

ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ. МОДЕЛЬ ПОВРЕЖДАЕМОЙ ТЕРМОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

При численном расчете элементов конструкций на интенсивное импульсное воздействие используются различные модели деформирования твердых тел. Наиболее широкое применение в случае адиабатического приближения получила модель упруго-пластического течения типа Прандтля — Рейса и метод Уилкинса для ее численной реализации [1, 2].

В последнее время на основе термодинамических принципов механики сплошной среды интенсивно разрабатываются модели твердых тел с внутренними параметрами состояния, с помощью которых описываются процессы деформирования и так называемого континуального разрушения ([3—8] и др.). В моделях с внутренними параметрами состояния обычно полагают, что разрушение происходит в том случае, когда значение некоторого параметра достигает критической величины [6, 9—13]. Простейший вариант такой модели (акустическое приближение) получается, если положить, что внутренний параметр характеризует только процесс континуального разрушения, т. е. накопления повреждений, и не влияет на процесс деформирования материала, поскольку внутренний параметр не входит в определяющие уравнения среды [9]. Более сложные модели учитывают взаимное влияние процессов деформирования, накопления повреждений и температурных эффектов [6].

В настоящей работе на основе термодинамических принципов механики сплошной среды строится связанная модель повреждаемого термоупругопластического тела с внутренними параметрами, являющаяся развитием модели течения [1, 2]; предлагается критерий разрушения предельной удельной диссипации; рассматривается применение модели к описанию откольного разрушения при соударении металлических пластин.

1. Модель среды. Введем следующие величины: компоненты тензоров напряжений σ_{ij} , деформаций ϵ_{ij} , упругих ϵ_{ij}^e и пластических ϵ_{ij}^p деформаций ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p$); удельные (на единицу массы) свободную энергию F , внутреннюю энергию U и энтропию η , а также абсолютную температуру T , тепловой поток $\mathbf{q}$, плотность ρ_0 и структурный параметр ω . При этом предполагается, что ω описывает зарождение и рост повреждаемости материала в процессе деформирования.

Обратимся к уравнению внутренней энергии, записанному в форме уравнения притока тепла:

$$(1.1) \quad \dot{U} = (1/\rho_0) \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - (1/\rho_0) \operatorname{div} \mathbf{q}.$$

Здесь и далее точка над символом означает производную по времени вдоль траектории частицы сплошной среды.

Второй закон термодинамики представим в виде неравенства Клаузиуса — Дюгема

$$(1.2) \quad \dot{\eta} \geqslant -(1/\rho_0) \operatorname{div} (\mathbf{q}/T).$$

Сопоставляя (1.1) и (1.2) и переходя от внутренней энергии к свободной энергии

$$(1.3) \quad F = U - \eta T,$$

из неравенства Клаузиуса — Дюгема получим

$$(1.4) \quad \frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} T}{T} - \dot{T} \eta - \dot{F} \geqslant 0.$$

Учитывая, что F — функция независимых переменных ϵ_{ij}^e , ϵ_{ij}^p , ω и T , придем от (1.4) к

$$(1.5) \quad \left(\frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_{ij}^e} \right) \dot{\epsilon}_{ij}^e - \left(\frac{\partial F}{\partial T} + \eta \right) \dot{T} + \frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p - \frac{\partial F}{\partial \omega} \dot{\omega} - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_{ij}^p} \dot{\epsilon}_{ij}^p - \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} T}{T} \geqslant 0.$$

Как показано в [3], из (1.5) следует, что

$$(1.6) \quad \sigma_{ij} = \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^e}, \quad \eta = - \frac{\partial F}{\partial T},$$

и тогда (1.5) преобразуется к виду

$$(1.7) \quad d \equiv \left(\sigma_{ij} - \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \omega} \dot{\omega} - \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} T}{T} \geq 0,$$

где $d \equiv \rho_0 \gamma$ — функция диссипации (γ — производство энтропии).

Обратимся снова к уравнению (1.1), которое с помощью (1.3) можно записать как

$$\dot{F} + \eta \dot{T} + \eta \dot{T} = \frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div} \mathbf{q}.$$

Используя (1.6), окончательно получим

$$(1.8) \quad \eta \dot{T} = \left(\frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\partial F}{\partial \omega} \dot{\omega} - \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div} \mathbf{q}.$$

Конкретизируем в уравнении теплопроводности (1.8) энтропию как функцию своих независимых переменных ε_{ij}^e , ε_{ij}^p , ω , T . Для этого сделаем следующие упрощающие предположения. А. Деформации малы: квадратичными членами в выражении для тензора деформации пренебрегается. Б. Свободная энергия представлена в виде суммы двух слагаемых:

$$(1.9) \quad F = F_1(\varepsilon_{ij}^e, \omega, T) + F_2(\varepsilon_{ij}^p, \omega, T).$$

Первое из соотношений в (1.6) с учетом (1.9) дает $\sigma_{ij} = \rho_0 \partial F_1 / \partial \varepsilon_{ij}^e$. Среди аргументов функции F_1 нет компонент тензора пластических деформаций, поэтому гипотеза (1.9) равносильна предположению о том, что накопленные пластические деформации не изменяют упругих свойств материала. В. Функция диссипации d (1.7) записана как сумма трех неотрицательных слагаемых, а именно:

$$(1.10) \quad d_m = t_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \geq 0, \quad d_f = - \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \omega} \dot{\omega} \geq 0, \quad d_T = - \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} T}{T} \geq 0$$

(d_m — механическая диссипация, d_f — диссипация континуального разрушения, d_T — термическая диссипация). Кроме того, обозначим

$$(1.11) \quad t_{ij} = \sigma_{ij} - \rho_0 \partial F / \partial \varepsilon_{ij}^p.$$

Тензор t_{ij} принято называть тензором активных напряжений. Из (1.10), (1.11) следует, что если свободная энергия зависит от пластических деформаций ε_{ij}^p , то процесс диссипации энергии определяется не истинными напряжениями σ_{ij} , а «активными» напряжениями t_{ij} . Введение ε_{ij}^p в свободную энергию позволяет моделировать деформационную анизотропию материала, возникающую при пластическом деформировании.

Относительно диссипации континуального разрушения предполагается, что

$$(1.12) \quad - \rho_0 \partial F / \partial \omega = \Lambda \dot{\omega}$$

($\Lambda \geq 0$ — параметр материала). Заметим, что при $\Lambda = \text{const}$ соотношение (1.12) есть следствие теории Онзагера [14].

Введем наряду со свободной энергией термодинамический потенциал

$$(1.13) \quad G = F - (1/\rho_0) \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^e.$$

Дифференцирование (1.13) по времени с учетом (1.6) дает

$$(1.14) \quad \rho_0 \dot{G} = - \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \rho_0 \eta \dot{T} + \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \rho_0 \frac{\partial F}{\partial \omega} \dot{\omega}.$$

Выберем в качестве независимых аргументов потенциала G σ_{ij} , ε_{ij}^p , ω и T . Из (1.14) получим

$$(1.15) \quad \varepsilon_{ij}^e = -\rho_0 \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \eta = -\frac{\partial G}{\partial T}, \quad \frac{\partial G}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^p}, \quad \frac{\partial G}{\partial \omega} = \frac{\partial F}{\partial \omega}.$$

Пользуясь принятыми гипотезами А—В, выражение для G можно представить в виде

$$(1.16) \quad -\rho_0 G = \frac{2\mu - 3K}{36K\mu} \sigma_{kk}^2 + \frac{1}{4\mu} \sigma_{ij} \sigma_{ij} + \frac{1}{3} \alpha_V \sigma_{kk} (T - T_0) + \\ + \frac{\Gamma}{2} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p + \Lambda \int_0^\omega \dot{\omega} d\omega + G_0(T)$$

(α_V , μ и K — коэффициент объемного расширения, модуль сдвига и модуль объемного сжатия соответственно).

Удельная теплоемкость при постоянных напряжениях $c_\sigma = (dQ/dT)_{\sigma_{ij}}$. Учитывая, что $\dot{Q} = \dot{U} - (1/\rho_0) \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$, $U = G + T\eta + (1/\rho_0) \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^e$, и полагая изменения напряжений равными нулю, имеем $\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left(G + T\eta - \frac{1}{\rho_0} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^p \right)$. Тогда $c_\sigma = T \partial \eta_0 / \partial T$, где было учтено, что, как следует из (1.16), (1.17), $\eta = \frac{\alpha_V}{\rho_0} \sigma + \eta_0$, $\eta_0 = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G_0}{\partial T}$, $\dot{\eta}_0 = \frac{\partial \eta_0}{\partial T} \dot{T}$, и обозначено $\sigma = \sigma_{kk}/3$.

Получим соотношение $\dot{\eta} = \frac{\alpha_V}{\rho_0} \dot{\sigma} + \frac{c_\sigma}{T} \dot{T}$, подставив которое в (1.8), придем к уравнению теплопроводности вида

$$(1.17) \quad \rho_0 c_\sigma \dot{T} + \alpha_V \dot{\sigma} T = t_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \Lambda \dot{\omega}^2 - \operatorname{div} \mathbf{q}.$$

Примем, что характеристики материала K и μ зависят от параметра повреждаемости ω так:

$$(1.18) \quad K = K_0(1 - \omega), \quad \mu = \mu_0(1 - \omega)$$

(K_0 и μ_0 — объемный модуль и модуль сдвига неповрежденного материала, которые могут зависеть от температуры, давления и других параметров [2]). При этом предполагается, что ω меняется от нуля в совершенно неповрежденном материале до единицы в полностью поврежденном, в котором несущая способность равна нулю. Используя (1.15), (1.16), запишем

$$(1.19) \quad \sigma' = K_0 \left(\varepsilon_{kk} - \alpha_V (T - T_0) - \frac{\Lambda}{3} \int_0^\omega \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \sigma} d\omega \right), \quad S'_{ij} = 2\mu_0 (e_{ij} - \varepsilon_{ij}^p)$$

($S'_{ij} = S_{ij}/(1 - \omega)$, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ — компоненты девиатора тензора напряжений, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$ — компоненты девиатора тензора деформаций). Кроме того, считается, что пластическое течение несжимаемо: $\varepsilon_{kk}^p = 0$.

Для материала с характеристиками (1.18) имеет место следующее свойство. Если ввести в рассмотрение эффективный тензор напряжений $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}/(1 - \omega)$, то по отношению к нему система уравнений (1.19) описывает поведение материала как бы без повреждаемости. Такую среду можно рассматривать как среду, механические свойства которой не меняются в процессе деформирования, но находящуюся под действием эффективных напряжений σ'_{ij} . Поэтому естественно к такой среде применять те же подходы, которые используются для описания классических упругопластических сред. Так, воспользуемся моделью упругопластического течения типа Прандтля — Рейса [1, 2]

$$(S'_{ij})^\nabla + \lambda S'_{ij} = 2\mu_0 \dot{e}_{ij},$$

где значком ∇ обозначена яumanовская производная от компонент тензора; λ определяется из условия пластичности Мизеса $S'_{ij}S'_{ij} \leq \frac{2}{3} Y^2$;

$\lambda = 0$ в упругой области и $\lambda = \frac{3\mu_0 S'_{ij} \dot{e}_{ij}}{Y^2} H(S'_{ij} \dot{e}_{ij})$ в области пластического течения. Здесь Y — предел текучести материала; $H(x)$ — функция Хевисайда. С учетом деформационной анизотропии (что обеспечивается введением тензора активных напряжений t_{ij} [15]) закон течения и условие Мизеса имеют вид

$$(\tau'_{ij})^\nabla + \lambda \tau'_{ij} = 2\mu_0 \dot{e}_{ij}, \quad \tau'_{ij} \tau'_{ij} \leq \frac{2}{3} Y^2,$$

где $\tau_{ij} = S_{ij} - \rho_0 \partial G / \partial \varepsilon_{ij}^p = S_{ij} + \Gamma \varepsilon_{ij}^p$, $\tau'_{ij} = \tau_{ij} / (1 - \omega)$.

Процесс накопления поврежденности опишем кинетическим уравнением типа Тулера — Бучера [9]

$$\dot{\omega} = B(\sigma' - \sigma_*)^m H(\sigma' - \sigma_*)$$

(B , m — параметры материала). Наличие функции $H(x)$ связано с предположением о том, что при значении растягивающего напряжения σ ниже некоторого порогового значения $\sigma_* \geq 0$ повреждаемость в материале не появляется и не развивается.

Будем считать, что предел текучести Y , модули сдвига μ_0 и объемного сжатия K_0 следующим образом зависят от температуры, давления и других параметров состояния (модель Штейнберга — Гуинана [2]):

$$(1.20) \quad Y = Y_0 (1 + \beta \varepsilon_u^p)^n (1 - b\sigma(\rho_0/\rho)^{1/3} - h(T - T_0)), \\ Y_0 (1 + \beta \varepsilon_u^p)^n \leq Y_{\max}, \quad Y_0 = 0 \text{ при } T > T_m, \\ T_m = T_{m0}(\rho_0/\rho)^{2/3} \exp(2\gamma_0(1 - \rho_0/\rho)), \quad \mu_0 = \mu_{00}(1 - b\sigma(\rho_0/\rho)^{1/3} - h(T - T_0))$$

($\varepsilon_u^p = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p / 3}$ — интенсивность тензора пластических деформаций Y_0 , $Y_{\max}$, μ_{00} , T_{m0} , β , n , h , b , γ_0 — постоянные материала). Примем также, что $\sigma_* = \sigma_*^0 Y / Y_0$.

Итак, определяющие уравнения имеют вид

$$(1.21) \quad \sigma' = K_0 \left(\bar{\varepsilon}_{kk} - \alpha_V (T - T_0) - \frac{\Lambda}{3} \int_0^\omega \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \sigma} d\omega \right),$$

$$(\tau'_{ij})^\nabla + \lambda \tau'_{ij} = 2\mu_0 \dot{e}_{ij}, \quad \tau'_{ij} \tau'_{ij} \leq \frac{2}{3} Y^2, \quad \rho c \dot{T} + \alpha_V \sigma' T = \tau_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \Lambda \dot{\omega}^2 - \operatorname{div} \mathbf{q},$$

$$\dot{\omega} = B(\sigma' - \sigma_*)^m H(\sigma' - \sigma_*), \quad \tau_{ij} = S_{ij} + \Gamma \varepsilon_{ij}^p, \quad \tau'_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{1 - \omega}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{1 - \omega},$$

где постоянные материала находятся в соответствии с (1.20).

2. Критерий разрушения. В качестве критерия разрушения принимается условие достижения удельной диссипацией, которая для рассматриваемой модели среды есть

$$(2.1) \quad D = \int_0^t \frac{1}{\rho} \left(\tau_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \Lambda \dot{\omega}^2 - \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} T}{T} \right) dt,$$

некоторого предельного значения D_* . Такой энергетический критерий разрушения позволяет, в принципе, описывать процесс разрушения как механизмом накопления микроструктурных повреждений, имеющим место, например, при откольном разрушении в волнах растяжения (при этом основной вклад в (2.1), наряду с мощностью механической диссипации $\tau_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p / \rho$, дает член $\Lambda \dot{\omega}^2 / \rho$ — мощность континуального разрушения),

так и сдвигом, возникающим, например, в задачах пробивания преград конечной толщины ударником с плоским передним срезом. В последнем случае, как известно, в преграде развиваются узкие зоны интенсивного адиабатического сдвига в местах концентрации напряжений. Работа пластических деформаций почти полностью превращается в тепло, которое из-за высоких локальных скоростей деформации не успевает распространиться на существенное расстояние от зон развитых пластических деформаций. В результате температура в зонах поднимается, появляются большие градиенты температуры, что вызывает дополнительное пластическое течение и дальнейшую концентрацию локальных пластических деформаций и приводит в конечном счете к выбиванию «пробки» из преграды. При разрушении сдвигом определяющий вклад в (2.1) дают члены $\tau_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p/\rho$ и $-\mathbf{q} \text{ grad } T/\rho T$. Последний — мощность термической диссипации — для закона теплопроводности Фурье $\mathbf{q} = -\kappa \text{ grad } T$ имеет вид $\kappa(\text{grad } T)^2/\rho T$.

Отметим, что различные эмпирические энергетические критерии давно используются для описания разрушения как при ползучести [16], разрушении сдвигом [17], при отколе [18, 19], так и в качестве единого критерия разрушения по механизмам сдвига и отрыва [20] и дают удовлетворительные результаты.

В [16] в качестве условия разрушения при ползучести принято достижение рассеянной энергией

$$(2.2) \quad A = \int_0^t \sigma_{ij} \eta_{ij} dt$$

некоторого предельного значения A_* (η_{ij} — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести), в [17] при численном моделировании задачи выбивания «пробки» из преграды применяется критерий предельной удельной работы пластических деформаций

$$(2.3) \quad A_p = \int_0^t \frac{1}{\rho} S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p dt \leq A_p^*,$$

а в [18—20] — критерий предельной удельной энергии формоизменения Губера — Мизеса — Генки

$$(2.4) \quad U_\Phi = \int_0^t \frac{1}{\rho} S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dt \leq U_\Phi^*.$$

Видно, что в случае упрощения модели (1.21) (отказ от введения внутренних параметров состояния ω и ϵ_{ij}^p и пренебрежение тепловыми эффектами) критерий (2.1) совпадает с (2.3) и мало отличается от (2.2) и (2.4). Однако критерий разрушения по удельной диссипации (2.1) имеет под собой ясную термодинамическую основу, чего нельзя сказать об эмпирических критериях (2.2)—(2.4).

3. Апробация модели осуществлялась на решении задачи о плоском соударении двух пластин для условий экспериментов [21].

Поскольку толщины пластин малы по сравнению с их размерами и характерное время процесса $\sim 2 \div 5$ мкс [21] (время нескольких пробегов упругой волны по толщине пластины-мишени), задача соударения решалась в одномерной математической постановке (одноосное деформированное состояние) и адиабатическом приближении ($\text{div } \mathbf{q} = 0$). При этом уравнения неразрывности, импульса и внутренней энергии записываются в декартовой системе координат $Oxyz$ (ось x перпендикулярна поверхностям пластин) следующим образом:

$$\dot{\rho}/\rho = -\dot{\epsilon}, \quad \dot{v} = (1/\rho)\partial(S + \sigma)/\partial x, \quad \rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_v \dot{\sigma} T = (3/2)S\dot{\epsilon}^p + \Lambda\dot{\omega}^2.$$

Здесь $v = v_x$ — скорость; $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{xx} = \partial v / \partial x$; $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon}_{xx}^p$; $S = S_{xx}$ — компонента тензора девиатора напряжений; остальные переменные совпадают с ранее введенными. Кроме того, пренебрегается деформационной анизотропией материала ($\Gamma = 0$) и учитывается, что $S_{yy} = S_{zz} = -S_{xx}/2$, $\dot{\varepsilon}_{yy}^p = \dot{\varepsilon}_{zz}^p = -\dot{\varepsilon}_{xx}^p/2$, поскольку $S_{hk} = 0$ и $\dot{\varepsilon}_{hk}^p = 0$.

Определяющие уравнения (1.21) имеют вид

$$\dot{\sigma}' = K_0 \left(\dot{\varepsilon} - \alpha_V \dot{T} - \frac{\Lambda}{3} \dot{\omega} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \sigma} \right), \quad \dot{S}' + \lambda S = \frac{4}{3} \mu_0 \dot{\varepsilon}, \quad |S'| \leq \frac{2}{3} Y,$$

$$\dot{\omega} = B (\sigma' - \sigma_*)^m H (\sigma' - \sigma_*).$$

Характеристики материала Y , μ_0 , K_0 находятся из (1.20). Разрушение анализируется на основе предельной удельной диссипации (2.1).

Начальные условия: $v = V_0$, $\rho = \rho_{01}$, $\sigma = S = 0$, $T = T_0$ ($-h_1 \leq \dot{x} \leq 0$) для ударника и $v = 0$, $\rho = \rho_{02}$, $\sigma = S = 0$, $T = T_0$ ($0 \leq \dot{x} \leq h_2$) для мишени. Здесь $\dot{x} = \dot{x}|_{t=0}$ — начальная лагранжева координата; h_1 , h_2 — толщины ударника и мишени. Граничные условия на свободных поверхностях пластин ($\dot{x} = -h_1$, $\dot{x} = h_2$): $\sigma + S = 0$. Граничные условия на контактной поверхности $\dot{x} = 0$: $v^+ = v^-$, $(\sigma + S)^+ = (\sigma + S)^-$, для сжимающих сил $(\sigma + S)^+ = (\sigma + S)^- < 0$ и условия свободной поверхности $\sigma + S = 0$ — в противном случае.

Так же, как на контактной поверхности $\dot{x} = 0$, ставятся и граничные условия на поверхностях откольного разрушения, вводимых в процессе расчета в сечениях мишени, где выполняется критерий разрушения (2.1).

Задача решается на лагранжевой расчетной сетке по явной конечно-разностной схеме [1]. Алгоритм построения поверхностей откольного разрушения в пластине, основанный на процедуре перестройки лагранжевой сетки в поверхность разрушения, и процедура пересчета параметров состояния на новую сетку изложены в [18], а метод численной реализации граничных условий на контактной поверхности пластин и поверхностях разрушения — в [22].

Материал ударника — алюминий, преграды — титан [21]. Характеристики материалов взяты из [2]: для алюминия $\rho_0 = 2780$ кг/м³, $K_0 = 79,06$ ГПа, $\mu_0 = 27,6$ ГПа, $Y_0 = 0,29$ ГПа, $Y_{\max} = 0,68$ ГПа, $T_{m0} = 1220$ К, $\beta = 125$, $b = 0,065$ ГПа⁻¹, $n = 0,4$, $h = 6,2 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\alpha_V = 6,72 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $\gamma_0 = 1,97$, $c_\sigma = 924,3$ Дж/(кг·К), $\kappa = 230$ Вт/(М·К); для титана $\rho_0 = 4530$ кг/м³, $K_0 = 123,4$ ГПа, $\mu_0 = 43,4$ ГПа, $Y_0 = 0,71$ ГПа, $Y_{\max} = 1,45$ ГПа, $T_{m0} = 2260$ К, $\beta = 780$, $b = 0,0115$ ГПа⁻¹, $w = 0,065$, $h = 6,2 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\alpha_V = 2,52 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $\gamma_0 = 1,23$, $c_\sigma = 520,7$ Дж/(кг·К), $\kappa = 20$ Вт/(М·К). Толщина ударника $h_1 = 2$ мм, мишени $h_2 = 10$ мм. Параметры модели B , Λ , σ_*^0 и m подобраны из сравнения результатов экспериментов [21] с расчетами: для алюминия $B = 1,034 \cdot 10^{-3}$ (Па·с)⁻¹, $\Lambda = 193,3$ Па·с, $m = 1$, $\sigma_*^0 = 0,145$ ГПа; для титана $B = 4,225 \cdot 10^{-4}$ (Па·с)⁻¹, $\Lambda = 591,7$ Па·с, $m = 1$, $\sigma_*^0 = 1,065$ ГПа.

На рис. 1 показана зависимость скорости тыльной поверхности мишени $w = v|_{x=h_2}$ от времени для скоростей удара $V_0 = 660$ (кривая 1) и 1900 м/с (кривая 2, сплошные линии — эксперимент [21], пунктирные — расчет). В расчетах для титана использовалось значение предельной удельной диссипации $D_* = 75$ КДж/кг. Как видно из рис. 1,

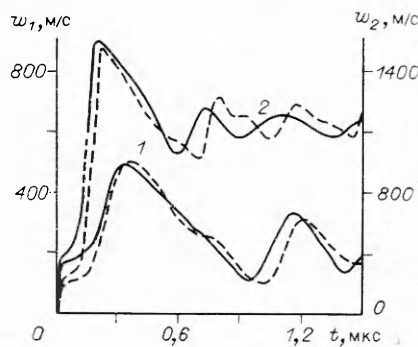
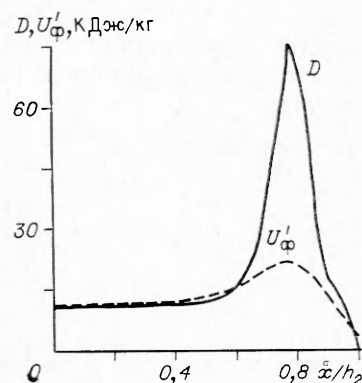
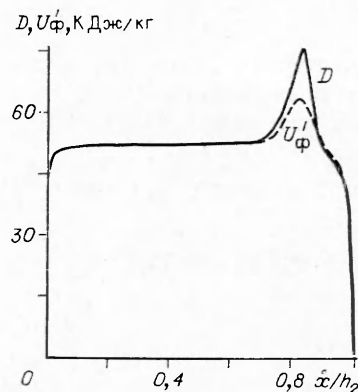


Рис. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными как по времени образования откольных тарелочек, их толщинам, так и по скоростям отколов. Расхождения в величинах расчетных и экспериментальных амплитуд упругих предвестников связано, по-видимому, с тем, что в модели Штейнберга — Гуинана (1.20) не учитывается явным образом зависимость предела текучести материала от скорости деформации, что сказывается на самом начальном этапе расчета при формировании волны сжатия, распространяющейся по мишени.

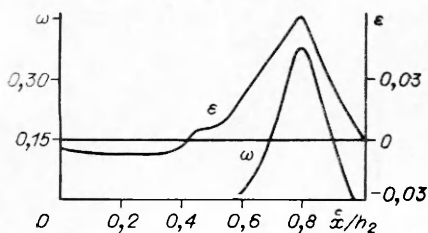
На рис. 2, 3 представлено распределение величин удельных диссипаций и приведенной удельной энергии формоизменения

$$U'_{\Phi} = \int_0^t \frac{1}{\rho} S'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dt$$

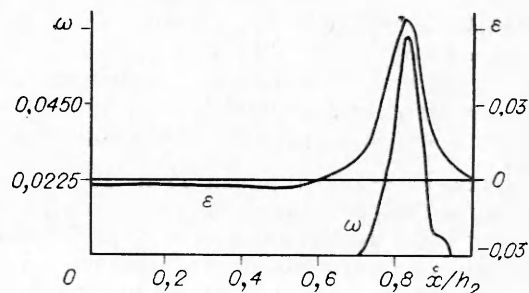
в моменты выполнения критерия разрушения (2.1) для скоростей удара $V_0 = 660$ и 1900 м/с соответственно. Видно, что максимум U'_{Φ} достигается в тех же сечениях, где достигается максимум удельной диссипации D , однако в качестве критерия разрушения величина U'_{Φ} не может быть выбрана, поскольку максимум U'_{Φ} заметно растет с увеличением V_0 .

На рис. 4, 5 показаны распределения параметра повреждаемости ω и деформации ϵ в моменты выполнения критерия (2.1) для $V_0 = 660$ и 1900 м/с. Максимумы ω и ϵ достигаются в тех же сечениях, что и максимумы D . Однако с увеличением V_0 предельное значение ω заметно уменьшается, а значит, не может служить критерием откольного разрушения. Максимальные же растягивающие деформации ϵ в сечениях разрушения для $V_0 = 660$ и 1900 м/с практически совпадают.

Таким образом, построена связанная модель повреждаемого термоупругопластического тела с внутренними параметрами состояния. Предложен критерий разрушения предельной удельной диссипации, позво-



Р и с. 4



Р и с. 5

ляющий, в принципе, описывать разрушение в условиях сложного напряженного состояния как механизмом сдвига, так и механизмом отрыва за счет накопления параметра повреждаемости в областях растяжения, оказывающего влияние на напряженное состояние. На примере решения задачи о плоском соударении пластин показано, что модель позволяет правильно представить основные особенности процесса, а критерий разрушения применим для описания откольных разрушений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
2. Wilkins M. L. Modelling the behaving of materials // Structural impact and crush-worthiness: Proc. Intern. Conf., London, 1984.— N. Y., 1984.— V. 2.
3. Coleman B. D., Gurtin H. E. Thermodynamics with internal state variables // J. Chem. Phys.— 1967.— V. 47, N 2.
4. Gursan R. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Pt I. Field criterion and flowrules for porous ductile materials // J. Engng Mat. Techn.— 1977.— V. 99, N 1.
5. Кукуджанов В. И. Численное решение неоднородных задач распространения волн напряжений в твердых телах // Сообщения по прикладной математике.— М.: ВЦ АН СССР, 1976.— Вып. 6.
6. Антуков В. И. Модель термоупруговязкопластической поврежденной среды. Приложение к откольному разрушению // ФГВ.— 1986.— № 2.
7. Астафьев В. И. Структурные параметры и длительная прочность мегаллов в условиях ползучести // ПМТФ.— 1987.— № 2.
8. Кондауров В. И., Мухамедиев Ш. А., Никитин Л. В., Рыжак Е. И. Механика разрушения горных пород.— М.: ИФЗ АН СССР, 1987.
9. Tuler F. R., Butcher B. M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture // Intern. J. Fract. Mech.— 1968.— N 4.
10. Seaman L., Curran D. R., Shockey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys.— 1976.— V. 47, N 11.
11. Работнов Ю. И. Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
12. Новожилов В. В., Кадашевич Ю. П., Рыбакина О. Г. Разрыхление и критерий разрушения в условиях ползучести // ДАН СССР.— 1983.— Т. 270, № 4.
13. Рузанов А. И. Численное моделирование откольной прочности с учетом микроповреждений // Изв. АН СССР. МТТ.— 1984.— № 5.
14. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов.— М.: ИЛ, 1960.
15. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела.— М.: Наука, 1971.
16. Соснин О. В. О варпанте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения // Механика деформируемых тел и конструкций.— М.: Машиностроение, 1975.
17. Гулидов А. И., Фомин В. М., Шабалин И. И. Численное моделирование разрушения сдвигом // Механика быстропротекающих процессов.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1984.
18. Киселев А. Б. О критерии динамического разрушения при ударном взаимодействии упругопластических тел // Вестн. МГУ. Сер. Математика, механика.— 1986.— № 6.
19. Киселев А. Б. Численное моделирование разрушения при распространении упругопластических волн // Теория распространения волн в упругих и упругопластических средах.— Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1987.
20. Киселев А. Б., Максимов В. Ф. Численное решение трехмерной задачи пробивания тонкой упругопластической преграды // VI Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике: Аннот. докл.— Ташкент: ФАН, 1986.
21. Канель Г. И., Разоренов С. В., Фортков В. Е. Откольная прочность металлов в широком диапазоне амплитуд ударной нагрузки // ДАН СССР.— 1987.— Т. 294, № 2.
22. Гулидов А. И., Шабалин И. И. Численная реализация граничных условий в динамических контактных задачах.— Новосибирск, 1987.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т теорет. и прикл. механики; № 12—87).

г. Москва

Поступила 10/IV 1989 г.