течения; L — линейный размер, на котором жидкость находится в поле меняющейся скорости; $\langle x_i x_j \rangle = \int x_i x_j W(x, t) dV$ — моменты функции распределения плотности вероятности положения узлов (сегментов) трения; V — объем; $t' = t/T_*$ — время; $H_0 = \langle w \rangle T_*/L$ — критерий гомохронности; $\text{Re} = \rho \langle w \rangle L/\mu$, $\text{Re}_p = \rho \langle w \rangle L/\mu_p$ — соответственно критерий Рейнольдса с вязкостью растворителя μ и вязкостью раствора полимера $\mu_p = 0,5 \epsilon \kappa$ (вязкость при $G \rightarrow 0$, см. уравнение (6)); $\text{We} = \kappa \langle w \rangle / L$ — критерий релаксационной гомохронности (Вейссенберга); α — кинетическая жесткость сегментов субцепей сетки; $\kappa = \zeta s b^2 / 12 k T$ — время внутренних структурных перестроек (характерное время релаксации) после снятия (приложения) деформации; $\epsilon = 0,5 \zeta k T$ — модуль высокоэластичности. В общем случае коэффициенты ϵ , κ , α модели — переменные величины [2].

В связи с тем, что для КРВ $\mu \ll \mu_p$, в случае постоянства коэффициентов их движение характеризуется следующим набором первичных комплексов: H_0 , Re_p , We , α . Независимыми линейными комбинациями между этими комплексами строятся другие, определяющие рассматриваемый процесс течения комплексы: $\text{We}/H_0 \equiv \text{De} = \kappa/T_*$ — критерий Деборы, $\text{We}/\text{Re}_p = El = \kappa \mu_p / \rho L^2$ — критерий эластичности.

Новый по сравнению с известными для ньютоновских жидкостей параметр течения КРВ — критерий Вейссенберга. На примере установившегося стационарного течения КРВ в каналах из системы (1)–(3) можно показать, что этот критерий — количественная мера среднестатистической ориентационной структуры в поле сдвиговых сил.

Для поля скорости $v = v(y)$, $w = u = 0$ и при обычных граничных условиях $v_{ij} = G(y)$, $e_{ij} = 0,5 G(y)$. Из (3) приходим к системе алгебраических уравнений для моментов

$$\begin{aligned}
 \langle x_2 x_3 \rangle &= \langle x_1 x_3 \rangle = 0, \quad \langle x_3 x_3 \rangle = 1, \\
 (1 - 0,5\alpha)G(y) \langle x_1 x_2 \rangle - \kappa^{-1}(\langle x_1 x_1 \rangle - 1) &= 0, \\
 (1 - 0,5\alpha)G(y) \langle x_2 x_2 \rangle - 0,5\alpha G(y) \langle x_1 x_1 \rangle - 2\kappa^{-1} \langle x_1 x_2 \rangle &= 0, \\
 0,5\alpha G(y) \langle x_1 x_2 \rangle + \kappa^{-1}(\langle x_2 x_2 \rangle - 1) &= 0.
 \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 (5) \quad \langle x_1 x_2 \rangle &= \frac{(1 - \alpha) \kappa G(y)}{2(1 + 0,5\alpha(1 - 0,5\alpha) \kappa^2 G^2(y))}, \\
 \langle x_1 x_1 \rangle &= \frac{1 + 0,5(1 - 0,5\alpha) \kappa^2 G^2(y)}{1 + 0,5\alpha(1 - 0,5\alpha) \kappa^2 G^2(y)}, \\
 \langle x_2 x_2 \rangle &= \frac{1 + 0,25\alpha \kappa^2 G^2(y)}{1 + 0,5\alpha(1 - 0,5\alpha) \kappa^2 G^2(y)}.
 \end{aligned}$$

Заметим, что одномерному течению соответствует пространственное изменение $\langle x_i x_j \rangle$.

Согласно (5), выражения для ненулевых компонент тензора напряжений имеют вид

$$(6) \quad \tau_{12} = \frac{\varepsilon \kappa}{2} \frac{1 + 0,25 \alpha \kappa^2 G^2(y)}{1 + 0,5 \alpha (1 - 0,5 \alpha) \kappa^2 G^2(y)} G(y);$$

$$(7) \quad P_{11} - P_{22} = \frac{\varepsilon}{2} \frac{(1 - \alpha) \kappa^2 G^2(y)}{1 + 0,5 \alpha (1 - 0,5 \alpha) \kappa^2 G^2(y)};$$

$$(8) \quad P_{22} - P_{33} = 0.$$

Методом ортогональных преобразований [6], представляя компоненты симметричного тензора $||\langle x_i x_j \rangle||$ через их главные значения, находим угол ориентации χ среднестатистической структуры КРВ к направлению течения (см. рис. 1):

$$(9) \quad \frac{\langle x_1 x_1 \rangle - \langle x_2 x_2 \rangle}{2 \langle x_1 x_2 \rangle} = 0,5 \kappa G(y) = \operatorname{ctg} 2\chi.$$

На оси канала $G = 0$, $\chi_1 = 45^\circ$, на стенке $\operatorname{ctg} 2\chi_2 = 0,5 \kappa dv/dy|_c$, причем $\chi_1 > \chi_2$.

Таким образом, при течении КРВ в канале по его сечению формируется среднестатистическая ориентационная структура, которая управляется ориентационными $\zeta s b^2 G(y)$ и дезориентационными (kT) эффектами.

Если предположить, что углы ориентации структурной и оптической поляризуемости КРВ совпадают, то они непосредственно измеряются методом двойного лучепреломления [4]. Углы ориентации структурной и механической $(P_{11} - P_{22}/2\tau_{12})$ поляризуемости совпадают лишь в предположении о свободносочлененных (идеальных, $\alpha = 0$) субцепей макромолекул КРВ.

Градиент скорости определяется из уравнения (6) [2] или какого-либо эмпирического соотношения между $\tau = f(G)$.

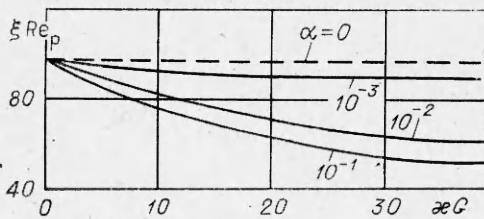
Выражая, например, градиент скорости на стенке трубы известным [7], не зависящим от свойств рассматриваемой жидкости методом $dv/dr|_c = -(3n' + 1/4n')8\langle w \rangle/D$ ($n' = d \ln(D\Delta p/4L)/d \ln(8\langle w \rangle/D)$) и учитывая свойство тригонометрической функции (9), отметим, что теоретическая область изменения $We = \kappa \langle w \rangle/L$ в круглых и плоских каналах может находиться в пределах от нуля и соответственно до ~ 15 и ~ 20 . Эти величины отвечают практически предельно ориентированной структуре КРВ на стенке канала ($\chi < 1^\circ$).

В связи с тем, что наряду с ориентационными явлениями под действием внешних механических сил всегда имеют место тепловые ($\varepsilon \sim kT$) дезориентационные явления, собственно обуславливающие наличие $P_{11} - P_{22}$ (7), величина We , видимо, должна быть порядка единицы.

Известное уменьшение вязкости КРВ с ростом G , как видно из (6), связано с ориентационными явлениями под действием внешних сил благодаря свойству кинетической жесткости полимера. Из рис. 2 видно, что снижение сопротивления ($\zeta Re_p = (2L/\rho \langle w \rangle^2) \partial p / \partial x$, $L = 4h$) при стационарном установившемся течении КРВ в плоском канале также обусловлено ориентационными явлениями.

Причем более жесткие структуры ориентируются интенсивнее.

Результаты исследования могут быть полезны при установлении связей между среднестатистической ориентационной структурой и параметрами течения КРВ в аппаратах типа Куэтта и Пуазейля [8].



Р и с. 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроссман А. Г., Попов В. И. К выводу реологического соотношения для концентрированных растворов полимеров. — ПМТФ, 1976, № 2.
2. Кекалов А. Н., Попов В. Н. Структурно-феноменологическая модель и некоторые результаты исследования характеристик течения концентрированных растворов высокополимеров. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1.
3. Покровский В. Н. Статистическая механика разбавленных суспензий. — М.: Наука, 1978.
4. Цветков В. Н., Эскин В. Е., Френкель С. Я. Структура макромолекул в растворах. — М.: Наука, 1964.
5. Bird R. B., Hassager O., Armstrong R. C., Curtiss C. C. Dynamics of polymeric liquids. V. 2. Kinetic theory. — N. Y.: Wiley, 1977.
6. Аквис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. — М.: Наука, 1972.
7. Смольский Б. М., Шульман З. П., Гориславец В. М. Реодинамика и теплообмен нелинейновязкопластичных материалов. — Минск: Наука и техника, 1970.
8. Научно-технические прогнозы в области полимеров. Высокомодульные гибкоцепные полимеры/Калашникова В. Г., Липатова Л. П. — М.: НИИТЭХИМ, 1982.

Поступила 15/VII 1985 г.

УДК 532.526

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. Д. Косинов, А. А. Маслов, С. Г. Шевельков

(Новосибирск)

В настоящее время существует несколько теоретических способов предсказания положения перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, основанных на различных критериях. Для создания общей теории перехода необходимо детальное представление о волновых процессах в пограничном слое, которое формируется на основании теоретических и экспериментальных данных по устойчивости.

В экспериментальных работах по устойчивости сверхзвукового пограничного слоя, как правило, исследуется развитие естественных возмущений [1]. Недостаток таких работ — отсутствие полной пространственной характеристики волнового поля возмущений в пограничном слое. Поэтому при сопоставлении теории и эксперимента можно ожидать только качественное соответствие. Более точное количественное сравнение возможно при изучении контролируемых искусственных возмущений, моделирующих процесс развития волн в пограничном слое. Альтернативный подход (при изучении развития естественных возмущений) заключается в соответствующих корреляционных измерениях с последующей оценкой волновых спектров. Такой подход отчасти реализован в [2].

В [3] для исследования устойчивости несжимаемого пограничного слоя применен точечный источник возмущений. Создаваемое им волновое поле (распределение амплитуд и фаз пульсаций в пространстве) регистрировалось термоанемометром. Результаты работы отражают эволюцию монохроматических плоских волн в пограничном слое.

В [4, 5] метод, подобный [3], применен для исследования устойчивости сверхзвукового пограничного слоя. В качестве источника возмущений использовался электрический разряд. Показано, что данная методика позволяет изучать развитие собственных волн в сверхзвуковом пограничном слое. В то же время в [4] выявлены некоторые ее проблемы, возникающие как при получении экспериментальных данных, так и при их обработке. В настоящей работе развит подход [3, 4] и с его помощью получены новые экспериментальные результаты. В соответствии с результатами экспериментов проделаны расчеты устойчивости пограничного слоя в линейном приближении.

Эксперименты проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе ИТПМ СО АН СССР Т-325 пониженной степени турбулентности [6] с размерами рабочей части 200×200 мм при числе Маха $M = 2,01$ и единичном числе Рейнольдса $Re_1 = 6,58 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$. Использовалась модель плоской стальной пластины с затупленной и скошенной по ширине под углом $14^\circ 30'$ передней кромкой (радиус притупления $b \sim 0,04$ мм). Длина пластины 450, ширина 200, толщина 10 мм. Модель крепилась горизонтально в центральной плоскости рабочей части аэродинамической трубы под нулевым углом атаки. Источник возмущений располагался внутри модели. Его основная часть (винт-электрод в керамической трубке, которым регулировался искровой промежуток) устанавливалась перпендикулярно плоскости модели. В пограничный слой возмущения проникали через