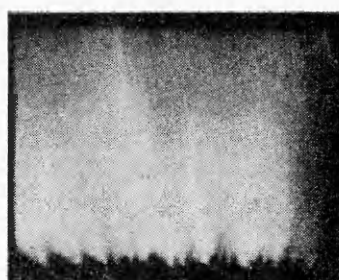
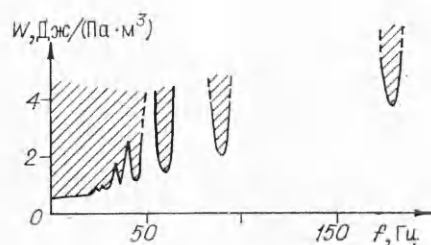


Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

а незаптрихованная область — контрагированному разряду (см. фиг. 2). Следует обратить внимание на тот факт, что величина порогового напряжения на частотах $f = f_0/n$, при котором исчезает контракция разряда, снижается с увеличением n .

Для оценки среднеквадратичной скорости потока в разрядной камере можно воспользоваться очевидным соотношением $\tilde{u} \approx 2laf$, где l — дли-

на разрядной камеры по потоку, $\alpha \geq 1$ — коэффициент, зависящий от глубины всасывания свежей порции газа в горло. В исследованной установке $l_p = 0,04$ м, $\alpha \sim 2$. Таким образом, при $f = f_0$ $\tilde{u} \approx 25$ м/с. Средняя скорость потока в горле определялась также из соотношения $\tilde{u} \approx 4mf/(\rho F_r)$, где m — масса газа, всасываемого в сосуд за период, определяется по амплитуде колебания давления в сосуде, ρ — плотность газа, F_r — площадь проходного сечения горла.

Таким образом, нами получена волновая прокачка газа через разрядную камеру (скорость потока ≈ 25 м/с) при допустимых удельных энерго-вкладах в установке достаточно большого масштаба. Это, по нашим представлениям, открывает реальный путь к созданию импульсно-периодических CO_2 -лазеров, работающих на этом принципе.

Поступила 24 III 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисова Н. А., Бреев В. В., Губарев А. В., Некрасов А. А., Печенова О. И. Расчетное исследование нестационарных газодинамических процессов в каналах с импульсными источниками тепловой энергии. Препринт ИАЭ-3560/1, 1982.
2. Борисова Н. А., Головин А. П. и др. Некоторые результаты исследования нелинейных вынужденных колебаний в резонаторе Гельмгольца. — ПМТФ, 1984, № 2.
3. Реактивные двигатели/Под ред. О. Е. Ланкастера. М.: ИЛ, 1962.
4. Подымов В. И., Северянин В. С., Щелоков Я. М. Прикладное исследование вибрационного горения. Казань: изд. Казан. ун-та, 1978.

УДК 532.529 + 624.131

ВОЛНЫ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЗРЫВЕ

А. В. Крымский, Г. М. Ляхов

(Москва)

На основе модели жидкой пористой многокомпонентной среды с объемной вязкостью имеется решение задачи о распространении сферической взрывной волны в водонасыщенном грунте [1, 2].

Эксперименты показывают, что неводонасыщенные грунты являются твердыми пористыми многокомпонентными средами, обладающими вязкостью, нелинейными

предельными диаграммами объемного сжатия, необратимыми деформациями. Ниже на основе модели [2], учитывающей эти свойства, дано решение задачи о распространении сферической взрывной волны при подземном камуфлетном взрыве. Решение проведено с помощью ЭВМ методом конечных разностей [3]. Определены основные параметры волны на разных расстояниях от места взрыва. Проведено сопоставление полученных значений с результатами экспериментов, показавшее их хорошее соответствие.

Применение к грунтам моделей вязких сред, учитывающих зависимость деформаций от скорости нагружения, предлагалось также в [4—7]. В [8] предложена модель, соответствующая жидкой многокомпонентной среде с переменным коэффициентом вязкости.

1. В соответствии с моделью [2] грунт рассматривается как твердая трехкомпонентная среда, содержащая свободное поровое пространство, заполненное воздухом, воду и минеральные зерна. Обозначим $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ объем свободного порового пространства, воды и твердого компонента в единице объема среды; ρ_{20} и ρ_{30} — плотность жидкости и материала твердого компонента; c_{20} и c_{30} — скорость звука в них. Все величины соответствуют атмосферному давлению $p = p_0$. При этом $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$.

Объемная деформация среды ϵ включает деформацию свободного порового пространства ϵ_1 , возникающую за счет переукладки твердых и жидких частиц при сжатии среды, и деформацию материала жидкого и твердого компонентов ϵ_2 и ϵ_3 : $\epsilon = \alpha_1 \epsilon_1 + \alpha_2 \epsilon_2 + \alpha_3 \epsilon_3$.

Деформация при сжатии принята отрицательной. Плотность среды при начальном давлении $p = p_0$

$$\rho_0 = \alpha_1 \rho_{10} + \alpha_2 \rho_{20} + \alpha_3 \rho_{30},$$

где ρ_{10} — плотность воздуха.

Уравнения статического объемного сжатия компонентов при $\dot{p} \rightarrow 0$ и $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$ аппроксимируются уравнениями Тета.

Свободное поровое пространство

$$p - p_0 = f_s(\epsilon_1) = \frac{\rho_0 c_s^2}{\gamma_s} [(\epsilon_1 + 1)^{-\gamma_s} - 1].$$

Остальные компоненты

$$p - p_0 = \frac{\rho_{i0} c_{i0}^2}{\gamma_i} [(\epsilon_i + 1)^{-\gamma_i} - 1], \quad i = 2; 3.$$

Сжимаемость первого компонента — свободного порового пространства — существенно меньше сжимаемости заключенного в нем воздуха. Величины γ_s и $\rho_0 c_s^2$ в уравнении сжимаемости определяются условием переукладки твердых и жидких частиц при деформации. Они зависят от прочностных свойств скелета грунта и находятся из эксперимента для каждого вида грунта в отдельности. Уравнение статического объемного сжатия среды при $\dot{p} \rightarrow 0$ и $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$ в соответствии с уравнениями объемной сжимаемости компонентов имеет вид

$$\frac{V}{V_0} = \epsilon + 1 = \alpha_1 \left[\frac{\gamma_s (p - p_0)}{\rho_0 c_s^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_s}} + \sum_{i=2}^3 \alpha_i \left[\frac{\gamma_i (p - p_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_i}}.$$

Уравнения динамического объемного сжатия материала жидкого и твердого компонентов при $\dot{p} \rightarrow \infty$ и $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ принимаются такими же, как при статическом напряжении. Они не зависят от скорости деформирования. Уравнение динамического объемного сжатия свободного порового пространства принято в виде $p - p_0 = f_s(\epsilon_1) + k\epsilon_1$, где $k < 0$.

При $p \rightarrow p_0$ и $\epsilon_1 \rightarrow 0$, обозначая k_s статический, а k_D динамический модули объемного сжатия свободного порового пространства, получим $k = k_D - k_s$, $k_s = -\rho_0 c_s^2$.

В процессе деформации грунта состояние среды приближается от динамической к статической диаграмме объемного сжатия. Интенсивность

этого перехода определяется величиной коэффициента объемной вязкости η .

При малых нагрузках деформация грунта, как показывают опыты, обуславливается в основном уменьшением объема свободного порового пространства. При нагрузках порядка $(100-1000) \cdot 10^5$ Н/м² величина деформации свободного порового пространства ε_1 приближается к α_1 , и дальнейший рост деформации среды при возрастании нагрузки происходит в основном за счет сжатия материала твердого компонента и воды. Подобный характер деформирования учитывается в рассматриваемой модели.

Уравнение объемного сжатия среды при сделанных предположениях имеет вид

$$(1.1) \quad \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{V}}{V_0} = \varphi(p, V) \dot{p} - \frac{\alpha_1 \lambda(p, V)}{\eta} \dot{\psi}(p, V),$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(p, V) &= \alpha_1 \left(\frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} - \sum_{i=2}^3 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2} \left[\frac{\gamma_i (p - p_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1+\gamma_i}{\gamma_i}}, \\ \lambda(p, V) &= \frac{df_S}{d\varepsilon_1} \left(\frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1}, \quad \psi(p, V) = p - p_0 - f_S(\varepsilon_1), \\ f_D(\varepsilon_1) &= f_S(\varepsilon_1) + k\varepsilon_1, \quad f_S(\varepsilon_1) = \frac{\rho_0 c_S^2}{\gamma_S} [(\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_S} - 1], \\ \varepsilon_1 &= \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \frac{V}{V_0} - \sum_{i=2}^3 \left[\frac{\gamma_i (p - p_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_i}} \right\} - 1, \quad \varepsilon = \frac{V - V_0}{V_0}. \end{aligned}$$

Принимается, что уравнение разгрузки материала жидкого и твердого компонентов совпадает с уравнениями их сжатия. Уравнение статической разгрузки свободного порового пространства при максимальных деформациях $|\varepsilon_1| > |\varepsilon_{1m}|$ совпадает с уравнением сжатия, при меньших значениях максимальной деформации линия разгрузки принята параллельной касательной к кривой сжатия в точке $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1m}$.

Уравнение объемной разгрузки среды при этих предположениях имеет вид (1.1), где

$$\begin{aligned} \varphi(p, V) &= \alpha_1 (k - \rho_0 c_R^2)^{-1} - \sum_{i=2}^3 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2} \left[\frac{\gamma_i (p - p_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1+\gamma_i}{\gamma_i}}, \\ \lambda(p, V) &= k (k - \rho_0 c_R^2)^{-1}, \quad \psi(p, V) = p - p_0 - f_R(\varepsilon_1), \\ f_R(\varepsilon_1) &= \rho_0 c_R^2 \left\{ \varepsilon_1 - \left[\frac{\gamma_S (p_m - p_0)}{\rho_0 c_S^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_S}} - \frac{p_m - p_0}{\rho_0 c_R^2} + 1 \right\}, \\ \rho_0 c_R^2 &= \rho_0 c_S^2 (\varepsilon_{1m} + 1)^{-\gamma_S - 1}, \quad 1 + \varepsilon_{1m} = \left[\frac{\gamma_S (p_m - p_0)}{\rho_0 c_S^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_S}}. \end{aligned}$$

Как показывают опыты, коэффициент бокового давления $k_\tau = \sigma_\theta / \sigma_r$ в неводонасыщенных грунтах с возрастанием давления растет и при $p \rightarrow \infty$ стремится к 1. При малых нагрузках в грунте выполняется условие пластичности Мизеса — Шлейхера, при больших — грунт становится подобным жидкой среде. В соответствии с этим условие пластичности принято в виде [9]

$$(1.2) \quad S_r = - \left(b_0 + \frac{k^* (p - p_0)}{1 + \frac{k^* (p - p_0)}{p^* - p_0 - b_0}} \right), \quad S_r = \sigma_r + (p - p_0).$$

Отсюда при $p \rightarrow p_0$, $p = p^*$ и $p \rightarrow \infty$ получим значения k_τ , равные $(2 - k^*) / (1 + k^*)$, $(2 + k^*) / (1 + 2k^*)$ и 1 соответственно. При $p \rightarrow p_0$,

$p = p^*$ и $p \rightarrow \infty$ $k_r = 0,38; 0,56$ и 1 соответственно. При этом принято $b_0 = 0$, $p^* - p_0 = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^5$ Н/м².

При решении применена схема мгновенной волновой детонации заряда ВВ. Принято двучленное изэнтропическое уравнение состояния продуктов детонации в виде [5, 10]

$$(1.3) \quad p = A\rho^{\gamma_a} + B\rho^{\gamma_b}.$$

Для тротила $\rho_n = 1600$ кг/м³, $Q = 1000$ ккал/кг, $\gamma_a = 3,12$, $\gamma_b = 1,25$, $A = 0,88$ (Н/м²)/(кг/м³) ^{γ_a} , $B = 0,62 \cdot 10^5$ (Н/м²)/(кг/м³) ^{γ_b} .

Уравнения движения при сферической симметрии в переменных Эйлера имеют вид

$$(1.4) \quad \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \rho u)}{\partial r} = 0, \quad p - p_0 = -\frac{1}{3} (\sigma_r + 2\sigma_\theta).$$

Уравнения (1.1), (1.2) и (1.4) образуют замкнутую систему. Замкнутая система уравнений движения продуктов детонации включает (1.3), (1.4).

Начальные условия задачи: $u = 0$, $p = p_0$, $\rho = \rho_n$ при $0 \leq r \leq r_0$; $u = 0$, $\rho = \rho_0 = 1/V_0$, $p = p_0$ при $r_0 < r$.

На границе камуфлетной полости напряжение σ_r и скорость u непрерывны.

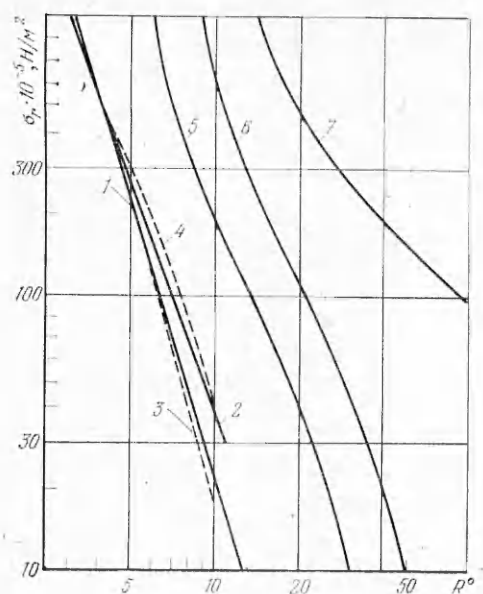
Используемая лагранжева схема счета с искусственной вязкостью [3] позволяет учитывать соотношения на скачке неявно, без выделения особенности движения, если оно перестает быть непрерывным. Это приводит к искусственному размыванию волны. Расчет с повышенной точностью позволяет сузить область размывания.

Расчетные характеристики грунта примерно соответствуют лессу, в котором проводились измерения параметров волн при подземных взрывах сосредоточенных зарядов ВВ в полевых условиях [11]. Принято $\alpha_1 = 0,4$, $\alpha_2 = 0,2$, $\alpha_3 = 0,4$, $\rho_0 c_s^2 = 30 \cdot 10^5$ Н/м², $k = 150 \cdot 10^5$ Н/м², $\gamma_s = 6$, $\rho_{20} = 1000$ кг/м³, $c_{20} = 1500$ м/с, $\rho_{30} = 2650$ м/с, $c_{30} = 5000$ м/с, $\gamma_2 = 7$, $\gamma_3 = 5$, $\epsilon_{1m} = -0,15$. Радиус заряда $r_0 = 0,1$ м.

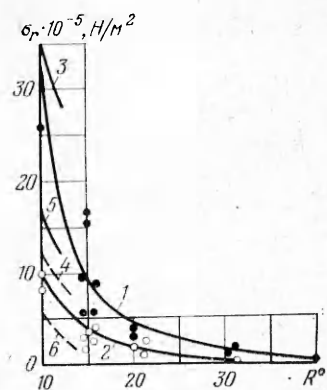
Экспериментальные данные о коэффициенте объемной вязкости рассматриваемого грунта отсутствуют. Максимально и минимально возможные значения в глинистых и суглинистых грунтах, как это следует из анализа опытов [12], соответствуют примерно 100 и 5000 Нс/м². Расчеты выполнены при $\eta = 100; 1000$ и 5000 Нс/м². Для оценки влияния на параметры волны необратимости деформаций решение проведено с учетом различий между предельными диаграммами сжатия и разгрузки среды и без учета, когда диаграммы сжатия и разгрузки совпадают при всех давлениях.

2. Рассмотрим результаты расчета. На фиг. 1 представлены зависимости максимального радиального напряжения σ_r от безразмерного расстояния $R^0 = r/r_0$ при распространении волны в различных средах. Линии 1 и 2 относятся к рассматриваемому грунту при $\eta = 5000$ и 100 Нс/м² соответственно и при диаграмме разгрузки, совпадающей с нагрузкой; 3 и 4 — к рассматриваемому грунту с учетом различий нагрузки и разгрузки при $\eta = 5000$ и 1000 Нс/м²; 5 и 6, заимствованные из работы [4], соответствуют водонасыщенному грунту с разным содержанием воздуха при $\alpha_1 = 0,04$, $\alpha_3 = 0,6$ и $\alpha_1 = 0,01$, $\alpha_3 = 0,6$; 7 относится к воде. Расчеты в этой работе выполнены также по схеме мгновенной детонации ВВ. В случае воды и водонасыщенного грунта графики соответствуют давлению.

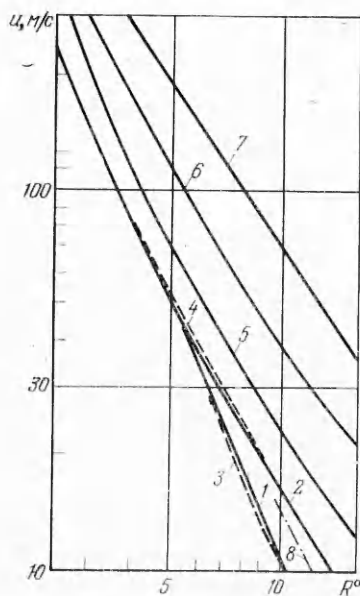
Сопоставление показывает, что напряжение в рассматриваемом неводонасыщенном грунте убывает с расстоянием существенно быстрее, чем в водонасыщенных грунтах, имеющих меньшую сжимаемость, и в воде. Это соответствует опытным данным. Увеличение η и учет необратимости



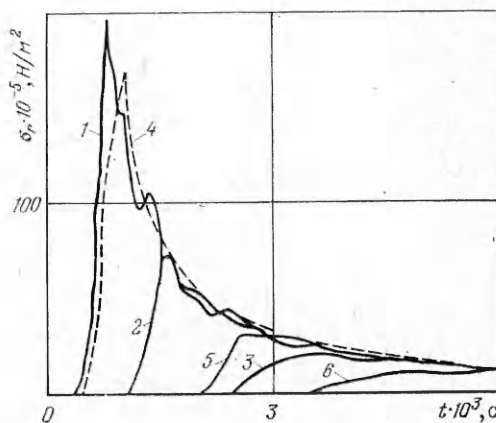
Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

деформаций приводит к более интенсивному угасанию максимальных напряжений. При этом увеличение η в 50 раз меняет значение σ_r при напряжениях порядка $10 \cdot 10^5$ Н/м² на 30–40 %, а учет необратимости деформаций на 20–30 %.

На фиг. 2 кривые 1 и 2 соответствуют экспериментальной зависимости радиального σ_r и тангенциального σ_θ максимального напряжения от расстояния R^0 в лессовом грунте [11]. Масса сосредоточенного заряда ВВ в опытах составляла 0,2; 1,6 и 25 кг. В последнем случае $r_0 = 0,154$ м. Кривые 3 и 4 соответствуют проведенным расчетам σ_r и σ_θ при $\eta = 1000$ Нс/м², а 5 и 6 — расчетам σ_r и σ_θ при $\eta = 5000$ Нс/м². Кривые 3 и 5 совпадают с кривыми 4 и 1 на фиг. 1. Расчетные и экспериментальные значения компонентов напряжения близки. Лучшее соответствие достигается при $\eta = 1000$ Нс/м² и при учете различий диаграмм сжатия и разгрузки. По-видимому, приняв $\eta = 2000$ – 2500 Нс/м², можно получить еще лучшее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

На фиг. 3 показаны зависимости максимальной скорости частиц u от расстояния в рассматриваемом грунте, водонасыщенных грунтах и в

воде. Обозначения те же, что на фиг. 1. Скорость частиц, как и напряжения, в неводонасыщенном грунте меньше, чем в водонасыщенном грунте и в воде. Относительное различие значений скорости, однако, меньше, чем напряжения. Увеличение коэффициента вязкости и учет необратимости деформаций приводят к снижению скорости частиц. Кривая 8 на фиг. 3 соответствует максимальным значениям скорости частиц при экспериментах в лессовом грунте. Расчетные значения максимальной скорости частиц, как и максимальные напряжения, близки к экспериментальным.

На фиг. 4 представлено изменение напряжения σ_r во времени при прохождении волны на разных расстояниях от места взрыва при $\eta = 5000$ Нс/м². Кривые 1—3 соответствуют расстояниям $R^0 = 5,07; 7,07$ и 10,27. Расчеты проведены при различии диаграмм сжатия и разгрузки. Кривые 4—6 относятся к $R^0 = 5,47; 9,07$ и 12,7 в случае, когда диаграммы сжатия и разгрузки совпадают.

Из фиг. 4 следует, что взрывная волна при распространении размывается, превращаясь из ударной в непрерывную волну сжатия. Длительность нарастания напряжения до максимума с расстоянием увеличивает примерно так же, как и в опытах [11]. Сопоставление кривых показывает, что профиль волны мало зависит от учета различий в диаграммах сжатия и разгрузки.

Размывание волны может происходить за счет искусственной вязкости. Как показывает оценка, проведенная по методу [13], толщина зоны размывания, полученная в расчетах при $\sigma_r = (100-120) \cdot 10^5$ Н/м², больше вызываемой искусственной вязкостью, т. е. связана со свойствами среды. Небольшие колебания $\sigma_r(t)$ в период спада напряжения не следуют из модели среды. Это результат применяемого метода счета на ЭВМ. Дополнительное сглаживание кривых не проводилось.

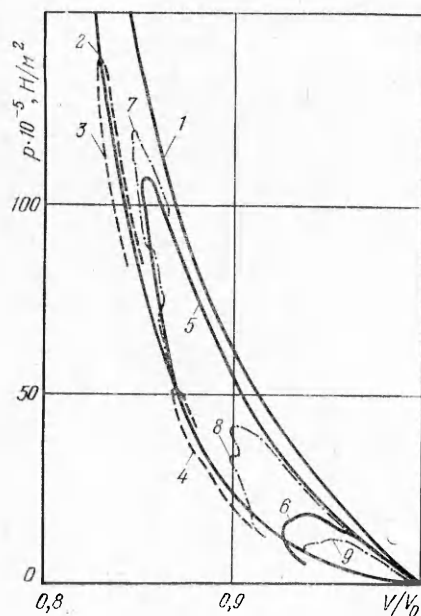
На фиг. 5 представлено изменение состояния в частицах среды при прохождении волны. Кривые 1 и 2 соответствуют предельным диаграммам динамического и статического сжатия среды, 3 и 4 определяют зависимость $p(V)$, реализуемую на расстояниях $R^0 = 5,47$ и 9,07 при $\eta = 100$ Нс/м², 5 и 6 относятся к тем же расстояниям, но при $\eta = 5000$ Нс/м². В обоих случаях диаграммы сжатия и разгрузки принимались одинаковыми. Кривые 7—9 соответствуют расстояниям 5,07; 7,07 и 10,27 при $\eta = 5000$ Нс/м² и при учете различий диаграмм динамического и статического сжатия.

На рассмотренных расстояниях волна уже размыва, давление нарастает не скачком, поэтому участки кривых $p(V)$, соответствующие нарастанию давления, лежат между предельными диаграммами сжатия. При меньшем значении η они существенно ближе к статической диаграмме. На участке разгрузки среды эти кривые пересекают статическую диаграмму. На малых расстояниях минимальное значение объема достигается при максимальном давлении на больших расстояниях в период спада давления. Это, как показывают опыты, в которых проводилось одновременное измерение напряжений и деформаций при прохождении взрывной волны [2], свойственно грунтам.

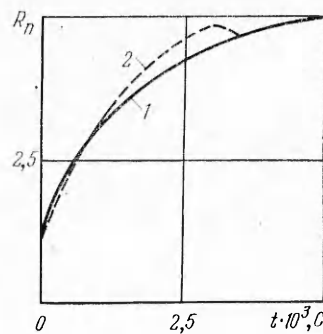
Потери энергии в частицах среды при прохождении волны определяются площадью фигуры в плоскости p, V , ограниченной кривой $p(V)$, соответствующей сжатию и разгрузке этих частиц. Сопоставление кривых на фиг. 5 показывает, что увеличение η приводит к возрастанию площади этой фигуры, т. е. к увеличению потерь. С возрастанием потерь энергии связано и более интенсивное угасание волны с расстоянием при большем значении η .

На фиг. 6 представлено изменение во времени безразмерного радиуса камуфлетной полости (газовой камеры) $R_n = r_n/r_0$. Здесь r_n — размерный радиус полости. Кривые 1, 2 соответствуют $\eta = 5000$ и 1000 Нс/м². Расчеты показывают, что кривые $R_n(t)$ практически совпадают при учете и без учета различий в диаграммах сжатия и разгрузки.

При камуфлетных взрывах в лессовых грунтах измерялись конечные размеры полостей. Средний безразмерный радиус полости R_n равнялся



Ф и г. 5



Ф и г. 6

$R_i^0 - R_{i+1}^0$	$D, \text{ м/с}$		Опыт
	$\eta = 1000 \text{ Нс/м}^2$	$\eta = 5000 \text{ Нс/м}^2$	
3,07 — 4,27	600	450	—
4,27 — 5,07	400	350	—
5,07 — 7,07	300	150	280
7,07 — 10,27	160	150	170

6,0. Ход кривых на фиг. 6 показывает, что полученный при решении задачи конечный радиус полости имеет близкое значение. Основное расширение газовой полости продолжается примерно $(6-8) \cdot 10^{-3}$ с. Это время соответствует падению максимального напряжения σ_r в волне до $(2-4) \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$.

В таблице приведены средние скорости D распространения максимальных напряжений σ_r на последовательных интервалах расстояний R^0 от места взрыва. Расчетные значения скорости получены при двух коэффициентах объемной вязкости с учетом различия диаграмм сжатия и разгрузки, а экспериментальные — при взрывах в лессовых грунтах.

Таким образом, на основе модели твердой многокомпонентной среды, учитывающей пластические свойства и объемную вязкость при нелинейных предельных диаграммах сжатия, получено решение задачи о распространении сферической взрывной волны, создаваемой при подземном камуфлетном взрыве. Определены основные параметры волны: максимальное напряжение, скорость частиц, скорость распространения максимального напряжения, профили волны на разных расстояниях от места взрыва, радиус камуфлетной полости. Сопоставление с результатами опытов, проведенных в грунтах, показывает хорошее соответствие значений всех основных параметров волны. Примененная модель [2] отражает основные свойства грунтов, определяющие закономерности волновых процессов.

Поступила 21 IV 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Сферические взрывные волны в средах с объемной вязкостью. — ПМТФ, 1977, № 6.
2. Ляхов Г. М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. М.: Наука, 1982.
3. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений. — В кн.: Вычислительные методы в гидромеханике. М.: Мир, 1967.
4. Ляхов Г. М., Полякова Н. П. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М.: Недра, 1967.
5. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М.: Недра, 1974.
6. Рыков Г. В., Скобеев А. М. Изменение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. М.: Наука, 1978.

7. Замышляев Б. В., Евтерев Л. С., Чернейкин В. А. Релаксационное уравнение состояния мягких грунтов. — ДАН СССР, 1981, т. 241, № 5.
8. Ляхов А. Г. Взаимодействие волны в многокомпонентной двухфазной среде с преградой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 3.
9. Персон П., Юхансон К. Детонация взрывчатых веществ. М.: Мир, 1973.
10. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Чельшев В. П., Шехтер Б. М. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
11. Григорян С. С., Ляхов Г. М. и др. Взрывные волны в лессовидном грунте. — ПМТФ, 1963, № 4.
12. Вовк А. А., Черный Г. П., Михалюк А. В. Действие крупномасштабных взрывов в массиве горных пород. Часть I. Киев: Наукова думка, 1974.
13. Самарский А. А., Арсенин В. Я. Численные решения уравнений газовой динамики с различными типами вязкости. — ЖВММФ, 1961, т. 1, № 2.

УДК 534.242—538.565

СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ЧИСЛА АКУСТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОКОЛО КРУГОВОЙ РЕШЕТКИ С СЕРДЕЧНИКОМ

В. Л. Окулов

(Новосибирск)

В теории дифракции для задач на собственные значения в качестве собственного параметра обычно выбирают квадрат волнового числа [1]. Для определения собственных волновых чисел (собственных частот) внутренних задач известно достаточно как точных, так и приближенных методов, а для внешних задач в основном рассматривались лишь длинноволновое или коротковолновое приближения. Автору известно только несколько работ, в которых задача на определение собственных значений решалась в строгой постановке (см., например, [2, 3], а также библиографию к ним). В данной работе определены собственные волновые числа внешней задачи дифракции электромагнитных или акустических волн на плоской круговой решетке с сердечником в строгой постановке, т. е. при любых отношениях периода решетки к длине волн.

Круговыми решетками обычно моделируют рабочие колеса центробежных компрессоров и вентиляторов. Решение задачи на собственные значения может быть полезно при анализе явления акустического резонанса, возникающего на некоторых режимах работы этих машин [2]. Структуры, аналогичные круговым решеткам, можно рассматривать как модели электродинамических резонаторов, некоторых антенных и волноводных устройств. Чтобы предсказывать их резонансные свойства, также необходимо знать собственные волновые числа электромагнитных колебаний около подобных открытых структур [1].

1. Рассмотрим неподвижную плоскую круговую решетку диаметра $2R$, составленную из N тонких радиальных лопаток (зеркал), прикрепленных к кругу сердечнику радиуса r (фиг. 1). Пусть во внешности решетки функция $\varphi(\rho, \theta)$ определяет волновую амплитуду установившихся акустических или электромагнитных колебаний (ρ, θ — полярные координаты с началом в центре решетки). Амплитуда полного поля может быть представлена в виде

$$\varphi = \sum_{l=0}^{N-1} \varphi_l,$$

где каждая составляющая полного поля φ_l удовлетворяет:
однородному уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)\varphi_l = 0,$$

k — произвольное комплексное число;
однородным условиям Дирихле ($\Omega = 0$) или Неймана ($\Omega = 1$)

$$\varphi_l = 0 \text{ или } \partial\varphi_l/\partial n = 0$$

на лопатках решетки и поверхности сердечника;
обобщенному условию излучения [3]

$$\varphi_l = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s H_s^{(1)}(k\rho) \exp(is\theta) \quad \text{при } \rho > R,$$