Теплофизика и аэромеханика, 2017, том 24, № 1

УДК 533.6.011.55

О критериях подобия при экспериментальном моделировании движения летательных аппаратов с помощью маломасштабных моделей

Е.А. Часовников[1], С.А. Часовников[2]

[1]*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

[2]*Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского СО РАН, Новосибирск*

E-mail: chas@itam.nsc.ru

Рассматриваются уравнения продольного движения летательных аппаратов при их установившемся и неустановившемся движении. Проведено обезразмеривание уравнений и получены критерии подобия. Проиллюстрированы возможности экспериментального моделирования неустановившегося движения летательных аппаратов при помощи малоразмерных моделей.

Ключевые слова: летательный аппарат, аэродинамические нагрузки, уравнения движения, критерии подобия.

Введение

Для решения задач аэродинамики летательных аппаратов (ЛА) широко применяется экспериментальное моделирование при помощи маломасштабных геометрически подобных моделей. Хорошо известно, что критериями подобия при экспериментальном моделировании аэродинамических нагрузок при установившемся движении ЛА в аэродинамических трубах являются числа Рейнольдса (Re) и Маха (M). Этот метод применяется и для решения задач динамики полета ЛА, в частности, для исследования штопора [1], устойчивости [2, 3], автоколебаний по крену (Wing Rock) [4] и др. при помощи свободнолетающих моделей ЛА или моделей с зафиксированным центром тяжести (установки свободных колебаний в аэродинамической трубе). В ряде работ [5, 6], посвященных решению задач динамики полета, вводились безразмерные параметры (критерии подобия) при неустановившемся движении ЛА. Однако при этом использовались линеаризованные уравнения движения ЛА, и, кроме того, предполагалось, что аэродинамические характеристики не зависят от чисел Рейнольдса и Маха. В работах [7, 8] были предложены критерии подобия при пространственном движении ЛА с использованием нелинейных уравнений движения ЛА. При этом аэродинамические характеристики также предполагались независящими от чисел Рейнольдса и Маха. Был получен новый критерий подобия (число Фруда), противоречащий результатам работ [5, 6]. Таким образом, следует отметить, что вопрос экспериментального моделирования динамики движения ЛА при помощи маломасштабных моделей является не до конца изученным. В настоящей работе на основе самых общих представлений теории размерностей предпринята попытка прояснить этот вопрос.

1. Моделирование установившегося движения

В дальнейшем изложении для упрощения будем считать, что:

– ЛА совершает движение в плоскости симметрии (продольное движение);

– масса ЛА постоянна;

– отсутствует ветер;

– эффекты сферичности и вращения Земли пренебрежимо малы;

– силовая установка отсутствует;

– органы управления зафиксированы;

– изменение высоты полета во время движения мало, и такие параметры, как ускорение свободного падения, плотность, температура среды и др., остаются постоянными.

В этом случае уравнения продольного движения ЛА при установившемся движении имеют следующий вид [5]:

$$-c_{Xa}\frac{\rho V^2 S}{2} - mg\sin\Theta = 0, \qquad (1)$$

$$c_{Ya}\frac{\rho V^2 S}{2} - mg\cos\Theta = 0,$$

$$m_z\frac{\rho V^2 Sl}{2} = 0,$$

где c_{Xa}, c_{Ya}, m_z — соответственно коэффициенты сопротивления, подъемной силы и момента тангажа в скоростной системе координат, ρ — плотность воздуха, V — скорость полета, S — характерная площадь ЛА, l — характерный размер ЛА, m — масса ЛА, g — ускорение свободного падения, Θ — угол наклона траектории.

Пусть аэродинамические коэффициенты $c_i = c_{Xa}, c_{Ya}, m_z$ зависят от угла атаки α, чисел Маха и Рейнольдса невозмущенного потока, т.е. $c_i = c_i(\alpha, \mathrm{M}, \mathrm{Re})$ ($\mathrm{M} = V/a$, a — скорость звука, $\mathrm{Re} = Vl/\nu$, ν — коэффициент кинематической вязкости). Обезразмерим уравнения (1) в соответствии с теорией подобия и размерностей [9]. В качестве независимых параметров примем l, m и g. Тогда уравнения (1) будут иметь вид:

$$-c_{Xa}(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar{V}, \mathrm{RF}\cdot\bar{V})\frac{1}{\mu}\bar{V}^2 - \sin\Theta = 0, \qquad (2)$$

$$c_{Ya}(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar{V}, \mathrm{RF}\cdot\bar{V})\frac{1}{\mu}\bar{V}^2 - \cos\Theta = 0,$$

$$m_z(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar{V}, \mathrm{RF}\cdot\bar{V}) = 0,$$

где $\mu = 2m/(\rho Sl)$ — коэффициент относительной плотности, $\bar{V} = V/\sqrt{gl}$ — безразмерная скорость, связанная с известным в гидродинамике критерием Фруда $\mathrm{Fr} = V^2/(gl)$ соотношением $\bar{V} = \sqrt{\mathrm{Fr}}$; $\mathrm{M} = \mathrm{MF}\cdot\bar{V}$, $\mathrm{Re} = \mathrm{RF}\cdot\bar{V}$, $\mathrm{MF} = \mathrm{M}/\sqrt{\mathrm{Fr}} = \sqrt{gl}/a$, $\mathrm{RF} = \mathrm{Re}/\sqrt{\mathrm{Fr}} = \sqrt{gl^3/\nu^2}$.

Решения уравнений (2) имеют вид следующих функций:

$$\bar{V} = f_1(\mu, \mathrm{MF}, \mathrm{RF}),\quad \alpha = f_2(\mu, \mathrm{MF}, \mathrm{RF}),\quad \Theta = f_3(\mu, \mathrm{MF}, \mathrm{RF}). \qquad (3)$$

Безразмерные параметры μ, MF, RF являются критериями подобия. Для моделирования установившегося движения ЛА при помощи свободнолетающих моделей необходимо выдержать равенство этих критериев для модели и натуры. Очевидно, что такая задача является практически неразрешимой даже при зависимости аэродинамических коэффициентов всего от одного критерия подобия M или Re. Отметим, что для моделирования аэродинамических нагрузок в аэродинамических трубах необходимо равенство критериев подобия M и Re, что накладывает менее жесткие условия на условия эксперимента, чем при моделировании динамики движения. В случае независимости аэродинамических коэффициентов от M и Re единственным критерием подобия является параметр μ, который легко моделируется для маломасштабной свободнолетающей модели.

2. Моделирование неустановившегося движения

Уравнения продольного движения ЛА при неустановившемся движении и тех же допущениях, что были описаны в разделе 1, выглядят следующим образом [5]:

$$\begin{gathered}
\frac{dV}{dt} = -c_{Xa}\frac{\rho V^2 S}{2m} - g\sin\Theta,\\
\frac{d\Theta}{dt} = c_{Ya}\frac{\rho V^2 S}{2mV} - \frac{g}{V}\cos\Theta,\\
\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - c_{Ya}\frac{\rho V^2 S}{2mV} + \frac{g}{V}\cos\Theta,\\
\frac{d\omega_z}{dt} = m_z\frac{\rho V^2 Sl}{2I_z},
\end{gathered} \tag{4}$$

где ω_z — угловая скорость тангажа. Аэродинамические коэффициенты c_{Xa}, c_{Ya}, m_z представим в рамках концепции аэродинамических производных [10] в виде функций

$$c_i = c_i(\alpha, \mathrm{M}, \mathrm{Re}) + c_i^{\omega_z}(\alpha, \mathrm{M}, \mathrm{Re})\frac{\omega_z l}{V} + c_i^{\dot\alpha}(\alpha, \mathrm{M}, \mathrm{Re})\frac{\dot\alpha l}{V}.$$

Уравнения (4) необходимо дополнить начальными условиями

$$t = 0,\ \ V = V_0,\ \ \Theta = \Theta_0,\ \ \alpha = \alpha_0,\ \ \omega_z = \omega_{z0}.$$

Обезразмерим уравнения (4) и соответствующие начальные условия. В качестве независимых параметров также возьмем l, m и g. Это приводит к следующим уравнениям:

$$\begin{gathered}
\frac{d\bar V}{d\bar t} = -c_{Xa}\frac{1}{\mu}\bar V^2 - \sin\Theta,\\
\frac{d\Theta}{d\bar t} = c_{Ya}\frac{1}{\mu}\bar V - \frac{1}{\bar V}\cos\Theta,\\
\frac{d\alpha}{d\bar t} = \bar\omega_z - c_{Ya}\frac{1}{\mu}\bar V + \frac{1}{\bar V}\cos\Theta,\\
\frac{d\bar\omega_z}{d\bar t} = m_z\frac{\bar V^2}{\mu r_z},
\end{gathered} \tag{5}$$

$$c_i = c_i(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar V, \mathrm{RF}\cdot\bar V) + c_i^{\omega_z}(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar V, \mathrm{RF}\cdot\bar V)\bar\omega_z/\bar V + c_i^{\dot\alpha}(\alpha, \mathrm{MF}\cdot\bar V, \mathrm{RF}\cdot\bar V)\bar{\dot\alpha}/\bar V,$$

$$\bar t = 0,\ \bar V = \bar V_0,\ \Theta = \Theta_0,\ \alpha = \alpha_0,\ \bar\omega_z = \bar\omega_{z0},$$

здесь $\bar{t} = t\sqrt{g/l}$ — безразмерное время, t — время, $\bar{\omega}_z = \omega_z \sqrt{l/g}$ — безразмерная угловая скорость, $\bar{\dot{\alpha}} = \dot{\alpha}\sqrt{l/g}$ — безразмерная скорость изменения угла атаки, $r_z = I_z/(ml^2)$ — радиус инерции. Вместо критерия подобия r_z [5] предпочтительней использовать другой критерий подобия — безразмерный момент инерции ЛА относительно оси OZ: $i_z = 2I_z/(\rho S l^3) = \mu \cdot r_z$ [6].

Частные решения уравнений (5) имеют вид:

$$\begin{aligned}
\bar{V} &= f_1(\mu, i_z, \text{MF}, \text{RF}; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\Theta &= f_2(\mu, i_z, \text{MF}, \text{RF}; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\alpha &= f_3(\mu, i_z, \text{MF}, \text{RF}; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\bar{\omega}_z &= f_4(\mu, i_z, \text{MF}, \text{RF}; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}).
\end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, критериями подобия в случае неустановившегося движения ЛА являются: μ, i_z, MF, RF. Для подобия процесса движения необходимо также равенство начальных условий $\bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}$. Если аэродинамические коэффициенты не зависят от чисел M и Re, то решения уравнений движения зависят только от критериев подобия μ и i_z:

$$\begin{aligned}
\bar{V} &= f_1(\mu, i_z; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\Theta &= f_2(\mu, i_z; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\alpha &= f_3(\mu, i_z; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}),\\
\bar{\omega}_z &= f_4(\mu, i_z; \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}).
\end{aligned} \tag{7}$$

В случае зависимости коэффициентов c_{Xa}, c_{Ya} и m_z только от числа M, приняв в качестве независимых параметров l, m и a, уравнения (4) можно преобразовать к следующему безразмерному виду:

$$\begin{aligned}
\frac{d\text{M}}{d\bar{t}} &= -c_{Xa}\frac{1}{\mu}\text{M}^2 - \text{MF}^2\sin\Theta,\\
\frac{d\Theta}{d\bar{t}} &= c_{Ya}\frac{1}{\mu}\text{M} - \frac{\text{MF}^2}{\text{M}}\cos\Theta,\\
\frac{d\alpha}{d\bar{t}} &= \bar{\omega}_z - c_{Ya}\frac{1}{\mu}\text{M} + \frac{\text{MF}^2}{\text{M}}\cos\Theta,\\
\frac{d\bar{\omega}_z}{d\bar{t}} &= m_z\frac{\text{M}^2}{i_z},
\end{aligned} \tag{8}$$

$$c_i = c_i(\alpha, \text{M}) + c_i^{\omega_z}(\alpha, \text{M})\bar{\omega}_z/\text{M} + c_i^{\dot{\alpha}}(\alpha, \text{M})\bar{\dot{\alpha}}/\text{M},$$

$$\bar{t} = 0,\ \text{M} = \text{M}_0,\ \Theta = \Theta_0,\ \alpha = \alpha_0,\ \bar{\omega}_z = \bar{\omega}_{z0},$$

здесь $\bar{t} = t\,a/l$ — безразмерное время, $\bar{\omega}_z = \omega_z\, l/a$ — безразмерная угловая скорость, $\bar{\dot{\alpha}} = \dot{\alpha}\, l/a$ — безразмерная скорость изменения угла атаки. Частные решения системы уравнений (8) включают безразмерные начальные условия $\text{M}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}$ и критерии подобия μ, i_z, MF. Казалось бы, что это имеет место и в том случае, если c_{Xa}, c_{Ya}, m_z не зависят от M. Однако это не так. Действительно, в соответствии с (5) в этом случае критерии подобия μ и i_z. А в уравнениях (8) появляется дополнительный критерий подобия MF. Это связано с тем, что при обезразмеривании используется несуществующий в уравнениях параметр — скорость звука a.

В работах [5–8] в качестве независимых параметров при обезразмеривании уравнений движения ЛА (4) взяты l, m и V_*, среди которых параметр V_* — скорость установившегося полета. Положим, что аэродинамические коэффициенты не зависят от чисел M и Re. Это приводит к следующим безразмерным уравнениям:

$$\frac{d\bar{V}}{d\bar{t}} = -c_{Xa}\frac{1}{\mu}\bar{V}^2 - \frac{gl}{V_*^2}\sin\Theta,$$

$$\frac{d\Theta}{d\bar{t}} = c_{Ya}\frac{1}{\mu}\bar{V} - \frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{gl}{V_*^2}\cos\Theta,$$

$$\frac{d\alpha}{d\bar{t}} = \bar{\omega}_z - c_{Ya}\frac{1}{\mu}\bar{V} + \frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{gl}{V_*^2}\cos\Theta, \tag{9}$$

$$\frac{d\bar{\omega}_z}{d\bar{t}} = m_z\frac{\bar{V}^2}{i_z},$$

$$c_i = c_i(\alpha) + c_i^{\omega_z}(\alpha)\bar{\omega}_z/\bar{V} + c_i^{\dot{\alpha}}(\alpha)\bar{\dot{\alpha}}/\bar{V},$$

$$\bar{t} = 0,\ \bar{V} = \bar{V}_0,\ \Theta = \Theta_0,\ \alpha = \alpha_0,\ \bar{\omega}_z = \bar{\omega}_{z0},$$

здесь $\bar{V} = V/V_*$ — безразмерная скорость, $\bar{t} = tV_*/l$ — безразмерное время, $\bar{\omega}_z = \omega_z l/V_*$ — безразмерная угловая скорость, $\bar{\dot{\alpha}} = \dot{\alpha}l/V_*$ — безразмерная скорость изменения угла атаки. Видно, что в правых частях уравнений (9) появился безразмерный параметр $\mathrm{Fr}_* = V_*^2/(gl)$. Частные решения уравнений (9)

$$\bar{V} = f_1(\mu, i_z,\ \mathrm{Fr}_*;\ \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t}), \tag{10}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\bar{\omega}_z = f_4(\mu, i_z, \mathrm{Fr}_*;\ \bar{V}_0, \Theta_0, \alpha_0, \bar{\omega}_{z0}; \bar{t})$$

также включают дополнительный безразмерный параметр Fr_* по сравнению с (7). В работах [7, 8] параметр Fr_* ошибочно трактуется как новый критерий подобия (число Фруда). В действительности появление этого параметра обусловлено тем, что при обезразмеривании использован несуществующий в уравнениях параметр — скорость установившегося полета V_*. Привлекая решения уравнений установившегося полета, скорость V_* и тем самым параметр FR_* можно исключить из (9) и (10), как это сделано в работах [5, 6]. В этом случае решения (10) будут зависеть только от критериев подобия μ, i_z.

Из вышеприведенного следует, что при существенной зависимости аэродинамических коэффициентов от числа M или Re строгое экспериментальное моделирование неустановившегося движения ЛА при помощи маломасштабной модели представляется трудно решаемой задачей. Вместе с тем, для решения ряда задач возможно приближенное моделирование. Например, в аэродинамических трубах широко используется моделирование движения ЛА относительно центра масс на установках свободных вращательных колебаний с зафиксированным центром масс. Безразмерное уравнение движения в случае колебаний модели по углу атаки выглядит следующим образом:

$$i_z\bar{\ddot{\alpha}} = m_z(\alpha, \mathrm{M}, \mathrm{Re}, \bar{t}), \tag{11}$$

где $\bar{\bar{\alpha}} = d^2\alpha / d\bar{t}^2$, $\bar{t} = tV/l$ — безразмерное время. Из (11) следует, что для моделирования движения натурного ЛА относительно центра масс необходимо выдержать подобие по числам Маха, Рейнольдса и безразмерному моменту инерции i_z [4]. Особо важное значение моделирование по i_z приобретает тогда, когда при формировании аэродинамических нагрузок существенны эффекты запаздывания (аэродинамические производные зависят от безразмерной частоты колебаний). Следует подчеркнуть, что возможность приближенного моделирования неустановившегося движения ЛА с помощью маломасштабной модели зависит от конкретной задачи и требует проведения тщательного анализа и выявления главных параметров, влияющих на движение ЛА. Добавим, что условия моделирования пространственного неустановившегося движения ЛА требуют выполнения подобия начальных условий, равенства критериев подобия MF, RF, μ и равенства критериев подобия: всех безразмерных осевых и центробежных моментов инерции натурного ЛА и модели.

Заключение

На основе рассмотрения уравнений продольного движения ЛА и применения теории размерностей выявлены условия моделирования движения ЛА с помощью геометрически подобных моделей.

Получены критерии подобия, представляющие собой комбинации известных критериев подобия — числа Рейнольдса и Фруда, числа Маха и Фруда. Возникновение этих критериев обусловлено, с одной стороны, зависимостью аэродинамических коэффициентов от чисел Рейнольдса и Маха (в которые входит скорость полета) и, с другой стороны, зависимостью скорости полета от действующих на ЛА гравитационных сил.

Список литературы

1. **Сохи Н.П.** Прогнозирование характеристик штопора легких самолетов по результатам испытаний их моделей в горизонтальной аэродинамической трубе // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 4. С. 523–537.
2. **Kazemba C.d., Braun R.D., Clark L.G., Schoenenberger M.** Survey of blunt body dynamic stability in supersonic flow // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 13–16 August 2012, Minneapolis, Minnesota. AIAA-2012-4509. P. 1–27.
3. **Адамов Н.П., Пузырёв Л.Н., Харитонов А.М., Часовников Е.А., Дядькин А.А., Крылов А.Н.** Аэродинамические производные модели головного блока системы аварийного спасения при гиперзвуковых скоростях // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 6. С. 749–758.
4. **Петошин В.И., Часовников Е.А.** Моделирование автоколебаний несущих систем в изолированном движении по углу крена // Полет. 2013. № 12. С. 54–60.
5. **Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.** Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движения. М.: Машиностроение, 1979. 350 с.
6. **Эшли Х.** Инженерные исследования летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 423 с.
7. **Дерябин В.А.** Обеспечение подобия при исследовании динамики полета на ЛМ // Тр. ЛИИ. 2003. № 12. С. 71–77.
8. **Дерябин В.А.** Динамическое подобие свободнолетающих моделей // Полет. 2013. № 11. С. 37–45.
9. **Седов Л.И.** Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 440 с.
10. **Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г.** Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 768 с.

Статья поступила в редакцию 1 февраля 2016 г.