

РАСЧЕТ ТОРОИДАЛЬНЫХ ИНДУКТИВНЫХ НАКОПИТЕЛЕЙ С *D*-СЕЧЕНИЕМ ПО ПАРАМЕТРАМ РАЗРЯДНОГО ИМПУЛЬСА И ЗАРЯДНОГО УСТРОЙСТВА

И. А. Иванов, В. В. Сизов, В. А. Трухин

(Москва)

Один из способов увеличения мощности разрядного импульса индуктивного накопителя основан на применении схемы с перекоммутацией: при зарядке секции накопителя соединяются последовательно, а при разряде — параллельно. В этом случае предъявляются строгие требования к симметрии секций. Таким требованиям удовлетворяют конструкции с тороидальным полем (другое их достоинство — отсутствие полей рассеяния).

В [1] показано, что для намоток из тонкой шины с шириной, растущей пропорционально радиусу (*s*-катушка), или тонкого провода постоянной ширины [2] (*l*-катушка) существует профиль, при котором давление тороидального поля уравнивается натяжением наружной искривленной части витка. Внутренний прямолинейный участок витка испытывает сжатие по направлению к главной оси и продольное растяжение. В конструкции с таким профилем при равномерном уравнивании радиального сжатия действие изгибающих моментов всюду полностью исключается.

Форма профиля, при которой намотка не испытывает действия изгибающих моментов, называется *D*-сечением. Конструкция с *D*-сечением по механической прочности является оптимальной. В [1] показано, что такая конструкция оптимальна и по энергоемкости. Поэтому по сравнению с другими вариантами тороидальных конструкций в катушках с *D*-сечением удельные параметры оказываются самыми высокими.

1. Метод расчета. Форма и размеры профиля определяются двумя параметрами: средним радиусом $r_0 = (r_1 + r_2)/2$ и тороидальностью $\epsilon = (r_2 - r_1)/2r_0$ (r_1, r_2 — внутренний и максимальный наружный радиус катушки). Кроме того, любая реальная конструкция имеет конечную толщину витка. Здесь предполагается, что толщина витка d всюду постоянна и мала по сравнению с любым характерным размером. В этом случае коэффициент натяжения получается умножением допустимого напряжения растяжения материала витка σ на его толщину d . Таким образом, для расчета конструктивных размеров и веса намотки тороидального индуктивного накопителя с *D*-сечением необходимо располагать тремя независимыми соотношениями, связывающими r_0, ϵ и d с заданными электрическими и энергетическими параметрами. Для определенности здесь будет рассматриваться разряд индуктивного накопителя с размыканием каждого витка намотки.

Считаются заданными: энергия индуктивного накопителя W_0 , максимальная мощность разрядного импульса P_a , максимальная величина разрывного напряжения V_a и параметры зарядного устройства. Если для зарядки индуктивного накопителя используется линия электропередачи, то единственным параметром зарядного устройства является ее мощность. Другим источником зарядки может быть электромашинный агрегат, состоящий из турбогенератора и маховика (связь с индуктивным накопителем осуществляется через преобразовательно-выпрямительное устройство).

В этом случае, кроме максимальной мощности P_0 , должны быть заданы максимальная энергия вращения K_0 и энергия вращения K_f , которая остается в электромашинном агрегате к концу зарядного цикла. Для зарядного устройства и для разрядного импульса под максимальной мощ-

ностью подразумевается ее реактивное значение — произведение максимальных значений тока и напряжения.

Для удобства в соответствии с принятым определением P_a введем обозначение

$$Y = NI_0 = P_a/V_a$$

(N — число витков, I_0 — зарядный ток) и безразмерные переменные $x = r/r_0$ и $\xi = z/r_0$. При расчете используются:

а) условие равновесия искривленного участка витка

$$(1.1) \quad p_H = \sigma d(k_1 + k_2),$$

где p_H — эффективное магнитное давление, а

$$(1.2) \quad k_1 = \frac{\xi''}{r_0(1+\xi'^2)^{3/2}}, \quad k_2 = \frac{1}{r_0} \frac{\xi'}{(1+\xi'^2)^{1/2}}$$

— главные кривизны осесимметричной оболочки (штрих обозначает дифференцирование по x); подстановка (1.2) в (1.1) дает дифференциальное уравнение с граничными условиями

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \text{при } x = 1 - \varepsilon \quad \xi' &= +\infty, \\ \text{при } x = 1 + \varepsilon \quad \xi' &= -\infty; \end{aligned}$$

б) выражение для энергии индуктивного накопителя

$$(1.4) \quad W_0 = \frac{2Y^2}{c^2} r_0 \int_{1-\varepsilon}^{1+\varepsilon} \frac{\xi(x)}{x} dx;$$

в) соотношение, определяющее величину активного сопротивления катушки постоянному току по зарядному режиму с учетом данных по мощности и напряжению для разрядного импульса.

Выводится это соотношение следующим образом. Выражение для сопротивления катушки, пренебрегая слабой неоднородностью распределения плотности тока по сечению витка, можно записать в виде

$$R = \frac{\rho N^2}{\pi d} \Phi(\varepsilon),$$

где ρ — удельное сопротивление материала катушки, значение функции $\Phi(\varepsilon)$ зависит только от тороидальности и типа катушки. С другой стороны, при зарядке электромашинным агрегатом

$$R = gP_0/I_0^2.$$

Коэффициент g зависит от параметров K_0 , K_f , W_0 и определяется несложным расчетом из решения дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, описывающего процесс зарядки. Из равенства двух последних выражений получаем

$$(1.5) \quad (\rho Y^2/\pi d)\Phi(\varepsilon) = gP_0.$$

Расчет катушки сводится, таким образом, к решению системы трех уравнений (1.3), (1.4) и (1.5) с тремя неизвестными r_0 , ε и d .

Для представления решения в компактной форме введем три параметра с размерностью длины

$$(1.6) \quad a_1 = \frac{\rho Y^2}{\pi g P_0}, \quad a_2 = \frac{c^2 W_0}{2 Y^2}, \quad a_3 = \frac{Y}{2c} \frac{1}{(\pi \sigma)^{1/2}}.$$

2. s-катушка. Предполагается, что витки жестко связаны между собой и конструкция может рассматриваться как оболочка с двумя кривизнами. Уравнение равновесия (1.1) должно быть записано следующим образом:

$$\frac{1}{2\pi r_0^2} \left(\frac{Y}{cx} \right)^2 = \sigma d (k_1 + k_2),$$

где k_1, k_2 определяются формулами (1.2). Решение системы (1.3)–(1.5) в этом случае можно представить в виде

$$(2.1) \quad d = a_1 \Phi_s(\varepsilon);$$

$$(2.2) \quad r_0 = \frac{a_2}{F_s(\varepsilon)};$$

$$(2.3) \quad \frac{a_1 a_2}{a_3^2} = \chi_s(\varepsilon).$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Phi_s(\varepsilon) &= \int_{1-\varepsilon}^{1+\varepsilon} \left[1 + \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_s^2 \right]^{1/2} \frac{dx}{x} + \frac{\zeta_{1s}}{1-\varepsilon}, \\ F_s(\varepsilon) &= \int_{1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_s \ln x \, dx + \zeta_{1s} \ln \frac{1}{1-\varepsilon}, \\ \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_s &= \frac{\frac{1-\varepsilon}{2} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - \ln \frac{x}{1-\varepsilon}}{\left[\frac{x^2}{4} \left(\ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2 - \left(\frac{1-\varepsilon}{2} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - \ln \frac{x}{1-\varepsilon} \right)^2 \right]^{1/2}}, \\ \zeta_{1s} &= \int_{1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_s dx, \quad \chi_s(\varepsilon) = \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{F_s(\varepsilon)}{\Phi_s(\varepsilon)} \end{aligned}$$

при $x = 1 + \varepsilon$ $\zeta = 0$.

Максимальная плотность энергии и объем материала намотки вычисляются по формулам

$$(2.4) \quad \left(\frac{H^2}{8\pi} \right)_{s \max} = \frac{Y^2}{2\pi c^2 a_2^2} \frac{F_s^2(\varepsilon)}{(1-\varepsilon)^2},$$

$$(2.5) \quad V_s = 4\pi a_1 a_2^2 \frac{\Phi_s(\varepsilon) G_s(\varepsilon)}{F_s^2(\varepsilon)},$$

$$G_s(\varepsilon) = \int_{1-\varepsilon}^{1+\varepsilon} x \left[1 + \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_s^2 \right]^{1/2} dx + \zeta_{1s} (1-\varepsilon).$$

3. l-катушка. В этом случае давление поля на поверхности, растущей пропорционально радиусу, уравновешивается натяжением витка постоянной ширины только поперек силовых линий, и поэтому уравнение (1.1) принимает вид

$$\frac{1}{2\pi (1-\varepsilon) r_0^2 x} \left(\frac{Y}{c} \right)^2 = \sigma d k_1.$$

Разрешая систему уравнений для l = катушки, получаем

$$(3.1) \quad d = a_1 \Phi_l(\varepsilon);$$

$$(3.2) \quad r_0 = \frac{a_2}{F_l(\varepsilon)};$$

$$(3.3) \quad \frac{a_1 a_2}{a_3^2} = \chi_l(\varepsilon),$$

где

$$\Phi_l(\varepsilon) = \frac{1}{1-\varepsilon} \left\{ \int_{1-\varepsilon}^{1+\varepsilon} \left[1 + \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_l^2 \right]^{1/2} dx + \zeta_{1l} \right\},$$

$$F_l(\varepsilon) = \int_{1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_l \ln x \, dx + \zeta_{1l} \ln \frac{1}{1-\varepsilon},$$

$$\chi_l(\varepsilon) = \frac{1}{1-\varepsilon} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{F_l(\varepsilon)}{\Phi_l(\varepsilon)},$$

$$\left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_l = \frac{\frac{1}{2} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - \ln \frac{x}{1-\varepsilon}}{\left[\left(\frac{1}{2} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2 - \left(\ln \frac{x}{1-\varepsilon} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2 \right]^{1/2}},$$

$$\zeta_{1l} = \int_{1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_l dx,$$

при $x = 1 + \varepsilon$ $\zeta = 0$.

Формулы для максимальной плотности энергии и объема материала намотки записываются в виде

$$(3.4) \quad \left(\frac{H^2}{8\pi} \right)_{l \max} = \frac{Y^2}{2\pi c^2 a_2^2} \frac{F_l^2(\varepsilon)}{(1-\varepsilon)^2};$$

$$(3.5) \quad V_l = \frac{4\pi a_3^4}{a_1} \left(\ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2.$$

4. sl-катушка. Конструкцию с витками, расширяющимися пропорционально радиусу (как в s-катушке), но без жесткой связи между собой (как в l-катушке), назовем sl-катушкой. В этом случае уравнение равновесия

$$\frac{1}{2\pi r_j^2} \left(\frac{Y}{cx} \right)^2 = \sigma d k_1$$

полностью решается аналитически (в предыдущих случаях удается получить аналитическое выражение только для первого интеграла).

Решение системы имеет вид

$$(4.1) \quad d = a_1 \Phi_{sl} \varepsilon;$$

$$(4.2) \quad r_0 = \frac{a_2}{F_{sl}(\varepsilon)};$$

$$(4.3) \quad \frac{a_1 a_2}{a_3^2} = \chi_{sl}(\varepsilon),$$

где

$$(4.4) \quad \Phi_{sl}(\varepsilon) = \frac{\pi \varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \frac{1}{1-\varepsilon},$$

$$F_{sl}(\varepsilon) = \int_{1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_{sl} \ln x dx + \zeta_{sl} \ln \frac{1}{1-\varepsilon},$$

$$\chi_{sl}(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon^2} \frac{F_{sl}(\varepsilon)}{\Phi_{sl}(\varepsilon)},$$

$$\left(\frac{d\zeta}{dx} \right)_{sl} = \frac{\left(\frac{1-\varepsilon^2}{x} - 1 \right) \frac{1}{\varepsilon}}{\left[1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{1-\varepsilon^2}{x} - 1 \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad \zeta_{sl} = \frac{\varepsilon^2 \pi}{(1-\varepsilon^2)}.$$

Объем материала намотки

$$V_{sl} = 4\pi a_1 a_2^2 \frac{\Phi_{sl}(\varepsilon)}{F_{sl}^2(\varepsilon)} \frac{\pi \varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left(1 + \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} \right).$$

Формула для определения максимальной плотности энергии в sl -катушке аналогична (2.4).

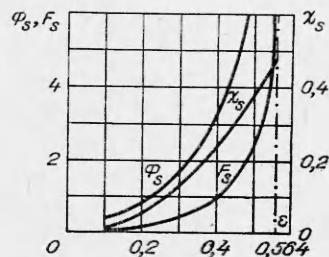
5. Результаты расчетов. Наиболее трудоемкая часть расчета заключается в вычислении зависимости от ε функций F_s , Φ_s , G_s , F_l , Φ_l и F_{sl} , определяемых сложными интегралами с особенностями подынтегральных функций на верхнем и нижнем пределах. Вычисления функций и их комбинаций производились на ЭВМ. Интервал значений ε для s -катушки ограничен предельной тороидальностью $\varepsilon_* = 0,564 \dots$, а для l - и sl -катушек $\varepsilon_* = 1$.

Результаты, необходимые для расчета s -катушек, представлены на фиг. 1. На фиг. 2 изображен график функции, с помощью которого определяется вес намотки.

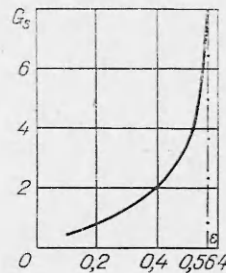
Результаты, относящиеся к расчету l - и sl -катушек, приведены на фиг. 3, 4.

Расчет конструкции ведется следующим образом. По формулам (1.6) находят a_1 , a_2 , a_3 и отношение $a_1 a_2 / a_3^2$, равное значению функций $\chi_s(\varepsilon)$ (2.3), $\chi_l(\varepsilon)$ (3.3) или $\chi_{sl}(\varepsilon)$ (4.3). С помощью графиков этих функций (см. фиг. 1, 3 и 4) определяется соответствующее ε . По известному ε , обращаясь к фиг. 1—4 и по формуле (4.4), находим численные значения всех необходимых функций, которые подставляются затем в (2.1), (2.2), (2.4) и (2.5) для расчета s -катушки, в (3.1), (3.2), (3.4) и (3.5) для l -катушки или в (4.1)—(4.3) и (2.4), если рассчитывается sl -катушка.

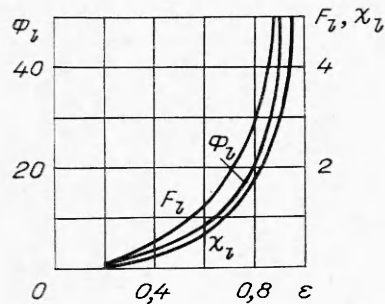
В процессе вычислений может оказаться, что относительная толщина обмотки слишком велика и ее нельзя рассчитывать, как тонкую. В этом случае размеры тороидальных конструкций можно привести к соответствию с исходными предположениями, если снизить ε , для чего необхо-



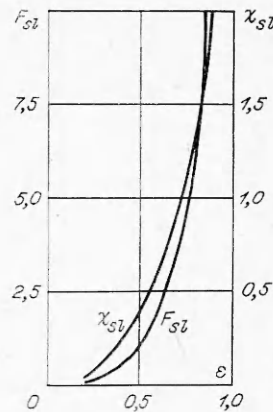
Фиг. 1



Фиг. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

можно уменьшить значение функции $\chi(\varepsilon)$. Если отношение $a_1 a_2 / a_3^2$ выразить через параметры электроразрядной системы, то окажется, что

$$\chi(\varepsilon) = 2c^4 \rho \sigma W_0 / g P_0 Y^2.$$

Если нельзя уменьшить W_0 , то можно рассчитать конструкцию с увеличенным запасом прочности, задавая более низкие значения σ . Еще одна возможность связана с увеличением P_0 . Однако в этом случае целесообразно изменить метод расчета, задавая в качестве одного из исходных параметров коэффициент потерь энергии при быстром выводе.

6. Расчет тороидальных индуктивных накопителей по заданному коэффициенту потерь. В тороидальном индуктивном накопителе энергия, заключенная в объеме, внутри которого магнитные силовые линии пронизывают витки, при длительности разрядного импульса короткой по сравнению с временем диффузии на глубину d , рассеивается вихревыми токами. Отношение этой энергии к W_0 определяет коэффициент потерь α . Можно показать, что для катушки с тонкой намоткой в первом приближении $\alpha = d/r_0 \varepsilon$.

В качестве примера приведем решение исходных уравнений по расчету l -катушки для случая, когда из числа заданных параметров исключается P_0 и заменяется параметром α (при этом зависящий от P_0 параметр a_1 определяется в результате расчета)

$$(6.1) \quad r_0 = a_2 / F_l(\varepsilon);$$

$$(6.2) \quad d = \alpha a_2 \varepsilon / F_l(\varepsilon);$$

$$(6.3) \quad \frac{\alpha a_2^2}{a_3^2} = \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon)} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} F_l^2(\varepsilon);$$

$$(6.4) \quad a_1 = \alpha a_2 \varepsilon / F_l(\varepsilon) \Phi_l(\varepsilon).$$

С помощью (6.3) определяется ε . Далее по формулам (6.1), (6.2) и (6.4) вычисляются r_0 , d , a_1 . Подстановка a_1 в (1.6) дает величину P_0 . Аналогичным образом выполняется расчет s - и sl -катушек.

Авторы выражают благодарность А.В. Губареву и В. Д. Шафранову за полезные советы и замечания.

Поступила 7 VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Шафранов В. Д. Об оптимальной форме тороидальных соленоидов.— ЖТФ, 1972, т. 42, № 9.
2. Лейтес Л. В. Тороидальный реактор без сердечника для энергосистем.— «Электричество», 1960, № 11.

УДК 539.319

**РАСЧЕТ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ,
ВОЗНИКАЮЩИХ В ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛАХ
ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ МОЩНОГО ИМПУЛЬСА ТОКА**

С. А. Баланкин, Л. П. Горбачев, Е. Г. Григорьев, Д. М. Скорое

(Москва)

Мощный импульс тока, проходящий через стержень, длительностью менее периода свободных колебаний стержня возбуждает в нем термоупругие колебания [1, 2]. Расчет напряжений, возникающий в колеблющемся стержне, проведен в [2] с учетом температурной зависимости модуля упругости в предположении однородного распределения тока.

Пренебрежение скин-эффектом в проводнике не всегда оправдано. Если радиус стержня превосходит толщину скин-слоя, необходимо учитывать неоднородность распределения плотности тока [3]. Неоднородное распределение тока в проводнике при высокочастотном электрическом импульсе создает градиент температуры и вызывает в материале проводника термические напряжения [4].

В данной работе проводится расчет термических напряжений в образце, подвергаемом нагреву импульсом тока, с учетом влияния скин-эффекта; постановка электродинамической задачи совпадает с постановкой задачи в [3]. Для описания процесса импульсного нагрева уравнения электродинамики дополняются уравнениями теплопроводности и упругости [5]

$$(1) \quad c_V \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{E}{1-2\mu} \frac{\alpha T}{3} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_l} \right) + Q(x, t);$$

$$(2) \quad \rho \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{lm}}{\partial x_m} + F_l, \quad l, m = 1, 2, 3,$$

где T — температура; c_V — удельная теплоемкость; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; α — коэффициент объемного расширения; Q — функция, описывающая джоулев нагрев образца; τ_{lm} — тензор внутренних напряжений; u_l — компоненты вектора деформации; ρ — плотность; F_l — компонента объемных сил, действующих на проводник.

Рассматривается квазистационарная электродинамическая задача с постоянной проводимостью σ . Условие квазистационарности электромагнитного поля для проводников длиной ~ 1 м выполняется для импульсов длительностью $\Delta t \geq 10^{-6}$ с. Закон Ома принимается в наиболее простой форме

$$j_l = \sigma E_l,$$

где j_l — плотность тока; E_l — напряженность электрического поля.