

УДАРНО-ИНДУЦИРОВАННЫЕ ВОЛНЫ ПРОВОДИМОСТИ В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ

С. Д. Гилев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск

В связи с проблемой экспериментальной регистрации переходов металл — металл в ударной волне дан анализ электромагнитных процессов в токовом проводнике, изменяющем под действием ударной волны свою электропроводность. Совместное действие эффектов диффузии электромагнитного поля, движения ударного фронта и сжатия вещества приводит к качественным изменениям распределения тока по сечению образца. Начальная и конечная фазы движения ударной волны характеризуются возникновением противотока в поверхностном слое образца. На основе выполненного анализа предложен новый метод измерения электропроводности металлических образцов, свободный от ограничений на толщину исследуемого вещества. Метод основан на решении обратной задачи диффузии магнитного поля для ударно-сжатого образца. Входной информацией в процедуре восстановления проводимости является экспериментальная запись напряжения с поверхности образца.

1. Классическая методика исследования электропроводности ударно-сжатых металлов [1, 2] основывается на регистрации электросопротивления образца в виде тонкой металлической фольги, что связано с необходимостью минимизации переходных электромагнитных процессов в образце. Такой метод измерений имеет ряд недостатков. Из-за сложности согласования волновых импедансов проводимость вещества измеряется в условиях многократного сжатия — состояния, плохо определенного по сравнению с однократным сжатием. Кроме того, на результатах измерений существенно сказываются условия на границах образца (неоднородности поверхностей, зазоры и др.), которые не поддаются строгому контролю. Техника тонких фольг не применима для образцов большой толщины, например обладающих пространственной структурой (металлические пены, губки, проводящие порошки, компакты и т. д.). Из-за значительной толщины образцов электромагнитное состояние неравновесно. Для измерения электропроводности в таких условиях необходимо рассмотреть динамику перераспределения тока в ударно-сжатом образце, в частности учесть ее существенно нестационарный характер.

2. Процесс взаимодействия ударной волны (УВ) с токовым проводником определяется временем электромагнитной релаксации $\theta = \mu_0 \sigma_1 x_0^2$ и временем прохождения УВ по образцу $T = x_0/D$ (σ_1 — начальная электропроводность, x_0 — толщина образца, D — скорость фронта УВ). Определяет электромагнитные процессы в образце магнитное число Рейнольдса $Re_m = \theta/T = \mu_0 \sigma_1 D x_0$. Если $Re_m \ll 1$, то после ударного воздействия образец остается в состоянии электромагнитного равновесия (плотность тока постоянна по сечению образца). При $Re_m \approx 1$ электромагнитное состояние образца неравновесное (плотность тока распределена неравномерно).

Учет динамики перераспределения тока в образце, сжимаемом УВ, легко провести при $Re_m \ll 1$. Воспользуемся электротехническим приближением и представим образец в виде двух параллельно соединенных сопротивлений, соответствующих несжатой и сжатой УВ областям. Пусть ток

через измерительную ячейку остается неизменным. Тогда зависимость напряжения на образце от времени имеет следующий вид:

$$V(t) = \frac{V_0}{1 + \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left(1 - \frac{U}{D} \right) - 1 \right] \frac{t}{T}}, \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

где V_0 — начальное напряжение; σ_2 — проводимость за фронтом УВ; U — массовая скорость. Как видно из (1), зависимость $V(t)$ может представлять собой возрастающую или убывающую функцию времени в зависимости от произведения перестройки проводимости σ_2/σ_1 на коэффициент сжатия образца $1 - U/D$. Проводимость вещества за фронтом УВ можно найти из (1):

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\frac{V_0}{V} - 1 + \frac{t}{T}}{\left(1 - \frac{U}{D} \right) \frac{t}{T}}.$$

Такой способ определения σ_2 применим только для слабопроводящих образцов. Действительно, при использовании (1) условие малости Re_m должно быть усилено как минимум еще на порядок (рассмотрение процесса движения УВ по образцу в рамках электротехнической модели предполагает наличие электромагнитного равновесия для $t \ll T$). Пусть $x_0 = 5$ мм, $D = 5$ км/с, $Re_m = 10^{-2}$, тогда ограничение на проводимость $\sigma < 3 \cdot 10^4$ Ом $^{-1}$ · м $^{-1}$. Для сплошных металлических образцов $Re_m \gg 1$. Таким образом, для измерения электропроводности металлических образцов необходим анализ нестационарной динамики перераспределения тока в проводнике, сжимаемом УВ. Такой анализ может быть выполнен в рамках классической электродинамики для ряда модельных постановок.

3. Рассмотрим одну из простейших задач о действии УВ на проводник с током. В плоском образце толщиной x_0 течет постоянный ток I , создаваемый внешним источником (рис. 1). В начальный момент времени

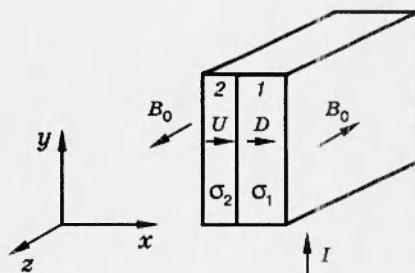


Рис. 1.

$t = 0$ в образец входит плоская УВ, распространяющаяся вдоль оси x . Под действием УВ проводимость вещества изменяется от σ_1 до σ_2 . В момент $t = T$ УВ выходит из образца в непроводящую стенку, толщина образца и его проводимость при этом не меняются.

Примем следующие допущения:

1) геометрия одномерная, 2) скорость вещества в УВ пренебрежимо мала по сравнению со скоростью света, 3) ударная волна стационарная, 4) ток через образец остается постоянным, 5) вещество немагнитное, 6) ударный фронт не имеет толщины, проводимость вещества изменяется мгновенно за фронтом УВ и в дальнейшем от времени не зависит, 7) электрическая поляризация вещества в УВ отсутствует.

В системе отсчета, связанной с фронтом УВ, задача описывается уравнением Максвелла в квазистационарном приближении и обобщенным законом Ома:

$$\frac{\partial E_i}{\partial x} = -\frac{\partial B_i}{\partial t}, \quad \frac{\partial B_i}{\partial x} = -\mu_0 j_i, \quad j_1 = \sigma_1(E_1 + DB_1), \quad j_2 = \sigma_2[E_2 + (D - U)B_2].$$

Здесь $i = 1, 2$ — номер области (1 — область несжатого образца, $0 \leq x \leq x_0 - Dt$, 2 — область сжатого образца, $-(D - U)t \leq x \leq 0$); E_i, B_i — электрическое и магнитное поля в i -й области, j_i — плотность тока.

Граничные условия задачи вытекают из постоянства тока через образец $B_1(x_0 - Dt, t) = -B_0$, $B_2(-(D - U)t, t) = B_0$.

Согласно допущению, ударный фронт не имеет толщины, и проводимость перестраивается мгновенно. В этом приближении фронт волны проводимости не имеет структуры, не переносит токов и зарядов. Поэтому магнитное и электрическое поля непрерывны на фронте УВ

$$B_1(0, t) = B_2(0, t), \quad E_1(0, t) = E_2(0, t).$$

Начальные условия выражают равномерное распределение тока по несжатому образцу:

$$B_1(x, 0) = B_0 - 2B_0 \frac{x}{x_0}, \quad B_2(x, 0) = B_0.$$

Задача о действии УВ на токовый проводник состоит в нахождении распределений плотности тока по сечению образца в заданные моменты времени $j(x, t)$.

В безразмерных переменных $\xi = x/x_0$, $\tau = t/T$, $T = x_0/D$, $b_i = B_i/B_0$, $Re_m = \mu_0 \sigma_1 D x_0$, $s = \sigma_2/\sigma_1$ задача сводится к решению системы уравнений диффузии магнитного поля для области несжатого вещества ($0 \leq \xi \leq 1 - \tau$, $0 \leq \tau \leq 1$)

$$\frac{\partial b_1}{\partial \tau} - \frac{\partial b_1}{\partial \xi} - \frac{1}{Re_m} \frac{\partial^2 b_1}{\partial \xi^2} = 0 \quad (2)$$

и области сжатого вещества ($-\tau(1 - U/D) \leq \xi \leq 0$, $0 \leq \tau \leq 1$)

$$\frac{\partial b_2}{\partial \tau} - \left(1 - \frac{U}{D}\right) \frac{\partial b_2}{\partial \xi} - \frac{1}{Re_m s} \frac{\partial^2 b_2}{\partial \xi^2} = 0. \quad (3)$$

Второе слагаемое в левой части уравнений (2), (3) представляет собой конвективный член, связанный с движением ударного фронта относительно силовых линий магнитного поля.

Краевые и начальные условия имеют вид

$$b_1(1 - \tau, \tau) = -1, \quad (4)$$

$$b_2(-\tau(1 - U/D), \tau) = 1, \quad (5)$$

$$b_1(0, \tau) = b_2(0, \tau), \quad (6)$$

$$\frac{\partial b_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{1}{s} \frac{\partial b_2}{\partial \xi} - Re_m \frac{U}{D} b_2 \Big|_{\xi=0}, \quad (7)$$

$$b_1(\xi, 0) = 1 - 2\xi, \quad b_2(\xi, 0) = 1. \quad (8)$$

Уравнение (7) — условие сшивки электрического поля двух областей на фронте УВ. Второе слагаемое в правой части (7) связано с относительным движением двух областей и существенно зависит от Re_m .

После прохождения УВ по образцу ($\tau > 1$) задачу удобнее рассматривать в системе отсчета, связанной с веществом ($U/D - 1 \leq \xi \leq 0$):

$$\frac{\partial b_2}{\partial \tau} - \frac{1}{Re_m s} \frac{\partial^2 b_2}{\partial \xi^2} = 0, \quad (9)$$

$$b_2(0, \tau) = -1, \quad (10)$$

$$b_2(-(1 - U/D), \tau) = 1. \quad (11)$$

Начальное условие для (9)–(11) вырабатывается в результате решения краевой задачи (2)–(8) при $\tau = 1$.

Для задачи (2)–(8) границы обеих областей подвижны, что затрудняет нахождение решения. Удобнее перейти к неподвижным границам, сделав замену переменных: $\eta = \xi/(1 - \tau)$ — для первой области и $\varphi = \xi/(1 - U/D)\tau$ — для второй. В новых переменных уравнения (2) и (3) для несжатого ($0 \leq \eta \leq 1$) и сжатого ($-1 \leq \varphi \leq 0$) вещества принимают следующий вид:

$$\frac{\partial b_1}{\partial \tau} - \frac{1 - \eta}{1 - \tau} \frac{\partial b_1}{\partial \eta} - \frac{1}{\text{Re}_m(1 - \tau)^2} \frac{\partial^2 b_1}{\partial \eta^2} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial b_2}{\partial \tau} - \frac{1 + \varphi}{\tau} \frac{\partial b_2}{\partial \varphi} - \frac{1}{\text{Re}_m(1 - U/D)^2 \tau^2 s} \frac{\partial^2 b_2}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (13)$$

Соответствующим образом изменяются начальные и граничные условия. Отметим, что уравнения (12) и (13) имеют особенности при $\tau = 1$ и $\tau = 0$, что связано с исчезновением в эти моменты времени соответствующих областей. Уравнения (12), (13) решались численно при помощи неявной разностной схемы второго порядка точности по пространственной переменной и первого порядка по времени.

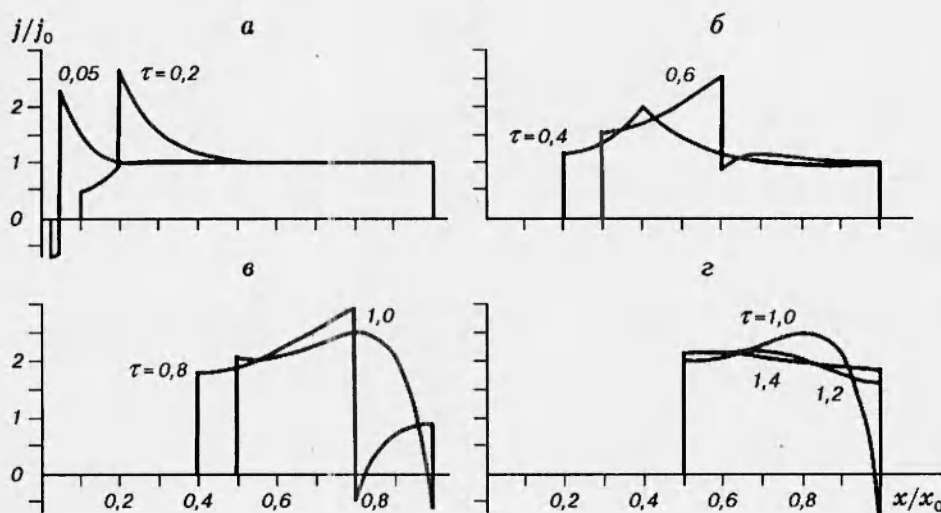


Рис. 2.

Результаты решения задачи об отклике образца с током на воздействие УВ показаны на рис. 2, где $\text{Re}_m = 10$, отношение массовой скорости к волновой $U/D = 0,5$, коэффициент увеличения проводимости за фронтом волны $s = 2$. Здесь приведены распределения безразмерной плотности тока в образце $j(\xi) = j(x/x_0)$ в лабораторной системе отсчета для моментов времени $\tau = 0,05 \div 1,4$. В начальный момент времени $j = j_0$ и одинакова по сечению образца.

Полученные зависимости $j(\xi)$ отражают совместное действие эффектов диффузии электромагнитного поля, движения ударного фронта и сжатия образца. Распределения плотности тока имеют при $\text{Re}_m > 1$ существенно нестационарный вид. Величина j значительно варьируется по сечению образца, наиболее резкие ее изменения сосредоточены вблизи ударного фронта. Это происходит из-за большого времени электромагнитной релаксации. Характерно, что на протяжении значительного времени ненагруженная сторона образца слабо «чувствует» движение УВ.

Картина магнитного и электрического полей, а также плотности тока, принципиально зависит от условий на фронте УВ. В пренебрежении структурой фронта и при отсутствии поляризации вещества условия сшивки магнитного и электрического полей имеют вид (6) и (7) соответственно. Уравнение (7) можно переписать, вводя плотности токов соответствующих областей:

$$j_1(0, \tau) = \frac{1}{s} j_2(0, \tau) + \operatorname{Re}_m \frac{U}{D} b_2(0, \tau). \quad (14)$$

Отсюда видно, что плотность тока на фронте УВ претерпевает скачок, величина которого зависит от перестройки проводимости s и значения магнитного поля на фронте УВ. Поскольку при движении УВ магнитное поле на фронте изменяется в интервале значений, соответствующих полю на границах образца (от B_0 до $-B_0$), скачок может изменяться как по величине, так и по знаку. Это приводит к существенным метаморфозам зависимостей $j(x)$ по мере движения УВ (см. рис. 2, а, б). В частности, вблизи ударного фронта плотность тока в определенные фазы движения УВ может быть отрицательной: для малых времен — в сжатой области, для больших времен — в несжатой. Из-за диффузии через фронт при $\tau \rightarrow 1$ плотность тока может стать отрицательной и в сжатой области. Во всех случаях возникающий противоток течет в тонком поверхностном слое образца. Существование поверхностного тока, имеющего противоположное направление основному, — неожиданное, но логичное следствие непрерывности электрического поля на фронте УВ. Такая парадоксальная, на первый взгляд, ситуация наблюдается при $\operatorname{Re}_m \gg 1$, когда заметно влияние второго слагаемого в правой части (14).

На рис. 2, г приведены распределения плотности тока для времен $\tau > 1$ (УВ прошла весь образец). Полученное в ходе решения задачи при $\tau = 1$ распределение плотности тока в дальнейшем стремится к равновесному уровню по чисто диффузионному механизму, характерное время этого процесса составляет $\mu_0 \sigma_2 x_0^2 (1 - U/D)^2$.

4. Для исследования возможности измерения проводимости в условиях ударного нагружения представляет интерес поведение электрического поля на поверхностях образца, к которым реально может быть подключен измерительный прибор (осциллограф). На рис. 3 показаны расчетные зависимости электрического поля от времени $E(t)/E_0$ в лабораторной системе отсчета для двух поверхностей образца: штриховые — со стороны входящей УВ, сплошные — с противоположной (E_0 — начальное электрическое поле в образце). Они получены путем преобразования электрических полей E'_1, E'_2 , найденных в системе отсчета фронта УВ: $E_i = E + DB_i$, E_i — поле в лабораторной системе отсчета. Зависимости на рис. 3 получены при $\operatorname{Re}_m = 10$, $U/D = 0,5$ (а — увеличение проводимости в УВ ($s = 1 \div 5$), б — уменьшение ($s = 0,2 \div 1$)).

Анализ рис. 3 позволяет прийти к следующим выводам.

1. Для $\operatorname{Re}_m \ll 1$ электрическое поле на различных поверхностях образца одинаково. Учет диффузии тока в сжимаемом УВ образце приводит к тому, что при $\operatorname{Re}_m \approx 1$ зависимости $E(t)$ отклоняются от «равновесной» кривой, соответствующей электромагнитному равновесию в образце: электрическое поле на поверхности образца со стороны входящей УВ увеличивается, а на противоположной поверхности образца уменьшается, «прижимаясь» на протяжении большего времени к начальному уровню. В целом, электрическое поле $E(t)$ существенно зависит как от точки регистрации, так и от системы отсчета, в которой оно фиксируется.

2. Электрическое поле больше изменяется при резком уменьшении проводимости в УВ (см. рис. 3, б), особенно на поверхности, противоположной входящей УВ. Это связано с тем, что при $s \ll 1$ ток эффектив-

но перебрасывается в несжатую область и при $\tau \rightarrow 1$ сжимается в тонком проводящем слое, исчезновение которого приводит к крайне быстрому обратному перераспределению тока по веществу.

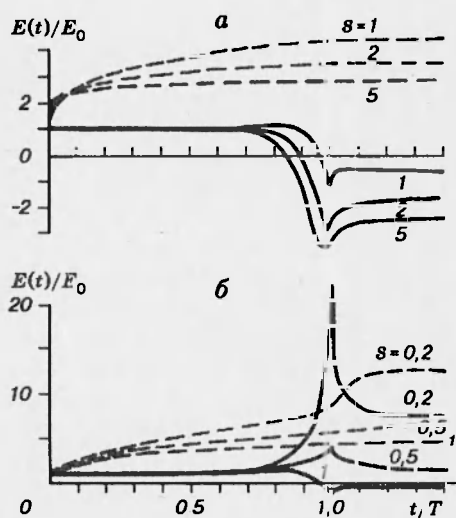


Рис. 3.

3. При $\tau > 1$ электрическое поле на разных поверхностях образца достигает равновесного уровня. В системе отсчета, движущейся вместе с веществом, значения равновесного электрического поля на противоположных поверхностях образца совпадают. В лабораторной же системе отсчета электрические поля отличаются (существенно при $Re_m > 1$), что связано с движением вещества в противоположно направленных магнитных полях. Электрически стационарное состояние устанавливается быстрее в случае уменьшения проводимости в УВ (см. рис. 3, б).

4. Изменение отношения U/D наиболее существенно влияет на зависимость $E(t)$ с поверхности со

стороны входящей УВ, а также на темп установления равновесия при $\tau > 1$. В целом сжатие вещества в УВ приводит к повышению значения электрического поля на поверхности входящей УВ.

5. Характер изменения электрического поля на границах образца существенно зависит от коэффициента перестройки проводимости s .

Последний вывод наиболее важен для практической постановки методики измерения проводимости, открывая возможности восстановления неизвестной проводимости по экспериментальной зависимости напряжения $V(t)$ с поверхности образца.

Действительно, в рамках сделанных предположений электромагнитная картина в сжимаемом ударной волной образце однозначно определяется магнитным числом Рейнольдса, отношением массовой скорости к волновой и коэффициентом увеличения проводимости. При проведении эксперимента два первых параметра известны, так как они определяются начальными условиями и ударно-волновыми свойствами вещества, а параметр s — неизвестен. Таким образом, для нахождения проводимости образца необходимо определить коэффициент s в дифференциальном уравнении (3), от которого зависит само решение. Входная информация — фиксируемая в эксперименте зависимость $V(t)$ на одной из поверхностей образца (со стороны входящей УВ или с противоположной).

Задача восстановления проводимости по экспериментальной функции $V(t)$ является обратной к обсуждавшейся выше проблеме распределения тока в ударно-сжатом образце. Для ее решения может быть предложен следующий метод. Экспериментальная зависимость напряжения $V(t)/V_0$ с одной из поверхностей образца сопоставляется с набором расчетных зависимостей электрического поля на этой границе $E(\tau, s)/E_0$, соответствующих различным значениям параметра s . Из серии $E(\tau, s)$ выбирается зависимость, которая на протяжении времени наблюдения наилучшим образом соответствует экспериментальной записи. Найденная таким образом функция $E(t, s)$ описывает с некоторой точностью результаты эксперимента, то же относится к соответствующему значению перестройки проводимости s .

Точность определения проводимости предлагаемым методом может быть оценена по отклонению экспериментальной зависимости $V(t)/V_0$ от расчетной $E(t)/E_0$. При этом должны быть учтены погрешности самой входной функции $V(t)$ по времени и напряжению. Анализ показывает, что наиболее благоприятен для измерения электропроводности диапазон сравнительно небольшого изменения ε . Так, при $\varepsilon \approx 1$ характерное значение относительной погрешности может составлять $\approx 5\%$, при большем изменении проводимости погрешность растет. Особенно это существенно для больших Re_m и регистрации напряжения с поверхности образца, противоположной входящей УВ.

Принципиален для возможности использования настоящего метода вопрос о реальной динамике изменения проводимости за ударным фронтом. Отметим, что задача восстановления проводимости образца по электрическому полю с одной из его проводящих границ с математической точки зрения некорректна. В общем случае ее решение не может быть найдено однозначно. Проблема разрешима, если определить класс функций, в котором ищется решение. Этот вопрос может быть решен лишь опытным путем на основании возможно более полной информации об электромагнитном отклике образца на воздействие УВ. Модель скачкообразного изменения проводимости можно принять в качестве первого (чаще всего достаточно хорошего) приближения. Ее усовершенствование приведет к увеличению числа «подгоночных» параметров, что скорее всего снизит достоверность результатов.

5. Выполненный выше анализ показал, что при разумной регуляризации задачи экспериментальная запись напряжения с поверхности плоского образца позволяет однозначно и с контролируемой точностью определить проводимость ударно-сжатой области. Практическая постановка обсуждаемого метода измерений существенно зависит от реальной геометрии образца и конструкции измерительной ячейки. В [3] на основании качественного анализа электромагнитных эффектов в УВ обсуждена конструкция измерительной ячейки для исследования электрических свойств ударно-сжатых веществ. Образец представляет собой проводящую полосу конечной ширины. Один из выводов [3] состоит в том, что силовая и измерительная цепи не должны деформироваться при ударном сжатии, а электроды должны располагаться в плоскости образца. Для данного метода измерительные выводы могут быть подсоединены к поверхности образца со стороны входящей УВ или с противоположной. Каждый из этих вариантов имеет свои особенности. Так, электроды, подсоединяемые со стороны входящей УВ, более чувствительны к изменению электрического состояния вещества за ударным фронтом. Вместе с тем, на них больше влияют краевые эффекты, связанные с несовпадением ударных импедансов образца и окружающего диэлектрика.

Таким образом, в зависимости от условий эксперимента предпочтение может быть отдано тому или иному расположению электродов. При исследовании металлов электроды рационально подключать в средней части образца перпендикулярно к его поверхности, выводя их далее параллельно плоскости образца вне области воздействия УВ, где они подсоединяются к измерительному кабелю. Такая геометрия выводов обеспечивает минимальное влияние как боковой разгрузки исследуемого образца, так и паразитных эффектов, связанных с ударной деформацией измерительного контура.

6. Таким образом, в настоящей работе на основании анализа электромагнитных процессов в ударно-сжатом металлическом образце предложен новый метод измерения электропроводности. Метод свободен от ограничений на толщину исследуемого образца, отличается слабым влиянием

краевых эффектов и позволяет измерять электропроводность в режиме однократного сжатия.

Автор выражает благодарность А. Д. Реснянскому за помощь в постановке численных расчетов, А. М. Трубачеву за полезные обсуждения материалов работы.

Работа частично поддержана грантом Фонда Сороса, присужденного Американским физическим обществом, за что автор выражает признательность Обществу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Styris D. L., Duvall G. E. Electrical conductivity of materials under shock compression // High Temp. — High Pressures. 1970. V. 2, N 5. P. 477–499.
2. Килер Р. Электропроводность конденсированных сред при высоких давлениях // Физика высоких плотностей энергии / Под ред. П. Кальдиролы, Г. Кнопфеля. М.: Мир, 1974.
3. Гилев С. Д. Электромагнитные эффекты в измерительной ячейке для исследования электрических свойств ударно-сжатых веществ // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 2. С. 71–76.

Поступила в редакцию 3/XI 1994 г.
