УДК 532.5 : 532.135

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ ТЕКУЧЕСТИ ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ИХ ИНТЕНСИВНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

А. И. Леонов, Э. Х. Липкина, А. Н. Прокунин

(*Москва*)

В полимерных жидкостях проявляется целый ряд свойств, присущих твердым телам: пристенное скольжение, появление трещин в материале при течении, хрупкое разрушение при растяжении и т. д. Совокупность этих явлений при течении полимеров по капиллярам, сопровождающихся рядом других эффектов (колебания и волны на поверхности струи, выходящей из капилляра, кристаллизация полимеров в капилляре и т. д.), получила в литературе название явления разрушения расплава. Библиография, посвященная этому вопросу, важному для многих процессов переработки полимеров, весьма обширна (см., например, [1]). Поведение полимерных жидкостей наблюдалось в последнее время для расплавов полимеров узкого молекулярно-весового распределения (МВР) [2, 3] при традиционных видах деформирования. В работе [4] эффект твердения изучался при вытягивании водного раствора полиоксиэтилена из резервуара с помощью вращающегося барабана. Длина получаемых таким образом струй жидкости доходила до полуметра.

В данной работе предлагается теоретическое описание указанных эффектов для двух наиболее часто встречающихся на практике ситуаций: простого сдвига и простого растяжения.

1. Теоретическое описание явления потери текучести полимерными жидкостями и перехода их в высокоэластическое состояние рассмотрим на простейшей трехконстантной нелинейной модели упруговязкой среды максвелловского типа, предложенной в работе [5],

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{\delta} + 2\mathbf{C}W_1 = 2\mathbf{C}^{-1}W_2 \quad (W_j = \partial W/\partial I_j); \tag{1.1}$$

$$\mathbf{C}^{\nabla} - \mathbf{C}\mathbf{e} - \mathbf{e}\mathbf{C} + 2\mathbf{C}\mathbf{e}_p(\mathbf{C}) = 0, \quad \mathrm{sp}\,\mathbf{e} = 0, \quad \det \mathbf{C} = 1; \tag{1.2}$$

$$\mathbf{e}_p = (2/\lambda_*(T))\exp\{-(\beta/\mu_0)W_s\}[(\mathbf{C} - \boldsymbol{\delta}T_1/3)W_{s,1} - (\mathbf{C}^{-1} - \boldsymbol{\delta}I_2/3)W_{s,2}]; \tag{1.3}$$

$$I_1 = \mathrm{sp}\,\mathbf{C}, \quad I_2 = \mathrm{sp}\,\mathbf{C}^{-1}, \quad W = \rho_0 f(T, I_1, I_2), \quad 2W_s = W(I_1, I_2) + W(I_2, I_1); \tag{1.4}$$

$$D = \frac{4}{3\lambda_*(T)}\exp\left\{-\frac{\beta}{\mu_0}W_s\right\}\{(I_1I_2 - 9)(W_1W_{s,2} + W_2W_{s,1}) + 2(I_1^2 - 3I_2)W_1W_{s,1} + 2(I_2^2 - 3I_1)W_2W_{s,2}\}, \tag{1.5}$$

где $\mathbf{C}^{\nabla} = (\partial/\partial t + v_\alpha \partial/\partial x_\alpha)\mathbf{C} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{C} - \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}$.

Здесь приведены реологические уравнения модели (1.1) — (1.3) для несжимаемой жидкости в декартовой системе координат, при этом $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений; p — изотропное давление; $\mathbf{e}$ — тензор скоростей деформации; $\boldsymbol{\omega}$ — тензор вихря; симметричный положительно определенный тензор $\mathbf{C}$ — упругая деформация (мера Фингера), накапливаемая при движении упругой жидкости; $\mathbf{e}_p$ — тензор необратимой скорости деформации; $\boldsymbol{\delta}$ — единичный тензор; I_1, I_2 — независимые инварианты тензора $\mathbf{C}$; f — удельная свободная энергия; W — упругий потенциал; D — диссипативная функция; $\mathbf{C}^{\nabla}$ — яуманновская производная тензора $\mathbf{C}$ по времени; T — температура.

Связь между тензорами напряжений σ и упругих деформаций $\mathbf{C}$ в соответствии с формулой (1.1) в данной модели имеет такой же вид, как и в бездиссипативной несжимаемой изотропной упругой среде. При этом из соображений термодинамической устойчивости $W_j \geqslant 0$.

Первое (тензорное) уравнение в (1.2) соответствует кинематическому соотношению между обратимыми и необратимыми скоростями деформаций. Два остальных скалярных соотношения в (1.2) — условия несжимаемости.

Выражение для тензора необратимых скоростей деформаций $\mathbf{e}_p$, определяемое формулой (1.3), в соответствии с концепцией нелинейной максвелловской жидкости зависит только от обратимой деформации, тензора $\mathbf{C}$. Это выражение обладает следующими особенностями [5]:

$$\mathbf{e}_p = -q\delta + 2\mathbf{C}\partial\psi/\partial\mathbf{C},\ \psi = (\mu_0/\beta\lambda_*)[1 - \exp(-(\beta/\mu_0)W_s)]; \tag{1.6}$$

$$||e_p|| \to 0,\ ||\mathbf{C}|| \to \infty\ (||A||^2 = \mathrm{sp}A^2). \tag{1.7}$$

Соотношение (1.6) означает, что существует неравновесный потенциал ψ, зависящий только от симметризованного по аргументам I_1, I_2 упругого потенциала W_s (1.4); скалярная величина q — множитель Лагранжа, определяемый из условия несжимаемости $\mathrm{sp}e_p = 0$ (1.3).

Свойство (1.7) формулы (1.3) соответствует предположению, выдвинутому в [5], согласно которому при достаточно больших обратимых деформациях у системы происходит потеря текучести, что связано с сильным ростом характерного скалярного времени релаксации системы вследствие ориентации макромолекул. Как видно из (1.5), $D \to 0$ при $||\mathbf{C}|| \to \infty$, т. е. все реологические соотношения переходят в соотношения для нелинейно-упругой среды.

Наконец, существенной особенностью формулы (1.3) для $\mathbf{e}_p$ является анизотропное соотношение между σ и $\mathbf{e}_p$ при конечных обратимых деформациях $\mathbf{C}$ (так называемая вынужденная анизотропия), которое описывает процессы ориентации, происходящие при интенсивном течении полимерных жидкостей. Вынужденная анизотропия (подобного рода) проявляется не только в вязкостных и релаксационных свойствах текучих полимерных систем, но и в явлениях теплопроводности, диффузии, поляризуемости и т. д.

В данной работе используем простейший упругий потенциал классической статистической теории высокоэластичности [6]

$$W = \mu_0(T)(I_1 - 3),\ \mu_0 \sim \rho_0 RT/\mu_c, \tag{1.8}$$

где R — газовая постоянная; μ_c — средний молекулярный вес отрезка цепи между двумя сшивками. В этом случае

$$W_1 = \mu_0;\ W_2 = 0;\ W_s = (\mu_0/2)(I_1 + I_2 - 6);\ W_{s,1} = W_{s,2} = \mu_0/2. \tag{1.9}$$

Таким образом, рассматриваемая модель описывает нелинейные вязкоупругие эффекты, вызванные существованием огромных обратимых деформаций в текучих полимерных системах. В модели качественно учитываются соображения о структуре текучих полимеров как о флуктуирующей сетке; при этом потеря текучести трактуется как релаксационный переход полимерной системы в высокоэластическое состояние.

Соотношения (1.1) — (1.3) (в рассматриваемой ниже изотермической постановке) содержат три константы материала: $\lambda_*(T)$, $\mu_0(T)$, β. Параметры λ_* и μ_0 жидкости выражаются линейно через наибольшую ньютоновскую вязкость η_0 и время релаксации θ_0

(1.10) $$\lambda_*(T) = 2\eta_0(T);\ 2\mu_0 = \eta_0/\theta_0.$$

Числовой параметр β ($0 < \beta < 1$) характеризует гибкость макромолекул, возрастая с увеличением их жесткости, и определяет существенно нелинейные вязкоупругие свойства материала.

Более сложная, чем (1.1)—(1.3), система уравнений использовалась в работах [7, 8] для описания нелинейных свойств текучих полимеров при простом сдвиге для не очень больших обратимых деформаций ($\beta \ll 1$) вдали от перехода в высокоэластическое состояние и показала хорошее согласие со стационарными и нестационарными сдвиговыми экспериментами как по касательным, так и по нормальным напряжениям. Ниже рассмотрим поведение полимерной жидкости при конечных значениях β, концентрируя внимание на переход из текучего в высокоэластическое состояние.

2. Рассмотрим случай простого сдвига. Кинематические матрицы имеют вид

(2.1) $$\mathbf{e} = \dot\gamma/2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};\quad \boldsymbol{\omega} = \dot\gamma/2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};\quad \mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} C_{22} & -C_{12} & 0 \\ -C_{12} & C_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $\dot\gamma = \dot\gamma(t)$ — скорость деформации (при ее определении используются условия прилипания).

Из (2.1) имеем $I_1 = I_2 = 1 + C_{11} + C_{22}$. Условие несжимаемости необратимых деформаций $\det\mathbf{C} = 1$ на основании (2.1) записывается в виде

$$C_{11}C_{22} = 1 + C_{12}^2.$$

Используя (1.8) —(1.10) и подставляя (2.1), (1.3) в тензорное соотношение (1.2), получим ($\tau = t/\theta_0$, $\Gamma(\tau) - \theta_0\dot\gamma(t)$)

(2.2) $$2\frac{dC_{11}}{d\tau} + (C_{11}^2 + C_{12}^2 - 1)\,e^{-\beta w} = 4\Gamma C_{12};$$

$$2C_{11}\frac{dC_{12}}{d\tau} + C_{12}(C_{11}^2 + C_{12}^2 + 1)\,e^{-\beta w} = 2\Gamma(1 + C_{12}^2);$$

$$C_{22} = C_{11}^{-1}(1 + C_{12}^2),\quad w = W/\mu = C_{11} + C_{22} - 2.$$

Безразмерные касательное и обе разности нормальных напряжений имеют вид

$$\sigma_1' \equiv \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2\mu_0} = C_{11} - C_{22};\quad -\sigma_2' = \frac{\sigma_{33} - \sigma_{22}}{2\mu_0} = 1 - C_{22};\quad \sigma_{12}' \equiv \frac{\sigma_{12}}{2\mu} = C_{12}.$$

Безразмерная диссипативная функция определяется выражением

$$D' = \frac{2D\theta_0}{\mu_0} = \frac{(C_{11}^2 - C_{12}^2 - 1)^2 - 4C_{11}^2}{2C_{11}^2}\,e^{-\beta w}.$$

Далее штриховые индексы у переменных опускаются. Рассмотрим две основные задачи. Задача на установление стационарного режима течения при $\Gamma = \mathrm{const}$ из состояния покоя с начальными условиями

$$C_{11}|_{t=0} = 1; \; C_{12}|_{t=0} = 0. \tag{2.3}$$

Задача на релаксацию напряжений ($\Gamma = 0$ при $t > t_0$)

$$C_{11}|_{t=t_0} = C_{11,0}; \quad C_{12}|_{t=t_0} = C_{12,0} \; (C_{11,0} > 0, \quad C_{12,0} > 0).$$

Прежде чем рассматривать нестационарные решения системы (2.2), обратимся к ее стационарному решению, которое удобно представить в виде

$$C_{11}^0 = \frac{x^2+1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad C_{12}^0 \equiv x; \quad C_{22}^0 = \sqrt{1-x^2}; \tag{2.4}$$

$$\Gamma^0 = \frac{x}{1-x^2}\exp\left[2\beta\left(1-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)\right];$$

$$\sigma_1^0 = \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}; \quad -\sigma_2^0 = \frac{x^2}{1+\sqrt{1-x^2}}; \quad \sigma_{12}^0 \equiv x.$$

Из (2.4) следует, что параметр $x \equiv C_{12}^0$ изменяется в интервале $[0, 1]$, причем зависимости стационарных касательных и нормальных напряжений от Γ^0 двузначны и существуют при $0 < \Gamma^0 \leqslant \Gamma_m$, где $\Gamma_m(\beta) = \max\limits_x \Gamma^0(x, \beta)$ из (2.4).

На фиг. 1, *а*, *б* соответственно представлены кривые $\sigma_{12}^0(\Gamma_0)$, $\sigma_1^0(\Gamma_0)$, рассчитанные для некоторых значений β (*1* — 0,1; *2* — 0,5; *3* — 1,0) по формулам (2.4).

Рассмотрим вопрос об устойчивости стационарного решения (2.4) системы уравнений (2.2) по отношению к малым возмущениям. Положим

$$C_{11} = C_{11}^0 + ye^{\chi t}; \quad C_{12} = C_{12}^0 + ze^{\chi t}.$$

Подставляя эти выражения в уравнения (2.2), линеаризованные относительно малых возмущений, получим систему линейных однородных уравнений для y, z. Приравнивая нулю определитель этой системы, получим характеристическое уравнение для скорости роста возмущений χ, решение которого можно представить в виде

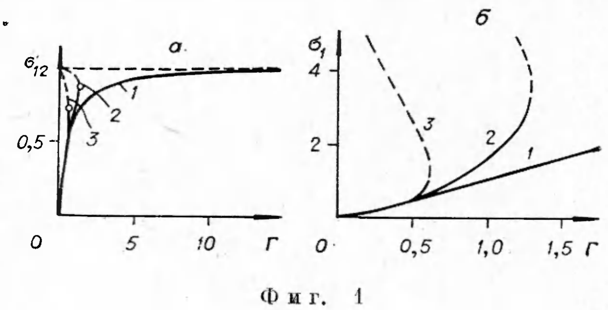
$$e^{\beta w}\chi_{1,2} = -(1/\sqrt{1-x^2}) + [\beta x^2/(1-x^2)] \pm (x/\sqrt{1-x^2})\sqrt{x^2(1+\beta^2)-1}, \tag{2.5}$$

где x определяется из (2.4) ($0 < x < 1$) и представляет собой безразмерное касательное напряжение.

Из (2.5) следует, что при $0 < x < (1+\beta^2)^{1/2}$ особая точка системы (2.2) — устойчивый фокус; при $(1+\beta^2)^{-1/2} < x < x_*(\beta)$ — устойчивый узел; при $x_*(\beta) < x < 1$ — седло. Здесь величина $x_*(\beta)$ — положительный корень уравнения

$$(1-x_*^4)(1+x_*^2) = 4\beta^2 x_*^4. \tag{2.6}$$

Можно убедиться, что значению x_* из (2.6) соответствует максимум вели-



Фиг. 1

чины $\Gamma^0(x, \beta) = \Gamma_m(\beta)$ из (2.4). Таким образом, показано, что двузначные зависимости $C_{12}^0(\Gamma)$, $C_{11}^0(\Gamma)$ имеют область устойчивости, соответствующую нижним ветвям этих кривых; верхние ветви кривых неустойчивы. С ростом постоянного параметра Γ для фиксированного β нестационарные кривые $\sigma_{12}(\tau)$, $\sigma_1(\tau)$ будут выходить на установившийся режим с колебаниями, которые в области, близкой к $\Gamma_m(\beta)$, исчезают. При $\Gamma > \Gamma_m$ стационарного режима течения не существует. В этой области значений параметра Γ при сохранении условий прилипания напряжения с ростом безразмерного времени τ неограниченно растут, причем при больших значениях имеют место асимптотические равенства

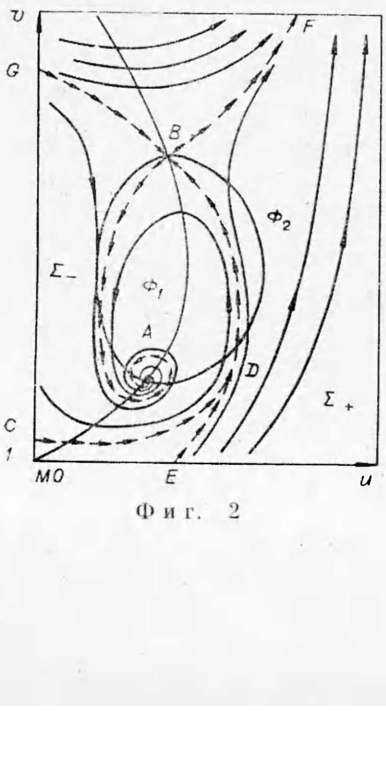
$$C_{12} \approx \Gamma\tau;\ C_{11} \approx 1 + \Gamma^2\tau^2\ (\tau \gg 1), \tag{2.7}$$

что соответствует чисто упругому режиму деформации в данных условиях, т. е. случаю потери системой текучести.

Численное решение системы (2.2) с начальными данными (2.3) показало, однако, что в отличие от указанных выше условий линейной устойчивости, решение данной задачи неустойчиво и выходит при больших τ на асимптотику (2.7), если $\Gamma_*(\beta) < \Gamma^0 < \Gamma_m(\beta)$, где $\Gamma_*(\beta)$ определяется нелинейной неустойчивостью задачи в целом. Обозначая $C_{11} \equiv v$, $C_{12} \equiv u$, запишем систему (2.2) на фазовой плоскости u, v

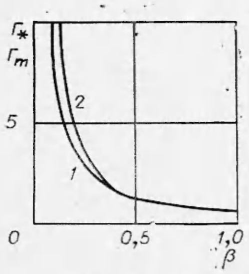
$$\frac{dv}{du} = v\,\frac{4\Gamma u - (u^2 + v^2 - 1)\exp\{-\beta v^{-1}[(v-1)^2 + u^2]\}}{2\Gamma(1 + u^2) - u(u^2 + v^2 + 1)\exp\{-\beta v^{-1}[(v-1)^2 + u^2]\}} \equiv \frac{\Phi_1(u,v)}{\Phi_2(u,v)}. \tag{2.8}$$

Фазовый портрет системы (2.2) качественно представлен на фиг. 2. Замкнутая кривая $\Phi_2 = 0$ соответствует обращению в нуль знаменателя, а кривая $\Phi_1 = 0$ — числителя правой части уравнения (2.8); точки их пересечения — стационарные точки системы A и B. Рассматривается случай, когда точка A — устойчивый фокус; точка B — седло. Стрелками показаны усы седла. В данном случае неустойчивый ус BA седла B является в окрестности стационарной точки A регулярной траекторией. Устойчивые усы GB и DB седловой точки B так же, как и неустойчивый ус BF, уходят на бесконечность. Область глобальной устойчивости (Σ_{-1}) расположена слева от нейтральной кривой $GBDE(C)$, область глобальной неустойчивости (Σ_+) — справа от этой кривой.

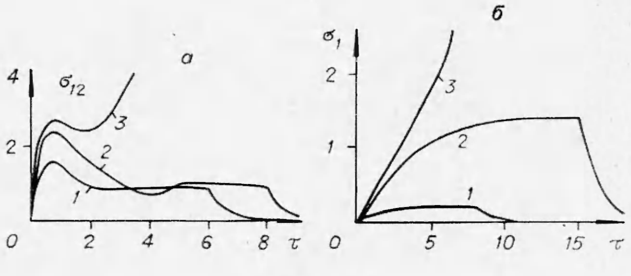


Фиг. 2

Если точка M $(0,1) \in \Sigma_-$ (что соответствует кривой нейтральной устойчивости $GBDE$), то решение задачи (2.8) устойчиво. Если $M \in \Sigma_+$ (что соответствует кривой $GBDC$), то решение задачи Коши для уравнения (2.8) неустойчиво, несмотря на устойчивость стационарной точки A. Как показывает численный анализ, с ростом параметра Γ наблюдается переход от ситуации, когда начальная точка M содержится в области устойчивости, к ситуации, когда она переходит в область неустойчивости; при этом с ростом параметра Γ (при фиксированном β)



Фиг. 3



Фиг. 4

особые точки A и B сближаются. Для каждого β существует критическое значение $\Gamma_*(\beta)$, когда нейтральная кривая пересекает точку M (0, 1). На фиг. 3 представлены кривые *1* — $\Gamma_*(\beta)$ и *2* — $\Gamma_m(\beta)$. При малых значениях β отклонение $\Gamma_*(\beta)$ от $\Gamma_m(\beta)$ может достигать значительной величины.

Представление о нестационарном решении системы (2.2) в условиях $\Gamma = \mathrm{const}(\Gamma \lesseqgtr \Gamma_*)$ дают кривые фиг. 4, полученные численным интегрированием. На фиг. 4, *а*, *б* показаны соответственно зависимость $\sigma_{12}(\tau)$ при $\beta = 0{,}1$ ($\Gamma_* = 0{,}981$) и зависимость $\sigma_1(\tau)$ при $\beta = 1$ ($\Gamma_* = 0{,}618$). Кривая *1* соответствует $\Gamma = \Gamma_*/2$; *2* — $\Gamma = \Gamma_*$; *3* — $\Gamma = 1{,}2\Gamma_*$. Левые ветви этих кривых соответствуют нагружению упругой жидкости из состояния покоя в условиях $\Gamma = \mathrm{const}$; правые (убывающие ветви) — релаксации со стационарного режима при $\Gamma \leqslant \Gamma_*$.

Таким образом, вопрос о потере текучести упругой жидкостью связывается с существованием стационарного режима течения из невозмущенного состояния. При $\Gamma < \Gamma_*(\beta)$ стационарный режим существует. Отсутствие стационарного режима при $\Gamma > \Gamma_*(\beta)$ с выходом на упругую асимптотику (2.7) трактуется как потеря системой текучести или переход в высокоэластическое состояние. Поведение упругой жидкости вблизи перехода в высокоэластическое состояние существенно зависит от параметра β, которому в работе [5] придавался физический смысл параметра гибкости макромолекул: $\beta \ll 1$ — гибкие макромолекулы, $\beta \lesssim 1$ — жесткие макромолекулы.

При $\beta \approx 1$ в области текучего состояния в материале не накапливается больших обратимых деформаций. Поэтому поведение упругой жидкости, оцениваемое по зависимости $\sigma_{12}(\tau)$ при $\Gamma = \mathrm{const} < \Gamma_* \approx \Gamma_m(1)$, как показывает численное решение системы (2.2), практически не отличается от линейного. Нормальные напряжения при $\Gamma \to \Gamma_*$ резко возрастают, однако максимумы на предстационарной стадии деформирования в этом случае отсутствуют. Именно такое поведение полимеров с узкими МВР наблюдалось в [3].

При $\beta \ll 1$ в упругой жидкости могут перед переходом в высокоэластическое состояние реализовываться большие обратимые деформации, в связи с чем в режиме $\Gamma = \mathrm{const} < \Gamma_*$ проявляется весь комплекс нелинейных вязкоупругих свойств, описанный в [7,8]. При $\Gamma > \Gamma_*(\beta)$ и $\tau \gg 1$ решение системы (2.2) и при $\beta \ll 1$ асимптотически описывается формулами (2.7). Отметим, что если при $\Gamma < \Gamma_*$ ($\beta \ll 1$) поведение системы определяется в основном геометрическими нелинейностями (в связи с чем, например, эффективная вязкость при стационарном сдвиге падает с ростом Γ), то при $\Gamma \lesssim \Gamma_*$ происходит резкий рост вязкости вследствие ориентации, несмотря на дезориентирующее вращение частиц при сдвиге.

При $\Gamma \gtrsim \Gamma_*$ ориентационные явления могут приводить ко вторичным эффектам: образованию кристаллических или сильно упорядоченпых аморфных областей в зависимости от типа полимера. Те и другие явления наблюдались экспериментально при интенсивном течении расплавов полимеров в капиллярах [9]. При дальнейшем увеличении интенсивности механического воздействия могут реализовываться другие явления, присущие твердым телам: трещины в полимерном расплаве, отрыв полимера от стенки и интенсивное пристенное скольжение, сопровождаемое колебаниями. По-видимому, эта совокупность явлений и объединена в литературе под общим названием разрушения расплава [1].

Отметим еще, что при $\Gamma > \Gamma_*$ описание сдвигового движения концентрированных полимерных жидкостей затрудняется малоизученным вопросом о характере взаимодействия полимера со стенкой.

3. Рассмотрим случай однородного одноосного растяжения. Кинематические матрицы и инварианты тензора $\mathbf{C}$ имеют вид ($\dot\gamma = \dot\gamma(t)$ — продольная скорость деформации)

$$\text{(3.1)}\qquad \mathbf{e} = \dot\gamma\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1/2 & 0\\ 0 & 0 & -1/2\end{pmatrix};\quad \omega = 0;$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix}\lambda^2 & 0 & 0\\ 0 & \lambda^{-1} & 0\\ 0 & 0 & \lambda^{-1}\end{pmatrix};\quad \mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix}\lambda^{-2} & 0 & 0\\ 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & \lambda\end{pmatrix};$$

$$I_1 = \mathrm{sp}\mathbf{C} = \lambda^2 + 2\lambda^{-1};\ I_2 = \mathrm{sp}\mathbf{C}^{-1} = 2\lambda + \lambda^{-2}\ (\lambda > 1).$$

Используя (1.8), (1.9), (3.1), получим из кинематических формул (1.2), (1.3) одно скалярное уравнение для изменения величины $\lambda(\tau)$

$$\text{(3.2)}\qquad \frac{6}{\lambda}\frac{d\lambda}{d\tau} + \frac{(\lambda^2-1)(\lambda^2+\lambda+1)}{\lambda^2}\exp\left\{-\frac{\beta}{2\lambda^2}(\lambda-1)^2(\lambda^2+4\lambda+1)\right\} =$$

$$= 6\Gamma(\tau)\quad (\tau = t/\theta_0,\quad \Gamma = \dot\gamma\theta_0).$$

Используя динамическое условие на боковой поверхности цилиндрического стержня (рассматривается безынерционная постановка задачи), получим выражение для полного безразмерного осевого напряжения в сечении образца

$$\text{(3.3)}\qquad \sigma = (\sigma_{11} - p)/2\mu = \lambda^2 - \lambda^{-1}.$$

Формула (3.3) совпадает с аналогичной формулой нелинейной теории упругости каучука [6].

Для уравнения (3.2) рассматриваются два режима деформации, аналогичные простому сдвигу: выход на режим стационарного продольного течения при $\Gamma = \mathrm{const}$ из состояния покоя с условием $\lambda(0) = 1$; релаксация с условием $\lambda(\tau_0) = \lambda_0$.

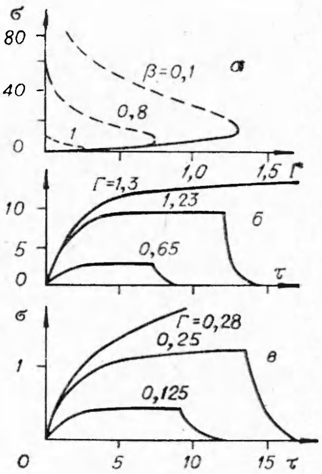
Стационарное решение (3.2) существует лишь при $\Gamma < \Gamma_*^0(\beta)$ и обладает теми же особенностями, что и при простом сдвиге. Здесь $\Gamma_*^0(\beta)$ — критическое значение продольной скорости деформации такое, что при $\Gamma < \Gamma_*^0(\beta)$ стационарное течение существует, а при $\Gamma > \Gamma_*^0(\beta)$ — не существует. Как следует из (3.2), зависимость $\Gamma_*^0(\beta)$ определяется как $\max\limits_{\lambda} \Gamma^0(\lambda, \beta)$, где $\Gamma^0(\lambda, \beta) = [(\lambda^2 - 1)(\lambda^2 + \lambda + 1)/6\lambda^2]\exp\{-(\beta/\lambda^2)(\lambda - 1)^2(\lambda^2 + 4\lambda + 1)\}$.

Стационарные кривые $\sigma(\Gamma)$ представлены на фиг. 5, *а*; верхние ветви этих кривых, показаные штрихом, неустойчивы. Критические значения продольной скорости деформации Γ_*^0 меньше, чем критические значения скорости деформации при простом сдвиге для одного и того же материала, это значит, что при простом растяжении реализуются наиболее оптимальные условия ориентации, не сопровождающиеся (как при простом сдвиге) дезориентирующим влиянием вращения частиц материала.

При $\Gamma > \Gamma_*^0 (\Gamma = \mathrm{const})$ и $\tau \gg 1$ из (3.2) следуют асимптотические формулы

$$\lambda \approx \exp(\Gamma\tau); \quad \sigma \approx \exp(2\Gamma\tau),$$

что соответствует чисто упругому режиму деформации после потери системой текучести.



Фиг. 5

Нестационарные кривые $\sigma(\tau)$, соответствующие выходу на установившееся течение и релаксации с установившегося течения ($\Gamma < \Gamma_*^0(\beta)$), и кривые $\sigma(\tau)$ при $\Gamma > \Gamma_*^0(\beta)$ представлены на фиг. 5 *б*, *в* (*б* соответствует $\beta = 0{,}1$; *в* — $\beta = 1$). Интересно отметить, что так же, как и для случая простого сдвига, при $\beta = 1$ наблюдается практически линейное поведение упругой жидкости вплоть до $\Gamma = \Gamma_*^0$, что отмечалось в экспериментальных работах по одноосному растяжению [2], выполненных на полимерах с узким МВР. При $\Gamma > \Gamma_*^0(\beta)$ быстрое возрастание напряжений во времени должно приводить к разрушению образца по механизму, характерному для вулканизированных каучуков.

Поступила 8 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Малкин А. Я., Леонов А. И.** Неустойчивое течение полимеров.— В кн.: Успехи реологии полимеров. М., «Химия», 1970.
2. **Малкин А. Я., Волосевич В. В., Виноградов Г. В.** Оценка предельных условий одноосной вытяжки текучих полимеров. Международный симпозиум по химическим волокнам. Препринт. Физические и химические проблемы в производстве волокон. Секция 1, Калинин, 1974.
3. **Виноградов Г. В., Малкин А. Я., Яновский Ю.Г., Борисенкова Е. К., Ярлыков Б. В., Бережная Г. В., Шаталов В. П., Шалганова В. Г., Юдин В. П.** Вязкоупругие свойства и течение полибутадиенов и полиизопренов.— «Высокомолек. соединения. Сер. А», 1972, т. 14, № 11.
4. **Леонов А. И., Прокунин А. Н.** О явлении прядомости для упруговязкой жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1973, № 5.
5. **Леонов А. И.** Об описании реологического поведения упруговязких сред при больших упругих деформациях. М., Препринт Ин-та проблем механики АН СССР, 1973, № 34.
6. **Трелоар Л.** Физика упругости каучука. М., ИЛ, 1953.
7. **Леонов А. И., Липкина Э. Х., Пасхин Е. Д., Прокунин А. Н.** О теоретическом и экспериментальном исследовании сдвиговых деформаций в упругих полимерных жидкостях.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1975, № 3.
8. **Леонов А. И., Липкина Э. Х., Пасхин Е. Д., Прокунин А. П.** Некоторые вискозиметрические течения упругих жидкостей.— В кн.: Реология полимерных и дисперсных систем и реофизика. Т. 1. Минск, изд. ИТМО АН БССР, 1975.
9. **Виноградов Г. В., Малкин А. Я., Борисенкова Е. К., Ярлыков Б.В., Каргин В. А.** О новом возможном механизме неустойчивого течения расплавов полимеров.— «Докл. АН СССР», 1968, т. 179, № 6.