ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ К ФИЛЬТРУ СКВАЖИНЫ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ В ПЛАСТЕ БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Г. Б. Пыхачев (Грозный)

§ 1. **Дифференциальное уравнение фильтрации в криволинейных ортогональных координатах, соответствующих данному потоку.** Предположим, что в некоторой области пространства, занятой пористой средой, имеет место потенциальное движение жидкости или газа. Пусть выбрана такая криволинейная ортогональная система координат u, v, w, в которой каждая координатная поверхность одного семейства, например $u = \mathrm{const}$, совпадает в данный момент времени с одной из эквипотенциальных поверхностей $\varphi = \mathrm{const}$, где $\varphi(u, t)$ — потенциал массовой скорости фильтрации, осредненной по площади эквипотенциальной поверхности $F(u)$, т. е. соответствующей некоторым средним значениям координат v_* и w_*.

Рассмотрим элементарный слой пористой среды, заключенный между площадями $F(u)$ и $F(u) + (dF / du)\,du$. Используя прием, обычно применяемый при выводе уравнения неразрывности, найдем массу, накопленную в рассматриваемом слое за промежуток времени dt

$$F(u)\frac{\partial\varphi}{\partial u}\,dt - \left[F(u) + \frac{dF}{du}\,du\right]\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}\,du\right)dt =$$
$$= -\left[\frac{dF}{du}\frac{\partial\varphi}{\partial u}\,du + \frac{dF}{du}\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}(du)^2 + F(u)\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}\,du\right]dt$$

Пренебрегая членом наивысшего порядка малости, получим выражение накопленной массы

$$-\left[\frac{dF}{du}\frac{\partial\varphi}{\partial u} + F(u)\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}\right]du\,dt \tag{1.1}$$

С другой стороны, масса, накопленная в слое за время dt, представляется так:

$$F(u)\frac{\partial(m\rho)}{\partial t}\,du\,dt \tag{1.2}$$

где ρ — плотность жидкости (или газа).

Приравняв между собой (1.1) и (1.2), будем иметь искомое уравнение

$$\frac{dF}{du}\frac{\partial\varphi}{\partial u} + F(u)\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2} + F(u)\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} = 0 \tag{1.3}$$

Для установившегося потока найдем

$$\frac{dF}{du}\frac{d\varphi}{du} + F(u)\frac{d^2\varphi}{du^2} = 0 \tag{1.4}$$

Массовую скорость фильтрации $\partial\varphi / \partial u$ запишем теперь так:

$$\partial\varphi / \partial u = \rho\partial\Phi / \partial u \tag{1.5}$$

где Φ — потенциал скорости фильтрации, осредненной по площади $F(u)$. Подставляем значение $\partial\varphi / \partial u$ в уравнение (1.3)

$$\left[\rho\frac{dF}{du} + F(u)\frac{\partial\rho}{\partial u}\right]\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \rho F(u)\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} + F(u)\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} = 0 \tag{1.6}$$

Остановимся на случае упругой жидкости, для которой зависимость между плотностью ρ и давлением p может быть приближенно выражена так:

$$\rho / \rho_0 \approx 1 + \beta_1(p - p_0), \qquad \beta_1(p - p_0) \ll 1 \tag{1.7}$$

Здесь ρ_0 — плотность при атмосферном давлении p_0, β_1— коэффициент объемной упругости жидкости.

Основываясь на последнем неравенстве, считаем, что второй член квадратной скобки уравнения (1.6) пренебрегаемо мал сравнительно с ее первым членом. Уравнение (1.6) будет иметь вид

$$\rho\left[\frac{dF}{du}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + F(u)\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2}\right] + F(u)\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} = 0 \tag{1.8}$$

Оно может быть использовано при решении задачи о неплоском движении упругой жидкости в упругом пласте.

§ 2. Установившаяся фильтрация в эллипсоидально-осесимметричном поле. Пусть скважина вскрыла неограниченный пласт. Фильтр скважины цилиндрической формы имеет длину $2h$; он расположен вдоль прямолинейного участка ее оси. Принимаем, что фильтр скважины — вытянутый эллипсоид вращения с фокусным расстоянием $2h$ и что стенка фильтра эквипотенциальная поверхность. Массовый дебит скважины $M =$ $=$ const.

При этих условиях эквипотенциальными поверхностями будут софокусные эллипсоиды вращения с полуосями α, β и γ

$$\alpha = h \operatorname{ch} u, \quad \beta = \gamma = h \operatorname{sh} u \tag{2.1}$$

Здесь u — значение той вырожденной эллипсоидальной координаты, которая определяет эквипотенциальную поверхность $u =$ const.

Между координатой u и потенциалом φ существует зависимость

$$dM \,/\, dF = \partial\varphi \,/\, \partial u \tag{2.2}$$

где dM — массовый расход через площадку dF.

Разделяя переменные в (2.2) и интегрируя, найдем массовый расход M через всю площадь эквипотенциальной поверхности $F\,(u)$

$$M = \iint\limits_{(F)} \frac{\partial\varphi}{\partial u}\, dF = \frac{d\varphi}{du}\, F\,(u) = q\,(u,\, v_*,\, w_*)\, F\,(u) \tag{2.3}$$

Здесь $d\varphi \,/\, du = q\,(u,\, v_*,\, w_*)$ — среднее по площади F значение массовой скорости фильтрации, соответствующее некоторым средним значениям координат v_* и w_*. Из (2.3) получаем

$$d\varphi \,/\, du = M \,/\, F\,(u) \tag{2.4}$$

Здесь

$$F\,(u) = 2\pi\alpha\beta \left(\sqrt{1 - \varepsilon^2} + \frac{\arcsin \varepsilon}{\varepsilon}\right) \left(\varepsilon = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{\alpha}\right) \tag{2.5}$$

$$F\,(u) = 4\pi h^2 \xi\,(u), \quad \xi\,(u) = {}^1\!/_2 \operatorname{sh} u \operatorname{ch} u\, (\operatorname{th} u + \operatorname{ch} u \arcsin\,(1 : \operatorname{ch} u) \tag{2.6}$$

Уравнение (2.4) можно рассматривать как первый интеграл уравнения (1.4). Решение этого уравнения представляется так:

$$\varphi = \frac{M}{4\pi h^2} \int \frac{du}{\xi\,(u)} + C \qquad (C = \text{const}) \tag{2.7}$$

Введем взамен координаты u новую безразмерную переменную $r \,/\, h$ из условия

$$(r \,/\, h)^j = \xi\,(u) \qquad (1 \leqslant j = \text{const} \leqslant 2) \tag{2.8}$$

Здесь r имеет размерность длины. Тогда на основании (2.5) получим

$$F\,(u) = 4\pi h^{2-j}\, r^j = F_1\,(r) \tag{2.9}$$

При помощи (2.4), (2.6) и (2.8) запишем

$$d\varphi \,/\, du = M \,/\, 4\,\pi h^{2-j}\, r^j = d\varphi^* \,/\, dr \tag{2.10}$$

где φ^* — некоторая функция, соответствующая потенциалу φ.

Пользуясь зависимостями (2.9) и (2.10), видоизменим уравнение (1.4). Имеем

$$\begin{gathered} \frac{dF\,(u)}{du}\,\frac{d\varphi}{du} = 4\pi h^2\, \frac{j}{h} \left(\frac{r}{h}\right)^{j-1} \frac{d\varphi^*}{dr}\,\frac{dr}{du} \\ F\,(u)\,\frac{d^2\varphi}{du^2} = F_1\,(r)\,\frac{d^2\varphi^*}{dr^2}\,\frac{dr}{du} = 4\pi h^2 \left(\frac{r}{h}\right)^j \frac{d^2\varphi^*}{dr^2}\,\frac{dr}{du} \end{gathered} \tag{2.11}$$

Подставляя (2.11) в уравнение (1.4), найдем

$$\frac{d^2\varphi^*}{dr^2} + \frac{j}{r}\,\frac{d\varphi^*}{dr} = 0 \qquad (\text{при } r \neq 0) \tag{2.12}$$

Решение уравнения (2.12) представляется в виде — (см. 2.10)

$$\varphi^* = \frac{M}{4\pi h\,(1 - j)} \left(\frac{r}{h}\right)^{1-j} + C^* \qquad (C^* = \text{const}) \tag{2.13}$$

Как показывают равенства (2.5) и (2.8), в случае $j = 1$ площадь любой эквипотенциальной поверхности $r =$ const равна площади боковой поверхности цилиндра высотой h и радиусом r, а уравнение (2.12) не что иное, как уравнение плоско-радиального потока в цилиндрических координатах. Другой крайний случай $j = 2$ соответствует сферически-радиальному потоку и сферической системе координат; площадь эквипотенциальной поверхности $r = \text{const}$ в этом случае на основании (2.5) и (2.8) равна $4\pi r^2$.

Если рассматривать случаи, когда длина фильтра скважины достаточно велика сравнительно с радиусом r_c, например $h \geqslant 10 r_c$, можно довольно просто определить значение постоянной j при условии, что $1 < j < 2$. Ограничимся только этими случаями. Заметим, что из (2.5) и (2.8) находятся значения $\xi(u_c)$ на стенке скважины

$$\xi(u_c) = r_c / h \text{ при } j = 1, \quad \xi(u_c) = (r_c / h)^2 \text{ при } j = 2$$

Следовательно, при $1 < j < 2$ имеем на стенке скважины

$$\xi(u_c) = \left(\frac{r_c}{h}\right)^j, \quad \text{или } j = \frac{\lg \xi(u_c)}{\lg (r_c/h)} \tag{2.14}$$

Для вычисления $\xi(u_c)$ используется формула (2.6), в которой полагают $\operatorname{sh} u_c \approx \approx r_c / h \leqslant 0.1$.

Задаваясь условиями на границах некоторой области пространства между поверхностью питания и скважиной, можем получить формулу массового дебита скважины.

Пусть $\varphi^* = \varphi_c^*$ при $r = r_c$, $\varphi^* = \varphi_k^*$ при $r = r_k$, где r_k — координата поверхности питания. Из (2.13) получим

$$M = \frac{4\pi h^{2-j}(1-j)(\varphi_k^* - \varphi_c^*)}{r_k^{1-j} - r_c^{1-j}} = \frac{4\pi h^{2-j} r_c^{\,j} (1-j)(\varphi_k^* - \varphi_c^*)}{r_c [(r_k/r_c)^{1-j} - 1]} \tag{2.15}$$

Замечая, что на основании (2.5) и (2.9) величина

$$4\pi h^{2-j} r_c^{\,j} = 4\pi h^2 \xi(u_c) = F(u_c)$$

выражает площадь, видоизменим при помощи (2.14) формулу (2.15) так:

$$M = \frac{4\pi h (\varphi_k^* - \varphi_c^*)}{\eta(r_c / h, r_k / r_c) \ln (h / r_c)} \tag{2.16}$$

$$\eta\left(\frac{r_c}{h}, \frac{r_k}{r_c}\right) = \frac{r_c}{h\xi(u_c)}\left[1 - \left(\frac{r_k}{r_c}\right)^{1-j}\right] : \ln \frac{r_c}{h\xi(u_c)} \tag{2.17}$$

Если r_k столь велико, что можно принимать $(r_k / r_c)^{1-j} = 0$, будем иметь

$$\eta\left(\frac{r_c}{h}, \infty\right) = \frac{r_c}{h\xi(u_c)} : \ln \frac{r_c}{h\xi(u_c)}$$

Представим себе пласт, ограниченный сверху непроницаемой горизонтальной кровлей и занимающий нижнее полупространство. Пусть кровля вскрыта вертикальной скважиной, погрузившейся в пласт на глубину h.

Известные формулы дебита M_1 вертикальной скважины в полубесконечном пласте позволяют считать такую скважину эквивалентной гидродинамически совершенной скважине в пласте мощностью h с областью питания, имеющей радиус νh, где $1 < \nu < 2$. Так, например, П. Я. Полубаринова-Кочина предлагает следующую формулу дебита M_1 вертикальной скважины в полубесконечном пласте [1]

$$M_1 = \frac{2\pi h (\varphi_k - \varphi_c)}{\ln (\sqrt{3} h / r_c)} \qquad (\nu = \sqrt{3}) \tag{2.18}$$

В данном случае к вычислению дебита применима и формула (2.16), но коэффициент 4 следует заменить в ней коэффициентом 2 (пласту принадлежит полупространство). Результаты вычислений дебита по формулам (2.16) и (2.18) совпадают при условии, что

$$\eta(r_c / h, r_k / r_c) \ln (h / r_c) = \ln (\sqrt{3} h / r_c) \tag{2.19}$$

Равенство (2.19) определяет в этом случае координату r_k поверхности питания той области пласта, в которой действует скважина.

Координата r_k рассчитывается из (2.19) при помощи (2.17). В таблице приведены для сравнения значения величин j, $\eta(r_c / h, r_k / r_c)$ и r_k / r_c, соответствующие значениям

$$r_c / h = 0.1, \ 0.01, \ 0.001$$

в случае скважины, вскрывшей бесконечно глубокий пласт на длине h; она эквивалентна гидродинамически совершенной скважине в пласте мощностью h с радиусом области питания, равным $\sqrt{3}h$ (см. условие (2.19)). Кроме того, в таблице приводятся значения $\eta\,(r_c\,/\,h,\ \infty)$, соответствующие случаю бесконечно удаленной области питания. Вычисления производились по формулам (2.14), (2.17) и (2.19).

$\frac{r_c}{h}$	j	$\eta\left(\frac{r_c}{h}, \frac{r_k}{r_c}\right)$	$\frac{r_k}{r_c}$	$\eta\left(\frac{r_c}{h}, \infty\right)$
0.1	1.103	1.24	12.95	5.300
0.01	1.053	1.12	93	5.225
0.001	1.035	1.08	750	5.225

Как видно из таблицы, только при $r_c\,/\,h = 0{,}1$ координата r_k превышает длину фильтра h, в остальных случаях $r_k < h$. При $r_k \to \infty$ дебит M, как следует из формулы (2.16) и из таблицы, может уменьшаться более чем в 4.8 раза.

§ 3. Скважина конечной длины в неограниченном пласте с упругим режимом. Рассмотрим движение жидкой упругой массы в неограниченном упругом пласте, в котором скважина, как предполагалось в предыдущем параграфе, имеет фильтр длиной $2h$. Допуская, что коэффициент проницаемости пласта k и динамическая вязкость жидкости μ постоянны, получим значение потенциала осредненной скорости фильтрации $d\Phi^*\,/\,dr$

$$\Phi^* = kp\,/\,\mu + C \tag{3.1}$$

Здесь p — приведенное давление, C — некоторая постоянная. Пусть упругие свойства выражаются зависимостью

$$\partial m\,/\,\partial t = \beta_c \partial p\,/\,\partial t \tag{3.2}$$

Здесь m — коэффициент пористости пласта, β_c — коэффициент объемной упругости пласта.

Упругие свойства жидкости представим зависимостью

$$\partial \rho\,/\,\partial t = \rho\beta_1\,\partial p\,/\,dt \tag{3.3}$$

где β_1 — коэффициент объемной упругости жидкости. При помощи (3.2) и (3.3) можно записать

$$\partial\,(m\rho)\,/\,dt = \rho\,(m\beta_1 + \beta_c)\,\partial p\,/\,\partial t \tag{3.4}$$

Уравнение (1.8), в котором основной координатой служит r, в соответствии с (2.9) и (3.1) примет вид

$$\varkappa\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{j}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial p}{\partial t} \qquad \left(\varkappa = \frac{k}{\mu\beta^*}, \qquad \beta^* = m\beta_1 + \beta_c\right) \tag{3.5}$$

Здесь $\varkappa$ — коэффициент пьезопроводности пласта, β^* — коэффициент упругоемкости.

Уравнение (3.5) можно трактовать как уравнение теплопроводности в пространстве $j + 1$ измерений. Решение этого уравнения можно построить по аналогии с мгновенным стоком в пространстве $j + 1$ измерений [2]. Подобная аналогия использовалась для решения уравнения, отвечающего вырождающейся изотропной турбулентности при очень малых скоростях пульсации [3-5]. В случае мгновенного стока решение уравнения (3.5) представим так

$$p\,(r,\,t) = C_1 - C_2 t^{-1/_2\,(j+1)} \exp\,(-\,r^2\,/\,4\varkappa t) \tag{3.6}$$

Найдем значения постоянных C_1 и C_2. Пусть $p = p_0$ при $t = 0$. Но при $r > 0$,

$$\lim_{t \to 0}\left[t^{-1/_2(j+1)} \exp\left(-\frac{r^2}{4\varkappa t}\right)\right] = 0 \tag{3.7}$$

Следовательно $C_1 = p_0$.

Итак,

$$\Delta p = p_0 - p\,(r,\ t) = C_2 t^{-1/_2\,(j+1)} \quad \exp\,(-r^2\,/\,4\,\varkappa t) \tag{3.8}$$

Объем жидкости $d\tau_1$, выделившейся из элементарного эллипсоидального слоя $d\tau = 4\pi h^{2-j}\,r^j dr$ равен

$$d\tau_1 = \beta^*\Delta p\;d\tau = 4\pi h^{2-j}\beta^* C_2 t^{-1/_2(j+1)} \quad \exp\left(-\frac{r^2}{4\varkappa t}\right) r^j dr \tag{3.9}$$

Объем жидкости τ_1, выделившейся из всего пласта, получим, проинтегрировав (3.9) [6]

$$\tau_1 = 4\pi h^{2-j}\beta^* C_2 t^{-1/2(j+1)} \int_0^\infty r^j \exp\left(-\frac{r^2}{4\varkappa t}\right) dr = 2\pi h^{2-j}\beta^* C_2 (4\varkappa)^{1/2(j+1)}\, \Gamma\left(1/2\,(j+1)\right) \quad (3.10)$$

Здесь Γ — гамма-функция.

Из (3.10), принимая во внимание зависимость между $\varkappa$ и β^*, определим

$$C_2 = \frac{\tau_1\mu}{2^{2+j}\pi k \varkappa^{1/2(j-1)} h^{2-j}\Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} \quad (3.11)$$

Перейдем к случаю скважины с фильтром длиной $2h$, введенной в неограниченный пласт в начальный момент времени и действующей непрерывно с постоянным объемным дебитом Q. Если мгновенный сток существовал в некоторый момент времени t, формула (3.8) запишется так:

$$\Delta p = \frac{\tau_1\mu}{2^{2+j}\pi\varkappa^{1/2(j-1)}\, k h^{2-j}\Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} (t-t')^{-1/2(j+1)} \exp\left(-\frac{r^2}{4\varkappa(t-t')}\right) \quad (3.12)$$

Пусть сток существует в течение промежутка времени dt'.

За время существования стока из пласта выделится объем жидкости

$$d\tau_1 = Q\, dt' \quad (3.13)$$

Учитывая (3.12) и (3.13), получим формулу для снижения давления в пласте Δp за время непрерывной работы скважины от $t' = 0$ до $t' = t$

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{2^{2+j}\pi h^{2-j} k\Gamma\left(1/2\,(j+1)\right) \varkappa^{1/2(j-1)}} \int_0^t (t-t')^{-1/2(j+1)} \exp\left[-\frac{r^2}{4\varkappa(t-t')}\right] dt' \quad (3.14)$$

При помощи подстановки $1/(t-t') = \theta$ формула (3.14) запишется так:

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{2^{2+j}\pi h^{2-j} k \varkappa^{1/2(j-1)}\, \Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} \int_{\theta_0}^\infty \theta^{1/2(j-3)} \exp\left(-\frac{r^2}{4\varkappa}\theta\right) d\theta =$$

$$= \frac{Q\mu}{8\pi k h \Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} \left(\frac{r}{h}\right)^{1-j} \Gamma\left(\frac{j-1}{2}, \frac{r^2}{4\varkappa t}\right) \quad (3.15)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{t}, \quad \Gamma\left(\frac{j-1}{2}, \frac{r^2}{4\varkappa t}\right) = \int_R^\infty x^{1/2(j-3)} e^{-x} dx \qquad \left(R = \frac{r^2}{4\varkappa t}\right)$$

Здесь $\Gamma\left(1/2\,(j-1),\ r^2/4\varkappa t\right)$ неполная гамма-функция [6]

$$\frac{\Gamma\left(1/2\,(j-1),\ r^2/4\varkappa t\right)}{\Gamma\left(1/2\,(j+2)\right)} = \frac{2}{j-1} - \frac{\gamma\left(1/2\,(j-1),\ r^2/4\varkappa t\right)}{\Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} \quad (3.16)$$

где

$$\gamma = \left(\frac{j-1}{2}, \frac{r^2}{4\varkappa t}\right) = \int_0^R x^{\frac{1}{2}(j-3)} e^{-x} dx \qquad \left(R = \frac{r^2}{4\varkappa t}\right)$$

При помощи известной рекуррентной формулы для гамма-функции найдем, что [7]

$$\frac{\gamma\left(1/2\,(j-1),\ r^2/4\varkappa t\right)}{\Gamma\left(1/2\,(j+1)\right)} = \frac{2}{j-1}\left[1 - P\left(\frac{r^2}{2\varkappa t}, j-1\right)\right] \quad (3.17)$$

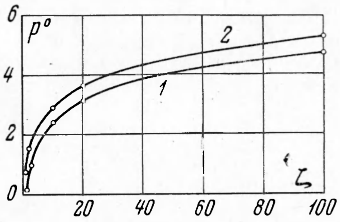
$$P\left(\frac{r^2}{2\varkappa t}, j-1\right) = \frac{1}{2\left(1/2\,(j-3)\right)\Gamma\left(1/2\,(j-1)\right)} \int_{R^*}^\infty x^{j-2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad \left(R^* = \frac{r^2}{\sqrt{2\varkappa t}}\right)$$

На основании (3.17) из (3.15) и (3.16) получим

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{4\pi k h}\left(\frac{r}{h}\right)^{1-j} \frac{P\left(r^2/2\varkappa t,\ j-1\right)}{j-1} = \frac{Q\mu}{8\pi k h} f\left(\frac{r}{h}, \frac{r^2}{2\varkappa t}\right)$$

$$f\left(\frac{r}{h}, \frac{r^2}{2\varkappa t}\right) = \frac{2}{j-1}\left(\frac{r}{h}\right)^{1-j} P\left(\frac{r^2}{2\varkappa t}, j-1\right) \quad (3.18)$$

Сравним понижение давления на стенках двух скважин, одна из которых пущена в эксплуатацию с постоянным дебитом в пласте мощностью $2h$, а другая, имея фильтр конечной длины $2h$, эксплуатирует с тем же дебитом пласт неограниченной мощности. В первом случае имеем плоско-радиальное движение, во втором — пространственное осесимметричное движение.



Понижение давления на стенках скважины Δp_c в первом случае, как известно, будет пропорционально интегральной показательной функции $-\mathrm{Ei}\,(-r_c^2/4\varkappa t)$; во втором случае — пропорционально функции $f\,(r_c\,/\,h,\ r_c^2\,/\,4\varkappa t)$ (см. (3.18)). Чтобы провести нужное сравнение, достаточно найти соответствующие значения этих функций.

Графики функций — $\mathrm{Ei}\,(-r_c^2\,/\,4\varkappa t)$ и $f\,(r_c\,/\,h,\ r_c^2\,/\,2\varkappa t)$ представлены на фигуре. По оси абсцисс отложены значения безразмерного параметра $\zeta = 2\varkappa t\,/\,r_c^2$; по оси ординат—безразмерная величина $p^0 = (8\pi kh\,/\,Q\mu)\ \Delta p_c$, равная в случае кривой *1* функции—$\mathrm{Ei}\ (-r_c^2\,/\,4\varkappa t)$, в случае кривой *2* функции $f\,(r_c\,/\,h,\ r_c^2\,/\,2\,\varkappa t)$. Величина $r_c\,/\,h$ принимается равной 0,1, что определяет, согласно (2.14), $j \approx 1.1$.

Кривые показывают, насколько интенсивнее протекает процесс понижения давления в скважине, если пласт имеет неограниченную мощность, сравнительно с процессом понижения давления в совершенной скважине, пущенной в пласте ограниченной мощности. Как видно из фигуры, различие в интенсивности процессов невелико.

Поступила 14 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. О наклонных и горизонтальных скважинах конечной длины. ПММ, 1956, т. 20, вып. 1.
2. Вебстер А., Сеге Г. Дифференциальные уравнения в частных производных математической физики, ч. 1. Гостехиздат, 1933.
3. Лойцянский Л. Г. Некоторые основные закономерности изотропного турбулентного потока. Тр. ЦАГИ, 1939, вып. 440.
4. Миллионщиков М. Д. Вырождение однородной изотропной турбулентности вязкой несжимаемой жидкости. Докл. АН СССР, 1939, 22, № 5.
5. Седов Л. И. Методы теории размерностей и теории подобия в механике. Гостехиздат, 1944.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматиздат, 1962.
7. Слуцкий Е. Е. Таблицы для вычисления неполной Г-функции и функции вероятности χ^2. Изд-во АН СССР, 1950.

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ ВЗВЕСИ

В. С. Синельщиков *(Новосибирск)*

В [1] предложено одно выражение коэффициента турбулентной диффузии достаточно крупных частиц взвеси, когда известное ([2], стр. 420) соотношение $D = N$ не выполняется. Ниже устанавливаются некоторые практически проверяющиеся условия, ограничивающие область применимости предложенного выражения.

Обозначения

ρ_0, ρ_* — плотности и жидкости частиц взвеси,
s — объемная концентрация частиц взвеси,
N, D — коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии,
$\mathbf{q}$ — диффузионный поток взвеси, $|\mathbf{q}| = q$,
g — ускорение силы тяжести,
v — поперечная скорость взвесенесущей жидкости,
$\mathbf{a}$ — относительная скорость частиц взвеси, $|\mathbf{a}| = a$,
p — давление,
угловые скобки — знак осреднения, штрих — знак пульсации.

Покажем сначала, что при некоторых условиях следует ожидать изменения соотношения $D = N$. Воспользуемся уравнениями поведения частиц малой концентрации,