

УДК 539.3
DOI: 10.15372/PMTF202215109

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПОЛИМЕРНОГО СВЯЗУЮЩЕГО ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОМПОЗИТНЫХ КОРПУСНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Вл. О. Каледин, В. О. Каледин*, Е. В. Решетникова*,
А. Е. Паульзен*, А. Д. Ульянов*

Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения,
Хотьково, Россия

* Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Кемеровского государственного университета, Новокузнецк, Россия

E-mails: kaledinvl@mail.ru, vkaled@mail.ru, elenares@yandex.ru, anna310591@yandex.ru, zbrg@mail.ru

Представлена имитационная математическая модель, описывающая процесс стеклования и расстеклования связующего. Получены теоретические оценки эффективных физико-механических параметров материала и микроструктурных напряжений при изменении температуры. Разработана численная схема (в виде компьютерной программы), позволяющая реализовать методику моделирования. Получены оценки модулей упругости и субмикроструктурных напряжений. Результаты могут быть использованы при выборе состава материала и его параметров на заключительных стадиях технологического процесса создания полимерного связующего.

Ключевые слова: реактопласты, стеклование, релаксационные переходы, “замороженные” деформации

Введение. При изготовлении конструкций из полимерных композиционных материалов требуется оценка жесткости и прочности их элементов как при изготовлении, так и на этапе эксплуатации [1, 2]. Такая оценка включает анализ эволюции физико-механических свойств и напряженно-деформированного состояния связующего.

Реактопласты, в частности эпоксидные связующие, в композиционных материалах в процессе переработки последовательно переходят в вязкотекучее, высокоэластичное и стеклообразное состояния [3]. Наиболее полный обзор физико-химических процессов отверждения эпоксидных полимеров приведен в работе [4]. Процесс стеклования представляет собой переход из высокоэластичного состояния в стеклообразное (фазовый α -переход) при охлаждении; является релаксационным процессом, в основе которого лежит разная степень молекулярной подвижности в различных температурных интервалах. К моменту завершения процесса стеклования трехмерная полимерная сетка уже сформирована. При нагреве до температуры, превышающей температуру стеклования, полимер переходит в высокоэластичное состояние (расстеклование); такой переход может происходить многократно, т. е. α -переход является обратимым.

В момент начала перехода в стеклообразное состояние химические процессы еще не завершены [5], т. е. связанность макромолекул увеличивается по мере увеличения доли стеклообразной фазы, что объясняет наличие интервала температур стеклования. Однако в высокоэластичном состоянии релаксационный спектр смещен в сторону малых времен, что позволяет при термообработке в течение нескольких десятков часов снять возникающие вследствие усадки напряжения, которые в результате не превышают нескольких процентов суммарных технологических напряжений [6].

Процесс стеклования характеризуется увеличением модуля упругости и “замораживанием” микродеформаций [7].

В отличие от термопластов эпоксидные полимеры при повторном нагреве не переходят в вязкотекучее состояние, что исключает повторное формоизменение давлением; однако модуль упругости во много раз уменьшается, “замороженные” деформации также уменьшаются.

Теоретические оценки напряженно-деформированного состояния, выполненные с использованием методов механики деформируемого твердого тела [8], основаны на моделях, включающих определяющие уравнения многофазной среды. Вследствие их сложности большое значение приобретают упрощения на основе физически обоснованных гипотез. В [7] предложена простая и достаточно адекватная модель растущей жесткости, в которой связующее является однородным. Жесткость связующего определяется средними по объему напряжениями, а прочность — амплитудными значениями напряжений.

Однако неравномерность распределения температуры в объеме связующего до начала стеклования [9–12] усложняет описание фазовых переходов и деформирования тонкостенных конструкций [13]. Полученные с помощью модели [7] эффективные модули упругости и остаточные напряжения при релаксационных переходах в связующем исследованы недостаточно.

1. Постановка задачи и концептуальная модель. Следуя работе [7], будем полагать, что на конечном этапе термообработки связующее находится в высокоэластичном состоянии, при этом оставшиеся напряжения являются достаточно малыми. Тогда деформацию в отсутствие внешних сил можно принять равной нулю, что позволяет сформулировать задачу механики, приняв в качестве начального высокоэластичное состояние при температуре, соответствующей завершению процесса стеклования полимеризованного связующего.

В процессе релаксационных переходов связующее рассматривается в качестве микронеоднородной многофазной среды, состоящей из молекулярных кластеров — доменов. В предположении, что каждый домен находится в одном из фазовых состояний, применяется модель растущей жесткости и строится поле напряжений в совокупности доменов.

Введем следующие предположения.

1. Связующее стеклуется путем реализации случайного процесса перехода малых доменов из высокоэластичного состояния в стеклообразное.

2. Случайный процесс обладает пространственной эргодичностью: в любом объеме средняя доля доменов стеклообразной фазы одинакова и изменяется со временем; следовательно, средние по любому объему физико-механические характеристики (ФМХ) равны ФМХ, средним по ансамблю доменов, переходящих в стеклообразное состояние при одних и тех же условиях.

3. Переход домена из высокоэластичного состояния в стеклообразное проявляется в мгновенном увеличении модуля упругости и появлении “замороженной” деформации (разности наблюдаемой деформации и температурной деформации).

4. Возможны изотермические релаксационные переходы, обусловленные увеличением размеров молекулярных структур и уменьшением подвижности макромолекул.

В силу стохастичности процесса целесообразно провести его имитационное моделирование. На определенном интервале времени случайным образом (с соблюдением эргодичности) задаются домены, испытывающие релаксационный переход. Далее с использованием модели растущей жесткости и методов механики деформируемого твердого тела рассчитывается напряженно-деформированное состояние с изменившимся соотношением стеклообразных и высокоэластичных доменов. После завершения релаксационных переходов материал становится термоупругим.

С использованием концептуальной модели могут быть поставлены и решены следующие задачи, имеющие существенное значение при выборе технологических режимов получения полимерного связующего: 1) определение средних и максимальных (минимальных) величин “замороженных” деформаций; 2) определение эффективных физико-механических параметров.

2. Структура математической модели. Деформирование материала будем рассматривать как деформирование микронеоднородной сплошной среды. В этом случае поле перемещений $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ является непрерывной и кусочно-гладкой функцией координат, \mathbf{r} — радиус-вектор точки среды.

В пределах подобластей, рассматриваемых как однородные, дифференцируя перемещения по координатам, получаем тензор деформаций

$$[\varepsilon_{ij}] = \frac{1}{2} (\nabla + \nabla^T) \mathbf{u}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

который в декартовых координатах принимает вид (в матричной записи)

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T. \quad (2)$$

Вариация работы напряжений на деформациях является билинейной формой матриц-столбцов вариации (2) и матрицы-столбца напряжений $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T.$$

Считая все процессы квазистационарными, а массовые силы пренебрежимо малыми, положим, что поля напряжений удовлетворяют уравнению равновесия

$$\boldsymbol{\sigma}^T \delta \boldsymbol{\varepsilon} = 0, \quad (3)$$

где δ — вариация.

В качестве основного определяющего уравнения примем закон, аналогичный закону термоупругости Дюамеля — Неймана, но дополнительно включающий “замороженные” деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^*$:

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = D(\mathbf{r}, T) \delta[\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^* - \boldsymbol{\varepsilon}^{(t)}]. \quad (4)$$

Здесь матрица D содержит параметры упругости материала, зависящие от температуры T ; $\boldsymbol{\varepsilon}^{(t)}$ — температурные деформации.

С учетом дифференциального равенства

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}^{(t)} = \boldsymbol{\alpha} \delta T, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha, \alpha, \alpha, 0, 0, 0\}^T$ — вектор-столбец коэффициентов линейного температурного расширения (КЛТР), запишем равенство (4) в виде

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = D(\mathbf{r}, T) [\delta \boldsymbol{\varepsilon} - \delta \boldsymbol{\varepsilon}^* - \boldsymbol{\alpha} \delta T]. \quad (6)$$

Однако в эксперименте измеряются интегральные величины, поэтому для перехода от дифференциального КЛТР к интегральному и обратно необходимо линеаризовать соотношение (5) в конечном диапазоне значений температуры. Линеаризованный (эффективный)

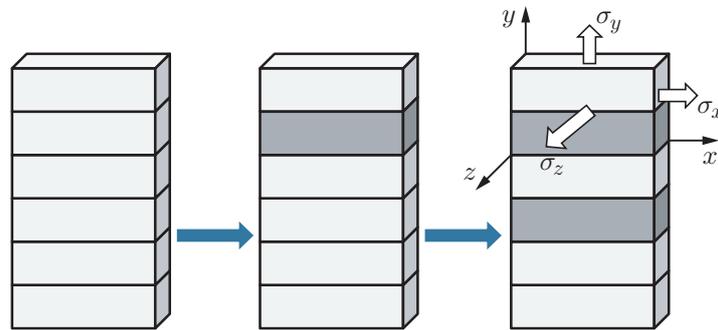


Рис. 1. Модель последовательно стеклующихся доменов:
светлые области — высокоэластичная фаза, темные — стеклообразная фаза

КЛТР найдем из условия, согласно которому приращение температурной деформации при изменении температуры в интервале от T_1 до $T_2 = T_1 + \Delta T$ должно быть равным приращению температурной деформации, рассчитанному при переменном КЛТР:

$$\alpha^*(\Theta_1, \Theta_2) = \frac{1}{\Theta_2 - \Theta_1} [\alpha(\Theta_2)\Theta_2 - \alpha(\Theta_1)\Theta_1]. \quad (7)$$

Здесь $\Theta_i = T_i - T_0$; T_0 — начальная температура при изготовлении материала или нормальная температура, начиная с которой происходит нагрев вследствие тепловых воздействий при эксплуатации изделия.

Уравнения (1), (3), (7) представляют собой кинематические соотношения, уравнения равновесия и определяющее уравнение термоупругости.

Для формулировки теоретических определяющих уравнений релаксационного перехода в домене будем полагать, что стеклование либо расстеклование является одномоментным актом, в котором температура неизменна, а ФМХ мгновенно изменяются; матрицу упругости в (6) в высокоэластичном состоянии обозначим через D_w , а в стеклообразном — через D_c . Рассмотрим переход из высокоэластичного состояния в стеклообразное. Тогда с учетом условий сохранения состояния термоупругого равновесия вариация напряжений при переходе должна быть равна нулю, вариация температуры в (6) и “замороженные” деформации до перехода также равны нулю. Приравнявая правые части равенства (6) до и после релаксационного перехода и переходя к конечным приращениям, получаем “замороженные” деформации, возникающие при релаксационном переходе:

$$\epsilon^* = \epsilon - \epsilon^{(t)} - D_c^{-1} \sigma.$$

3. Теоретические оценки напряжений и деформаций в связующем при релаксационном переходе. Используем имитационную модель, состоящую из конечного числа доменов, которые представляют собой прямоугольные параллелепипеды (рис. 1). При любом деформировании грани параллелепипеда остаются плоскими, что обеспечивается кинематическими условиями: три грани (левая, нижняя и задняя) закреплены вдоль нормалей, три противоположные грани (правая, верхняя и лицевая) подвижны, но перемещения по нормали в пределах грани постоянны. Осредненные деформации параллелепипеда однозначно выражаются через перемещения его подвижных граней и размеры. На подвижных гранях могут быть заданы внешние напряжения, которые уравниваются силами реакции на закрепленных гранях. Средние деформации и внешние напряжения связаны физическим законом термоупругости, в который входят эффективные физико-механические параметры; кроме того, деформации и напряжения в различных доменах могут различаться, т. е. в рассматриваемом объеме материала к напряженному состоянию, обусловленному наличием внешних напряжений, добавляется самоуравновешенное

напряженное состояние, изменяющееся на характерном размере домена. При расчете на каждом шаге в случайном порядке задаются домены, переходящие на этом шаге в стеклообразное состояние, при этом объемная доля стеклообразной фазы увеличивается с сохранением равномерного распределения доменов по объему, после чего рассчитываются “замороженные” в новых доменах деформации и напряженно-деформированное состояние во всем объеме. Затем при неизотермическом стекловании в каждом домене рассчитываются также накопленные при изменении температуры на ΔT температурные деформации:

$$\varepsilon_{\tau+1}^{(t)} = \varepsilon_{\tau}^{(t)} + \alpha \cdot \Delta T$$

(α — коэффициент при дифференциале температуры в выражении для дифференциала температурной деформации, который может быть функцией температуры (для высокоэластичных доменов $\alpha = \alpha_w$, для стеклообразных $\alpha = \alpha_c$)) и восстанавливается состояние термоупругого равновесия. Заметим, что согласно этой модели процесс стеклования обратим и все шаги расчета могут быть выполнены в обратном порядке; в результате происходит возврат к исходному высокоэластичному состоянию.

Получим оценку эффективного модуля упругости при изотермическом стекловании. Рассмотрим представление структурного элемента двухфазного материала (см. рис. 1), в котором объемная доля стеклообразной фазы равна ξ , объемная доля высокоэластичной фазы — $1 - \xi$.

Суммирование податливостей позволяет оценить средний модуль упругости в направлении оси y :

$$E_y^* = \frac{\xi}{1 - \mu_c} \left(\frac{1 - \mu_c + 2\mu_c^2}{E_c} - 2A(\xi)\mu_c \right) + \frac{1 - \xi}{1 - \mu_w} \left(\frac{1 - \mu_w + 2\mu_w^2}{E_w} - 2A(\xi)\mu_w \right).$$

Здесь E_w, μ_w — модуль упругости и коэффициент Пуассона в высокоэластичном состоянии; E_c, μ_c — модуль упругости и коэффициент Пуассона в стеклообразном состоянии,

$$A(\xi) = \frac{\xi\mu_c/(1 - \mu_c) + (1 - \xi)\mu_w/(1 - \mu_w)}{\xi E_c/(1 - \mu_c) + (1 - \xi)E_w/(1 - \mu_w)}.$$

Зависимость эффективного модуля упругости, отнесенного к E_w , от степени стеклования ξ при $E_c = 100E_w, \mu_c = 0,3$ и различных значениях μ_w приведена на рис. 2. Видно, что с увеличением коэффициента Пуассона высокоэластичной фазы эффективный модуль упругости увеличивается и может превышать верхнюю оценку, полученную по правилу суммирования жесткостей [14].

При оценке эффективных КЛТР двухфазной среды, выполняемой по правилу суммирования деформаций (для КЛТР в направлении оси y на рис. 1), получаем

$$\alpha_y^* = \xi\alpha_c + (1 - \xi)\alpha_w,$$

при оценке, выполняемой по правилу суммирования напряжений (для КЛТР в направлениях осей x и z), —

$$\alpha_x^* = \alpha_z^* = \frac{\xi\alpha_c E_c(1 - \mu_c) + (1 - \xi)\alpha_w E_w(1 - \mu_w)}{\xi E_c(1 - \mu_c) + (1 - \xi)E_w(1 - \mu_w)}.$$

Результаты численных расчетов получены с использованием конечно-элементного моделирования. Каждый пространственный конечный элемент представительного объема отождествлялся с одним доменом. Результаты расчета эффективных модулей упругости представлены на рис. 3. Расчеты проводились на сетке $16 \times 16 \times 1$, поэтому модуль упругости в направлении z совпадает с модулем упругости, полученным по правилу суммирования податливостей, модули упругости в направлениях x и y имеют статистический

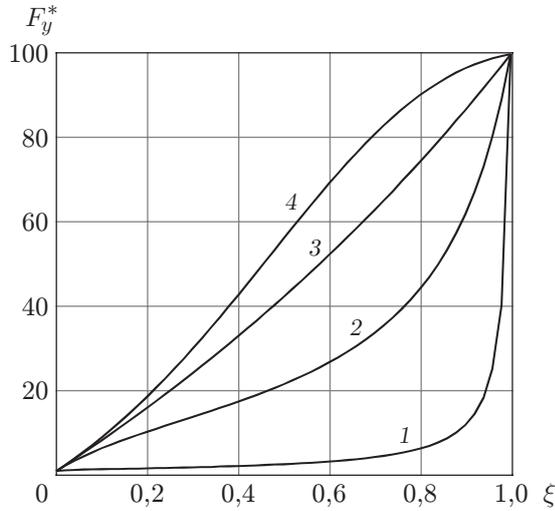


Рис. 2

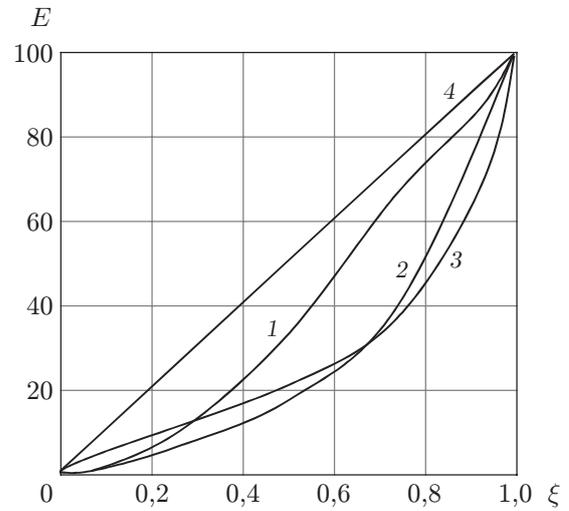


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость эффективного модуля упругости от степени стеклования ξ при различных значениях коэффициента Пуассона для высокоэластичной фазы:
 1 — $\mu_w = 0,3$, 2 — $\mu_w = 0,49$, 3 — $\mu_w = 0,498$, 4 — $\mu_w = 0,5$

Рис. 3. Зависимость модулей упругости от объемной доли стеклообразной фазы:
 1 — E_y , 2 — E_z , 3 — оценка E_z по правилу суммирования податливостей, 4 — оценка E_z по правилу суммирования жесткостей

разброс (в зависимости от конфигурации подобластей стеклообразной фазы) и различаются незначительно. Эффективные модули упругости удовлетворительно согласуются с оценкой, выполненной по правилу суммирования податливостей [14], однако при малой объемной доле стеклообразной фазы численные оценки модуля упругости отличаются от модуля упругости высокоэластичной фазы менее существенно, чем теоретическая оценка, что может быть обусловлено более мягкими кинематическими условиями.

Для получения теоретических оценок эффективных модулей упругости и деформаций при переменной температуре стеклования рассмотрим предельный случай бесконечного числа доменов. Пусть в некоторый момент времени доля стеклообразных доменов равна ξ и система находится в состоянии равновесия:

$$\sigma_{cx}\xi + \sigma_{wx}(1 - \xi) = 0$$

(σ_{wx} , σ_{cx} — напряжения в высокоэластичной и стеклообразной фазах соответственно). Далее происходит изменение температуры на величину ΔT , и напряжения в высокоэластичной и стеклообразной фазах получают следующие приращения:

$$\Delta\sigma_{cx} = \frac{E_c}{1 - \mu_c} \Delta\varepsilon_x - \frac{E_c}{1 - \mu_c} \alpha_c \Delta T, \quad \Delta\sigma_{wx} = \frac{E_w}{1 - \mu_w} \Delta\varepsilon_x - \frac{E_w}{1 - \mu_w} \alpha_w \Delta T. \quad (8)$$

При стекловании $d\xi$ элементов равновесное состояние сохраняется:

$$\Delta\sigma_{cx} (\xi + d\xi) + \Delta\sigma_{wx} (1 - \xi - d\xi) = 0. \quad (9)$$

Подставляя (8) в (9), получаем

$$\Delta\varepsilon_x = \frac{E'_c \alpha_c (\xi + d\xi) + E'_w \alpha_w (1 - \xi - d\xi)}{E'_c (\xi + d\xi) + E'_w (1 - \xi - d\xi)} \Delta T, \quad (10)$$

где $E'_c = E_c / (1 - \mu_c)$; $E'_w = E_w / (1 - \mu_w)$.

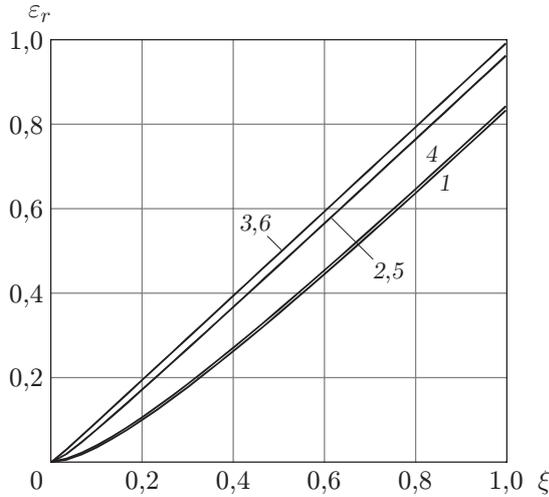


Рис. 4

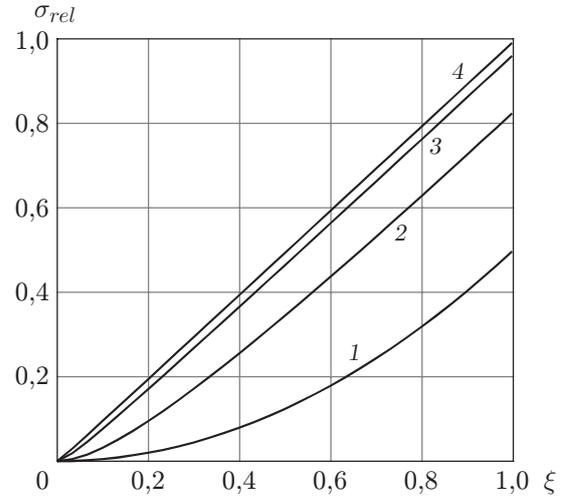


Рис. 5

Рис. 4. Зависимость равновесной деформации от степени стеклования:
 1 — $E_{wc} = 0,1, \alpha_{wc} = 0,1$, 2 — $E_{wc} = 0,01, \alpha_{wc} = 0,1$, 3 — $E_{wc} = 0,001, \alpha_{wc} = 0,1$, 4 — $E_{wc} = 0,1, \alpha_{wc} = 0,2$, 5 — $E_{wc} = 0,01, \alpha_{wc} = 0,2$, 6 — $E_{wc} = 0,001, \alpha_{wc} = 0,2$

Рис. 5. Зависимость напряжения от степени стеклования:
 1 — $E_{wc} = 1,01$, 2 — $E_{wc} = 0,1$, 3 — $E_{wc} = 0,01$, 4 — $E_{wc} = 0,001$

Продифференцируем (10) по малому приращению $d\xi$:

$$\frac{d\varepsilon_x}{d\xi} = \frac{\xi E'_c \alpha_c + (1 - \xi) E'_w \alpha_w}{\xi E'_c + (1 - \xi) E'_w} \frac{dT}{d\xi}, \tag{11}$$

а затем проинтегрируем уравнение (11). Поскольку полученная функция отличается от функции ξ на малую величину, зависящую от соотношения ФМХ фаз, результат интегрирования можно записать в виде

$$\varepsilon_x(\xi) = \frac{T' \alpha_c}{(1 - E_{wc})^2} \varepsilon_r(\xi), \tag{12}$$

где T' — изменение температуры на интервале времени стеклования; $E_{wc} = E_w/E_c$; $\alpha_{wc} = \alpha_w/\alpha_c$; $T' \alpha_c / (1 - E_{wc})^2$ — размерный множитель, связывающий величину деформации с безразмерной функцией $\varepsilon_r(\xi)$:

$$\varepsilon_r(\xi) = \xi(1 - E_{wc}(1 + \alpha_{wc} - E_{wc}\alpha_{wc})) - E_{wc}(1 - \alpha_{wc}) \ln(1 + \xi(1 - E_{wc})/E_{wc}).$$

Влияние безразмерного параметра E_{wc} на функцию $\varepsilon_r(\xi)$ показано на рис. 4. Видно, что при уменьшении E_{wc} безразмерная функция $\varepsilon_r(\xi)$ стремится к ξ . От α_{wc} величина ε_r зависит несущественно (кривые 1–3, построенные при $\alpha_{wc} = 0,1$, практически сливаются с кривыми 4–6 соответственно, построенными при $\alpha_{wc} = 0,2$).

Получив с использованием (8) дифференциальное уравнение и подставив в него (11), получаем уравнение для определения напряжений

$$\frac{d\sigma_{wx}}{d\xi} = \frac{\xi E'_c E'_w (\alpha_c - \alpha_w)}{\xi E'_c + (1 - \xi) E'_w} T'. \tag{13}$$

В результате интегрирования (13) находим

$$\sigma_{wx}(\xi) = \frac{E'_w \Delta \alpha T'}{(1 - E_{wc})^2} [\xi - f(E_{wc})] = \frac{E'_w \Delta \alpha T'}{(1 - E_{wc})^2} \sigma_{rel}(\xi),$$

где множитель $\sigma_{rel}(\xi) = \xi(1 - E_{wc}) - E_{wc} \ln(1 + \xi(1 - E_{wc})/E_{wc})$ характеризует изменение напряжений в процессе стеклования (рис. 5); $\Delta\alpha = \alpha_c - \alpha_w$; $E'_w \Delta\alpha T' / (1 - E_{wc})^2$ — размерный множитель, определяющий величину напряжений в высокоэластичной фазе.

Из рис. 5 следует, что при $E_{wc} < 0,01$ различие кривых становится несущественным, а функция $\sigma_r(\xi)$ стремится к ξ .

Зависимость “замороженных” деформаций в стеклообразных доменах от ξ имеет вид

$$\varepsilon_x^*(\xi) = \frac{\sigma_{wx}(\xi)}{E_w^*} (1 - E_{wc}) = \frac{\Delta\alpha T'}{1 - E_{wc}} \left[\xi - \frac{E_{wc}}{1 - E_{wc}} \ln \left(1 + \frac{\xi(1 - E_{wc})}{E_{wc}} \right) \right].$$

Состояние домена стеклообразной фазы определяется текущей степенью стеклования ξ и его положением на оси y в момент стеклования $y < \xi$. Таким образом, стеклообразные домены расположены вдоль оси y в порядке их стеклования. При больших значениях ξ напряженно-деформированное состояние домена стеклообразной фазы зависит как от ξ , так и от y . В момент ξ текущая температурная деформация домена, стеклующегося в момент y , равна

$$\varepsilon_x^{(t)}(y, \xi) = \alpha_c(T|_{\xi} - T|_{\xi=y}) = \alpha_c T' (\xi - y).$$

Неупругие деформации определяются как сумма температурных и “замороженных” деформаций:

$$\varepsilon_{0x}(y, \xi) = \varepsilon_x^{(t)}(y, \xi) + \varepsilon_x^*(y) = T' \alpha_c \left[\xi - y \left(1 - \frac{1 - \alpha_{wc}}{1 - E_{wc}} \right) \right] = T' \alpha_c \varepsilon_{0r}(y, \xi). \quad (14)$$

Таким образом, в (14) множитель $T' \alpha_c$ является размерным, множитель $\varepsilon_{0r}(y, \xi) = \xi - y(1 - (1 - \alpha_{wc})/(1 - E_{wc}))$ — безразмерным.

В момент завершения стеклования $\xi = 1$ и распределение неупругих деформаций в стеклообразной фазе является функцией y . На рис. 6 показаны безразмерные зависимости текущей деформации от степени стеклования ξ , “замороженной” деформации после завершения стеклования от y , температурной деформации в стеклообразной фазе от y при $\xi = 1$ и суммарной неупругой деформации в стеклообразной фазе от y .

Упругие деформации в стеклообразной фазе $\varepsilon_{cx}(y, \xi)$ в текущий момент ξ получаются путем вычитания неупругой деформации $\varepsilon_{0x}(y, \xi)$ (14) из полной деформации $\varepsilon_x(\xi)$ (12):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cx}(y, \xi) &= T' \alpha_c \left(\frac{\varepsilon_r(\xi)}{(1 - E_{wc})^2} - \varepsilon_{0r}(y, \xi) \right) = \\ &= \frac{T' \alpha_c}{(1 - E_{wc})^2} \left[y \left(1 - \frac{1 - \alpha_{wc}}{1 - E_{wc}} \right) (1 - E_{wc})^2 - f(\xi, E_{wc}, \alpha_{wc}) \right]. \end{aligned}$$

На рис. 7 представлена зависимость упругих деформаций от относительного модуля E_{wc} при $\xi = 1$ для различных доменов.

Напряжения равны произведению величины E'_c и упругой деформации:

$$\sigma_{cx}(y, \xi) = \frac{E'_c T' \alpha_c}{(1 - E_{wc})^2} \left[y \left(1 - \frac{1 - \alpha_{wc}}{1 - E_{wc}} \right) (1 - E_{wc})^2 - f(\xi, E_{wc}, \alpha_{wc}) \right].$$

После завершения стеклования при $\xi = 1$ получаем распределение напряжений

$$\sigma_{cx}(y) = \frac{E'_c T' \alpha_c}{(1 - E_{wc})^2} \sigma_{cr}(y), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{cr}(y) &= -y(E_{wc} + \alpha_{wc} - E_{wc}^2 - E_{wc}\alpha_{wc}) - E_{wc}(1 + \alpha_{wc} - E_{wc}\alpha_{wc}) - \\ &\quad - E_{wc}(1 - \alpha_{wc}) \ln(1 + (1 - E_{wc})/E_{wc}). \end{aligned}$$

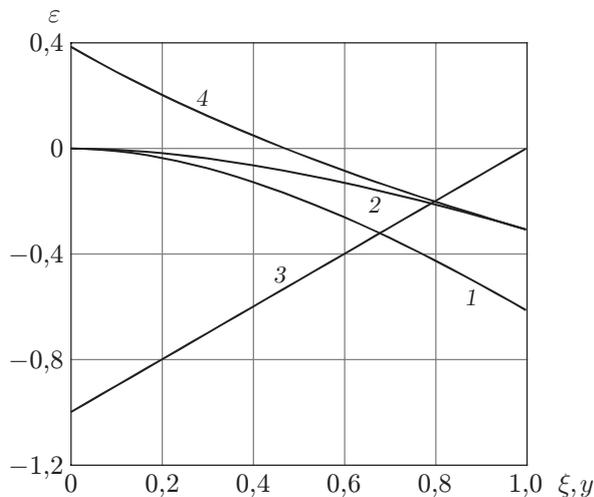


Рис. 6

Рис. 6. Зависимости деформации в процессе стеклования от степени стеклования (1), а также “замороженной” деформации (2), температурной деформации (3) и неупругой деформации в доменах (4) после завершения стеклования от y

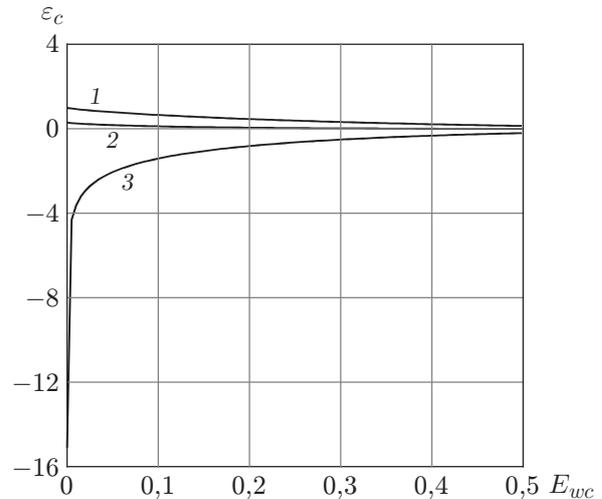


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость упругой деформации в стеклообразных доменах от относительного модуля E_{wc} :

1 — $y = 1$, 2 — $y = 0,5$, 3 — $y = 0$

Следует отметить, что напряжения оказались ненулевыми, но самоуравновешенными при любых ξ , в том числе после завершения стеклования.

4. Результаты численного моделирования. В качестве примера рассмотрена полоса, состоящая из 33 доменов. Модули упругости равны $E_w = 5 \cdot 10^7$ Па, $E_c = 5 \cdot 10^9$ Па, коэффициенты Пуассона $\mu_w = 0,499$, $\mu_c = 0,3$.

В первом случае рассмотрен процесс изотермического стеклования доменов при $T = 80$ °С, разделенный на семь этапов. На каждом этапе доля доменов стеклообразной фазы постепенно увеличивалась: $\xi = 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,00$.

На всех этапах стеклования деформации ε_x , ε_y имеют постоянное значение, равное 10^{-9} , а угловая деформация γ_{xy} не превышает значения 10^{-16} .

В изотермическом процессе напряжения и “замороженные” деформации равны нулю. “Замороженные” деформации, полученные в численном расчете, не превышают 10^{-15} , что определяется погрешностью вычислений. Эффективные модули упругости и КЛТР рассчитывались путем приложения “пробных” единичных нагрузок к граням элементов и изменения температуры на 1 °С соответственно.

Во втором случае рассмотрен процесс стеклования при уменьшении температуры от 100 до 50 °С. Деформации сдвига всюду не превышают 10^{-14} . Линейные деформации в поперечном направлении (вдоль оси x) соответствуют сжатию и достигают 0,3 %, в продольном направлении (вдоль оси y) при сжатии достигают 0,3 %, при растяжении — 0,6 %. В соответствии с теоретической оценкой при малой объемной сжимаемости высокоэластичной фазы значения КЛТР становятся аномальными. Значения напряжений σ_y , τ_{xy} не превышают вычислительной погрешности, значения напряжения σ_x хорошо согласуются со значениями, полученными в результате теоретической оценки (15) (размерный множитель $E'_c T' \alpha_c / (1 - E_{wc})^2$ был принят равным 10^6 Па).

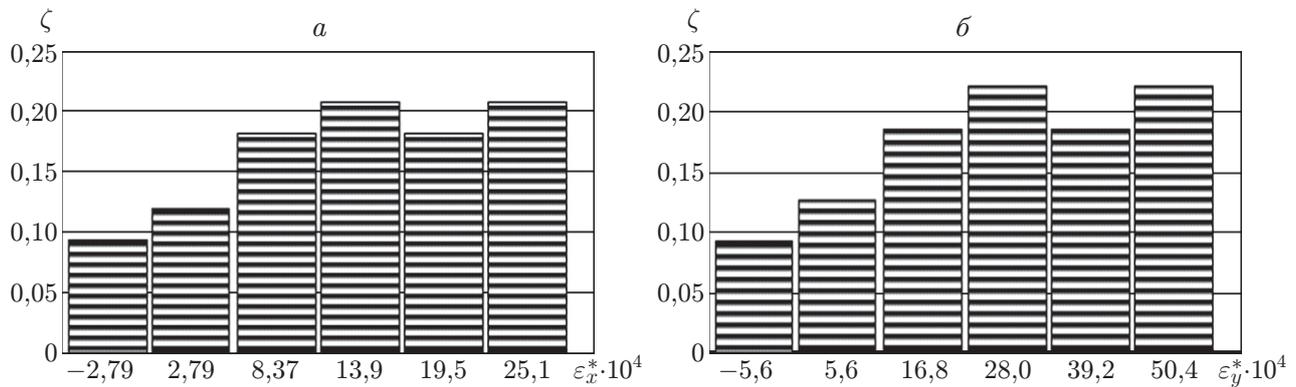


Рис. 8. Гистограммы “замороженных” деформаций после завершения процесса стеклования, происшедшего при уменьшении температуры:
a — ε_x^* , *б* — ε_y^*

Анализ результатов расчета показал, что эффективные ФМХ материала в процессе изотермического и неизотермического стеклования различаются, однако после завершения стеклования оказываются одинаковыми (поскольку не учитывается зависимость ФМХ стеклообразной фазы от температуры).

На рис. 8 приведены гистограммы “замороженных” деформаций ε_x^* и ε_y^* после завершения стеклования. Видно, что даже при равномерном остывании доля ζ доменов с высоким уровнем “замороженной” деформации превышает долю доменов с низким уровнем деформации.

В третьем случае процесс стеклования происходил при уменьшении температуры от 100 до 50 °С, при этом была приложена внешняя нагрузка — всестороннее сжатие; после завершения стеклования нагрузка снималась. Установлено, что существенного различия значений деформаций, полученных во втором и третьем случаях, не наблюдается. Это объясняется превышением температурных деформаций над упругими.

Таким образом, показано, что при оценке эффективных модулей использование правила линейного суммирования Фойхта приводит к существенной погрешности, которая увеличивается с увеличением объемной сжимаемости высокоэластичной фазы.

Обнаружено, что при неизотермическом стекловании возникает самоуравновешенное напряженное состояние доменов, стеклующихся при различных температурах.

Заключение. Получены расчетные оценки величины возникающих напряжений и “замороженных” деформаций. Эти оценки являются крайними, поскольку получены для предельного случая кинематики деформирования: поперечные деформации определяются кинематическими связями и интегральными условиями равновесия, а продольные — дифференциальными условиями равновесия. Оценки могут использоваться при верификации пространственных имитационных моделей. Рассмотренная методика имитационного моделирования позволяет оценивать субмикроструктурные напряжения в связующем армированного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каблов Е. Н., Лаптев А. Б., Прокопенко А. Н., Гуляев А. И. Релаксация полимерных композиционных материалов под длительным действием статической нагрузки и климата (обзор). Ч. 1. Связующие // *Авиационные материалы и технологии*. 2021. № 4. С. 70–80.

2. **Лопатин А. В., Москвичев В. В., Буров А. Е.** Решение задач механики анизотропных сетчатых цилиндрических корпусов космических аппаратов // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 5. С. 131–144.
3. **Бартенев Г. М.** Релаксационные свойства полимеров / Г. М. Бартенев, А. Г. Бартенева. М.: Химия, 1992.
4. **Иржак В. И.** Эпоксидные полимеры и нанокompозиты. Черногoловка: Ин-т проблем хим. физики РАН, 2021.
5. **Чэнь Я., Мараховский П. С., Малышева Г. В.** Определение теплофизических свойств эпоксидных материалов в процессе их отверждения // Тр. Всерос. науч.-исслед. ин-та авиац. материалов. 2018. № 9. С. 119–123.
6. **Болотин В. В.** Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю. Н. Новичков. М.: Машиностроение, 1980.
7. **Матвеев В. П.** Термомеханика полимерных материалов в условиях релаксационного перехода / В. П. Матвеев, О. Ю. Сметанников, Н. А. Труфанов, И. Н. Шардаков. М.: Физматлит, 2009.
8. **Димитриенко Ю. И., Захарова Ю. В., Сборщиков С. В.** Моделирование процесса отверждения толстостенных конструкций из полимерных композиционных материалов // Инновационная наука. 2016. № 12-4. С. 31–36.
9. **Тимошков П. Н., Хрульков А. В., Усачева М. Н., Пурвин К. Э.** Технологические особенности изготовления толстостенных деталей из ПКМ (обзор) // Тр. Всерос. науч.-исслед. ин-та авиац. материалов. 2019. № 3. С. 61–67.
10. **Дмитриев О. С., Худяков В. В., Дмитриев А. О.** Технологические проблемы производства толстостенных изделий из конструкционных стеклопластиков // Науч. вестн. Воронеж. гос. архитектур.-строит. ун-та. Сер. Физ.-хим. пробл. и высокие технологии строит. материаловедения. 2014. № 2. С. 32–40.
11. **Баринoв Д. Я., Майорова И. А., Мараховский П. С. и др.** Математическое моделирование температурных полей при отверждении толстостенной плиты стеклопластика // Перспектив. материалы. 2015. № 4. С. 5–14.
12. **Чэнь Я., Маунг П. П., Малышева Г. В.** Исследование кинетики процесса отверждения тонкостенной конструкции из углепластика // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2020. № 5. С. 58–70.
13. **Янковский А. П.** Упругопластическое деформирование гибких пластин с пространственными структурами армирования // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 6. С. 112–122.
14. **Композиционные материалы:** В 8 т. Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендецки. М.: Мир, 1978.

*Поступила в редакцию 6/IV 2022 г.,
после доработки — 30/VI 2022 г.
Принята к публикации 25/VII 2022 г.*