

ВЛИЯНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ И ВДУВА НА ТРЕНИЕ В НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ТРУБЫ

А. В. Фафурин

(Казань)

Приведены результаты экспериментального исследования коэффициентов трения в начальном участке трубы при наличии неизомермичности и вдува.

Предложен метод обработки опытных данных, позволяющий по кинематическим характеристикам потока непосредственно определять величину трения. Метод апробирован на экспериментальных данных различных авторов.

Приведены результаты опытов, полученные в широком диапазоне факторов неизомермичности и вдува.

Способы экспериментального определения коэффициента трения основываются на двух различных методах: первый предполагает непосредственное измерение касательных напряжений применением плавающих элементов, второй — косвенный метод. Величина коэффициента трения определяется на основании обработки профиля скорости или по результатам численного интегрирования соотношения импульсов. Получили также широкое применение способы, основанные на использовании законов электрохимии и методов тепловой аналогии.

Применение метода непосредственного измерения касательных напряжений в сложных газодинамических условиях не всегда возможно, поэтому используют косвенные методы.

Известно два приема нахождения коэффициента трения по профилю скорости в турбулентном ядре пограничного слоя [1,2]. Первый основывается на экспериментальном факте существования логарифмической области пограничного слоя. Построение профиля скорости в координатах $w_x / w_0 = f(w_0 y / \nu)$ и использование зависимости

$$(1) \quad w_x = V_+ \kappa^{-1} (\ln y + \text{const})$$

позволяет найти коэффициент трения.

Величина последнего зависит от константы турбулентности κ и точности определения угла наклона (V_+). Недостатком метода является то, что он не применим к градиентным и нестационарным потокам, так как логарифмическая часть профиля скорости в таких потоках практически отсутствует [3]. Метод [2] является модернизацией рассмотренного способа и обладает теми же недостатками.

Использование интегрального соотношения импульсов позволяет найти величину коэффициента трения. В этом случае достоверность результата в большой степени зависит от точности измерения профиля скорости и последующих процессов численного интегрирования и дифференцирования по длине.

В [3,4] используется уравнение импульсов, записанное в виде

$$(2) \quad -\tau_w \frac{r_0}{\cos \alpha} dx = d \int_0^{r_0 \cos^{-1} \alpha} \rho w_x^2 r dy + d \int_0^{r_0 \cos^{-1} \alpha} Pr dy$$

Это повышает точность конечного результата, так как первое слагаемое правой части уравнения (2) в большинстве случаев существенно меньше второго. Однако погрешность, вносимая за счет измерения профиля скорости, остается. В (1), (2) w_x — скорость, P — давление, r — радиус, ρ — плотность, x, y — соответственно продольная и поперечная координаты, V_+ — динамическая скорость, τ_w — касательное напряжение на стенке, α — угол между осью канала и стенкой.

Наличие связей между кинематическими и интегральными характеристиками потока позволило бы отказаться от измерения профиля и существенно повысить точность результата.

Подобную связь можно найти, если воспользоваться уравнением неразрывности и интегральным соотношением для толщины вытеснения, записанным применительно к осесимметричным каналам.

Имеем

$$(3) \quad \partial \rho w_x r / \partial x + \partial \rho w_r r / \partial r = 0$$

$$(4) \quad \frac{\delta^+}{r_0} = \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho w_x}{\rho_0 w_0} \right) \left(1 - \frac{y \cos \alpha}{r_0} \right) d \left(\frac{y}{r_0} \right)$$

Интегрируя (3) в пределах изменения продольной и поперечной координат, получаем

$$(5) \quad \rho_0 w_0 \bar{r}_0^2 (1 - 2\delta^+ \cos \alpha / r_0) = \\ = \rho_{01} w_{01} (1 - 2\delta_1^+ \cos \alpha_1 / r_{01}) + \int_{X_1}^{X_i} \rho w w \frac{\bar{r}_0}{\cos \alpha} dX$$

Предположим, что

$$(6) \quad \rho w_x / \rho_0 w_0 = (y / r_0)^n$$

где n — неизвестная величина, определяемая из эксперимента, $\bar{r}_0 = r_0 / r_{01}$.

Подставляя (6) в (4) и интегрируя, находим

$$(7) \quad \frac{\delta^+}{r_0} = \frac{n^2 (2 - \cos \alpha) + n (4 - \cos \alpha)}{2n^2 + 6n + 4}$$

Разрешая (7) относительно искомой величины, получаем

$$(8) \quad n = - \frac{6\delta^+ / r_0 - 4 + \cos \alpha}{2(2\delta^+ / r_0 - 2 + \cos \alpha)} + \\ + \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{6\delta^+ / r_0 - 4 + \cos \alpha}{2\delta^+ / r_0 - 2 + \cos \alpha} \right\}^2 - \frac{4\delta^+ / r_0}{2\delta^+ / r_0 - 2 + \cos \alpha} \right]^{1/2}$$

В случае течения в канале постоянного поперечного сечения $r_0 = \text{const}$, $\cos \alpha = 1$ из (8) следует:

$$(9) \quad n = - \frac{3}{2} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\delta^+}{r_0} - \frac{9}{4} \right) \left(2 \frac{\delta^+}{r_0} - 1 \right)^{-1} \right]^{1/2}$$

Разрешая (4) относительно толщины вытеснения, находим

$$(10) \quad \frac{\delta^+}{r_0} = \frac{1}{2 \cos \alpha} \left\{ 1 - \frac{1}{\rho_0 w_0 \bar{r}_0^2} \left[\rho_{01} w_{01} \left(1 - 2 \frac{\delta_1^+ \cos \alpha_1}{r_{01}} \right) + 4 \int_0^{X_i} \rho w w \frac{\bar{r}_0}{\cos \alpha} dX \right] \right\}$$

Система уравнений (8), (10) позволяет по измеренному распределению динамического напора и поперечного потока вещества найти показатель

степени в формуле (6) в любом сечении. Вид зависимости (6) ограничивает область ее применения доотрывными течениями.

При течении в начальном участке трубы совместное решение (9), (10) позволяет получить простую зависимость для n

$$(11) \quad n = -3/2 + \left[\frac{1}{4} + 2 \frac{\rho_0 w_0}{\rho_{01} w_{01}} \right]^{1/2}$$

Проинтегрируем (2) в пределах длины опытного участка

$$(12) \quad \int_{x_1}^{x_i} \tau_w \bar{r}_0 \frac{dx}{\cos \alpha} = -\frac{\beta_1}{4} \rho_{01} w_{01}^2 \left(\bar{r}_{0i}^2 \frac{\rho_0 w_{0i}^2}{\rho_{01} w_{01}^2} \frac{\beta_i \cos \alpha_1}{\beta_1 \cos \alpha_i} \right) -$$

$$-\frac{P_1}{4 \cos \alpha_1} \left(\bar{r}_{0i}^2 \frac{P_i}{P_1} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_i} - 1 \right)$$

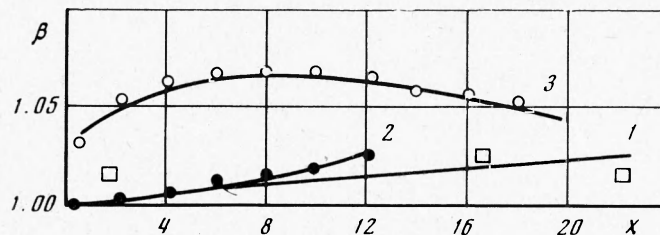
$$(13) \quad \beta_i = 2 \int_0^1 \frac{\rho w_x^2}{\rho_0 w_0^2} d \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$$

где β_i — параметр потока импульса.

При неизотермическом обтекании проницаемой поверхности интегрирование (13) осуществляется посредством подстановки в него соотношения (6), а также зависимости, вытекающей из подобия полей безразмерных энтальпий, концентраций и скоростей

$$\rho / \rho_0 = [\psi_c + (1 - \psi_c) \omega] [\psi_h + (1 - \psi_h) \omega] [\psi_g + (1 - \psi_g) \omega]^{-1}$$

Здесь ψ_c , ψ_g и ψ_n — соответственно факторы теплоемкости, неоднородности и энтальпийный фактор, $\omega = w_x / w_0$.



Фиг. 1

Ниже показывается, что такой подход позволяет с достаточной степенью точности отыскивать величину параметра потока импульса.

Проведем сравнение величины параметра потока импульса, найденной различными способами.

На фиг. 1 результаты обработки опытных данных, полученных по методам графического интегрирования [4,5] и развиваемому в работе, сопоставляются между собой. Последовательности точек на кривых 1 и 3 показывают величины параметра потока импульса, найденные с использованием измеренного профиля скоростей в различных сечениях начального участка трубы с гидравлически гладкими стенками [4] и на основном участке трубы при наличии поперечного потока газа [5].

Линиями показаны результаты, полученные по методу, развиваемому в данной работе. Показатель степени n в уравнении (6) вычисляется по формулам (9) и (10). Распределение скорости на оси по длине трубы взято из графиков [4,5]. В обоих случаях количественные результаты удовлетворительно согласуются между собой. Наблюдаемое в области $x \sim 0$

отклонение можно объяснить как погрешностью метода, так и эксперимента. В начале участка гидродинамической стабилизации толщина пограничного слоя мала. Следовательно, велика ошибка измерения и обработки профиля скорости. В условиях эксперимента [4] параметр потока импульса изменяется в пределах 3%, что также накладывает определенные трудности.

На том же графике последовательностью точек на кривой 2 приведены результаты обработки по предлагаемому методу, полученные в начальном участке трубы с шероховатыми стенками [6]. Сопоставление опытных данных с расчетами по формуле

$$(14) \quad \beta = 2 \frac{\delta}{r_0} \left\{ 1 - 5 \sqrt{\frac{c_f}{2}} + \frac{\delta}{r_0} \left(\frac{87.5}{8} \frac{c_f}{2} + \frac{5}{4} \sqrt{\frac{c_f}{2} - \frac{1}{2}} \right) \right\} + 1 - \left(\frac{\delta}{r_0} \right)^2$$

найденной путем интегрирования уравнения (13), показывает, что результаты также согласуются между собой. В расчетах принимается $\kappa = 0.4$. Величины коэффициента трения, толщины пограничного слоя и относительной скорости на оси определяются в (14) по методу, изложенному в [6].

Измерение профиля скорости в высокоэнthalпийном потоке газа [3,7,8] показывает, что неизотермичность слабо влияет на деформацию профиля скорости поперек пограничного слоя. Это позволяет сделать предположение о возможности распространения метода обработки опытных данных на более сложные случаи.

Допуская подобие полей энthalпий и скоростей в неизотермическом турбулентном пограничном слое, проинтегрируем уравнение (13).

С учетом (6) получаем

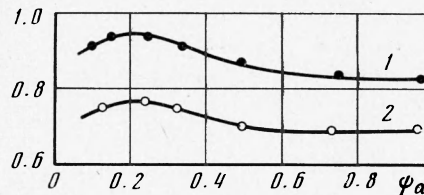
$$(15) \quad \beta = \int_0^1 \frac{\psi_\alpha \xi^{2n} (1 - \xi \cos \alpha) \cos \alpha d\xi}{1 - (1 - \psi_\alpha) \xi^n}$$

$$\psi_\alpha = \frac{\psi_h}{1 - \sum_i \alpha_i \psi_i^0}, \quad \psi_h = \frac{h_w}{h_0}, \quad \psi_i^0 = \frac{h_i}{h_0}$$

На фиг. 2 линиями показаны результаты обработки опытов [3] по формулам (11) и (15) (для 1 — $\langle \rho w \rangle / \rho_0 w_0$, 2 — β), а точками — по методу графического интегрирования (13) с использованием данных измерения профилей скорости и температуры поперек пограничного слоя в области стабилизированного течения. Зависимость относительной скорости на оси в формуле (11) от неизотермичности взята из [3]. Результаты удовлетворительно согласуются между собой.

Таким образом, параметр потока импульса при течении газа в трубе с шероховатыми стенками при наличии неизотермичности и поперечного потока вещества может быть определен по измеренным в процессе опыта скорости на внешней границе пограничного слоя и ее среднему значению в рассматриваемом сечении.

Найденные значения параметра β в дальнейшем используются при решении уравнения (12). Полученные значения интеграла сопротивления аппроксимируются в виде полинома степени m методом наименьших



Фиг. 2

квадратов

$$(16) \quad \int_{X_1}^{X_i} \tau_w \bar{r}_0 \frac{dX}{\cos \alpha} = \sum_0^m a_i X^i$$

Дифференцируя (16), определим величину коэффициента трения

$$(17) \quad \frac{c_f}{2} = \sum_1^m i a_i X^{i-1} \cos \alpha [\bar{r}_0 \rho_0 w_{0i}^2]^{-1}$$

Для установления закона трения необходимо найти числа Рейнольдса, определенные по толщине потери импульсов. Для этого воспользуемся уравнением количества движения

$$(18) \quad \frac{dR^{++}}{dX} + \frac{R^{++}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} (1 + H) + \frac{R^{++}}{r_0} \frac{dr_0}{dX} - \frac{R}{4\rho_0 w_0^2 \cos \alpha} \frac{dP_0^*}{dX} =$$

$$= \frac{c_f}{2} W_0 R_1 (1 + b_1)$$

$$R^{++} = \frac{\rho_0 w_0 \delta^{++}}{\mu}, \quad H = \frac{\delta^+}{\delta^{++}}, \quad W_0 = \frac{w_0}{w_{01}}$$

$$R = \frac{\rho_0 w_0 D}{\mu}, \quad b_1 = \frac{\rho_0 w_0}{\rho_0 w_0} \frac{2}{c_f}, \quad X = x/2r_0$$

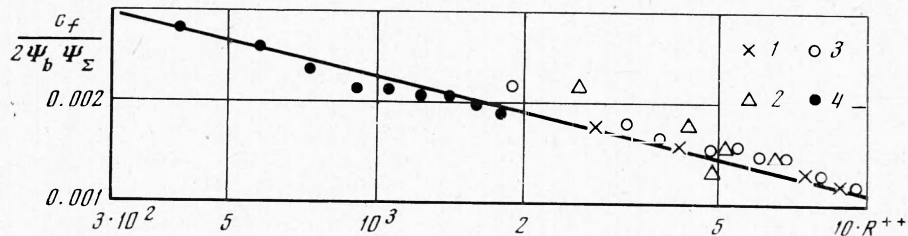
где 0 — параметры на внешней границе пограничного слоя, w — параметры на стенке, 1 — условия на входе в канал, P^* — полное давление.

Интегрируя (18), получаем

$$(19) \quad R_i^{++} = \exp \left\{ - \int_{w_{01}}^{w_{0i}} \frac{1+H}{w_0} dw_0 - \ln \frac{r_{0i}}{r_{01}} \right\} \left[\int_{X_1}^{X_i} \left(\frac{c_f}{2} W_0 R_1 (1 + b_1) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{R}{4\rho_0 w_0^2 \cos \alpha} \frac{dP_0^*}{dX} \right) \exp \left(\int_{w_{01}}^{w_0} \frac{1+H}{w_0} dw_0 + \ln \frac{r_{0i}}{r_{01}} \right) dX + R_1^{++} \right]$$

На фиг. 3 приведены результаты обработки опытных данных (1 — [4], 2 — [5], 3, 4, — [6]) по трению в начальном и основном участках трубы



Фиг. 3

с гладкими и шероховатыми стенками, а также при наличии поперечного потока газа. В качестве исходных используются величины скорости на оси и ее среднее значение в рассматриваемом поперечном сечении.

Результаты измерения обрабатываются в следующей последовательности. По формуле (10) на основании данных измерения кинематических характеристик потока в рассматриваемом сечении и на входе в опытный

участок вычисляется толщина вытеснения. Используя зависимость (8), находим показатель степени в (6).

Вычисляем комплекс β по формуле (15). По уравнению (12) находим распределение величины интеграла сопротивления в функции продольной координаты. Полученную последовательность точек аппроксимируем методом наименьших квадратов в форме (16). Дифференцируя (16), получаем искомый коэффициент трения. Интегрируя численным методом (19), находим величины чисел Рейнольдса.

Найденные значения коэффициента трения приведены к стандартным условиям путем введения функций, учитывающих различные воздействия.

В частности, шероховатость учитывается зависимостью

$$(20) \quad \Psi_r = \left(\frac{\kappa \eta_{10} - \ln \xi_{10}}{\kappa \eta_1 - \ln \xi_1} \right)^2, \quad \Psi_r = \left(\frac{c_f}{c_{f0}} \right)_{R^{++}}$$

полученной в (6), влияние вдува — зависимостью

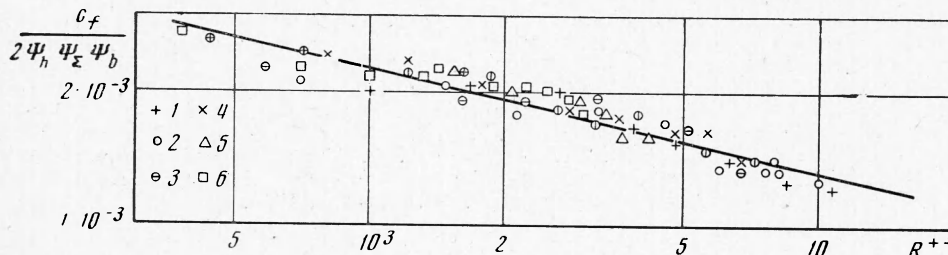
$$(21) \quad \Psi_c = \left(1 - \frac{b}{b_c} \right)^2, \quad b_c = 4 \left(1 + \frac{0.83}{R^{++0.14}} \right)$$

приведенной в [9].

Из графика видно, что все опытные точки группируются около зависимости, определяемой уравнением

$$(22) \quad c_f / 2 = 0.0128 \Psi_\Sigma R^{++-0.25} \quad \Psi_\Sigma = \Pi \Psi_i$$

В опубликованных ранее работах [7,10,11] экспериментально исследуются вопросы теплообмена в начальном участке трубы при наличии неизотермичности и вдува. В этих работах проведены измерения локальной



Фиг. 4

скорости на оси и средней скорости по длине обтекаемой поверхности. Развиваемый метод обработки опытных данных по трению позволяет на основании данных измерений найти величину коэффициента трения.

Результаты обработки опытных данных по трению в начальном участке трубы для различных значений неизотермичности ($1 - \psi_h = 0.8, 2 - 0.61, 3 - 0.58, 4 - 0.56$) приведены на фиг. 4. Коэффициент трения вычисляется по (12), (15) и (17), число Рейнольдса — по (19). Влияние шероховатости учитывается формулой (20), а неизотермичности — зависимостью, полученной в [12]

$$(23) \quad \psi_h = 1 + [4(1 - \sqrt{\Psi_h})][\Psi_h(1 - \alpha_0 \sqrt{\Psi_h \psi_h c_{f0}/2})]^{-1}$$

Высота гребешков относительной шероховатости равна 10^{-3} и найдена из формулы Никурадзе [13] по величине коэффициента сопротивления. Последний получен путем предварительных продувок основного участка используемого трубопровода. Видно, что точки располагаются около зависимости вида (22) при $\Psi_\Sigma = 1$.

На том же графике приведены результаты по трению на участке гидродинамической стабилизации при наличии неизотермичности и вдува ($5 - \psi_n = 0.6$, $b = 3.3$, $6 - \psi_n = 0.76$, $b = 0.96$) [10,11].

Обработка опыта проведена по данным формул (9), (10), (12), (15) и (19). Найденные значения коэффициентов трения приведены к стандартным условиям введением функций (20), (21) и (23). И в этом случае опытные точки также аппроксимируются зависимостью (22).

! ;

Поступила 14 XII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Clauser F. H. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. J. Aeronaut. Sci., 1954, vol. 21, No. 2.
2. Bradshaw P. A simple method for determining turbulent skin friction from velocity profiles. J. Aero/Space Sci., 1959, vol. 26, No. 12.
3. Белянин Н. М. Экспериментальное исследование трения и теплообмена при течении газа в трубе. ПМТФ, 1964, № 4.
4. Барбин, Джоунс. Турбулентное течение в начальном участке гладкой трубы. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Сер. Д, Техн. механ., 1963, № 1.
5. Олсон, Эккерт. Экспериментальное исследование турбулентного течения в пористой круглой трубе с равномерным вдувом газа через стенку. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Сер. Е, Прикл. механ., 1966, № 1.
6. Кузьмин В. В., Тупиченков А. А., Фафурин А. В. Турбулентный пограничный слой в начальном участке трубы с шероховатыми стенками. ПМТФ, 1971, № 5.
7. Леонтьев А. И., Миронов Б. Н., Фафурин А. В. Экспериментальное исследование турбулентного теплообмена в начальном и стабилизированном участках цилиндрической трубы в условиях существенной неизотермичности. Инж.-физ. ж., 1969, т. 16, № 4.
8. Back L. H., Cuffel R. F. Turbulent boundary layer and heat transfer measurements along a convergent — divergent nozzle. Paper ASME, 1971, No. HT — 4.
9. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Новосибирск, СО АН СССР, 1964.
10. Леонтьев А. И., Миронов Б. Н., Фафурин А. В. Исследование турбулентного теплообмена в начальном участке пористой трубы в условиях неизотермичности. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 6.
11. Леонтьев А. И., Фафурин А. В., Никитин П. В. Турбулентный пограничный слой в начальном участке трубы в условиях неизотермичности и вдува. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 2.
12. Леонтьев А. И., Миронов Б. Н., Фафурин А. В. Турбулентный пограничный слой диссоциированного газа в начальном участке трубы. ПМТФ, 1967, № 1.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.