

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗМЕРОВ ФРАГМЕНТАЦИИ ОТБИТОЙ ПОРОДЫ
ПРИ ВЗРЫВЕ УСТУПА НА ОСНОВЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПОДХОДА**

Я. Мажид, М. З. Емад, М. З. Абу Бакар, Аятулла

*Инженерно-технологический университет,
E-mail: yasirbinmajeed@gmail.com; yasirbinmajeed@uet.edu.pk, г. Лахор, Пакистан*

На примере шести известняковых карьеров Пакистана рассмотрена зависимость размеров фрагментации отбитой породы от буровзрывных параметров и свойств пород. Полевые испытания включали в себя определение размеров фрагментации отбитой породы, фактической скорости бурения, параметров породного массива и буровзрывных параметров. Геомеханическими лабораторными испытаниями определены абразивность породы по методу LCPC, показатели скорости бурения и физико-механических свойств породы, буримость породы по методу NTNU/SINTEF. Для выявления зависимости использован регрессионный метод наименьших квадратов. На основе полученных результатов предложены три модели оценки размеров фрагментации отбитой породы по методу множественной регрессии. Точность разработанных многопараметрических моделей проверена статистическими показателями.

Известняковый карьер, размеры фрагментации породы, коэффициент абразивности по методу LCPC, показатель разрушаемости по методу LCPC, индекс взрываемости, регрессионный анализ

DOI: 10.15372/FTPRPI20240109

EDN: CZOBWH

На территории Пакистана сосредоточены значительные запасы известняка, который применяется для производства цемента. Обычно добыча известняка осуществляется открытым способом с активным применением буровзрывных методов. Один из ключевых показателей любых взрывных работ — фрагментация породы, влияющая на экономические параметры горнодобывающих предприятий [1]. От оптимальной фрагментации породы зависит функционирование всех подсистем технологического процесса добычи, включая транспортировку, обслуживание оборудования, первичное дробление и измельчение [2, 3].

Современные методы оценки фрагментации породы можно разделить на две основные группы: прямые и косвенные. Фракционный анализ относится к прямым методам, косвенные методы включают в себя эмпирические подходы и анализ цифровых изображений [4]. В [5, 6] выполнено сравнение значений, полученных в результате фракционного анализа, исследований цифровых изображений, и модели, представляющей собой эмпирическое уравнение оценки среднего размера фрагментации для заданного удельного расхода взрывчатых веществ (ВВ). Выявлено, что метод анализа изображений обладает лучшими характеристиками оценки распределения частиц по размерам.

Фрагментация породы в результате взрыва — крайне сложный процесс из-за неравномерной, анизотропной структуры породных массивов. В [7] предложена классификация параметров, влияющих на фрагментацию породы: буровзрывные, параметры ВВ, структура породного массива (наличие отдельностей, нетронутая порода и т. д.) и физико-механические свойства породы. К буровзрывным параметрам относятся следующие: линия наименьшего сопротивления, расстояние между скважинами, высота уступа, диаметр скважины, глубина скважины, глубина установки заряда, углубление скважины, схема размещения скважин в уступе, угол бурения скважины и последовательность детонации зарядов (одновременная или с задержкой). Параметры ВВ включают в себя количество ВВ в заряде, длину забойки и материал забойки. К неконтролируемым относят параметры структуры породного массива (нетронутая порода; ориентация, размер отдельностей и расстояние между ними; интенсивность распределения каждой группы отдельностей и т. д.) и физико-механические свойства породы. Фрагментация породы рассмотрена с учетом структуры массива и физико-механических свойств породы в [2, 6, 8–12], с точки зрения буровзрывных параметров и параметров ВВ — в [1, 9, 11, 13–18]. Стоит отметить, что в научной литературе отсутствуют исследования, описывающие зависимость размера фрагментации породы от ее абразивности и буримости.

Фрагментация добываемого известняка изменяется в широком диапазоне размеров, включая большие валуны. Такие валуны требуют повторного взрывания с целью уменьшения их размеров до требуемых для первичного дробления (около 1 м³). Повторные взрывные работы приводят к задержкам процесса добычи и измельчения породы, повышают эксплуатационные затраты в виде дополнительного расхода ВВ и увеличения рабочего времени. Оптимальное и равномерное распределение фрагментов отбитой породы по размеру увеличивает расходы на добычу сырья, снижает энергопотребление дробилки и мельницы. Следовательно, необходим надежный метод оценки фрагментации породы для оптимизации стадии “добыча – измельчение”.

Цель исследования — разработка статистических моделей для прогнозирования размеров фрагментации породы, учитывающих как полевые параметры (скорость бурения, показатель RQD, структура массива и буровзрывные параметры), так и параметры, определяемые в лабораторных условиях (абразивность, буримость и физико-механические свойства известняковой породы).

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Настоящая работа включает в себя полевые и лабораторные исследования. Значения параметров установлены для трех рабочих уступов каждого из известняковых карьеров. Для детальных исследований собраны блоки известняка из рассматриваемых уступов и отобраны типовые и подходящие по размеру валуны без видимых трещин. Для определения механических свойств из блоков известняка взяты керны, которые подготовлены по стандартам ASTM.

Полевые исследования и сбор данных. Полевые исследования проведены на шести карьерах провинций Пенджаб и Хайбер-Пахтунхва (Пакистан), добывающих известняк для цементной отрасли (табл. 1). На рассматриваемых карьерах получены следующие данные: скорость бурения взрывных скважин, параметры буровзрывных работ, фрагментации породы, структуры массива.

ТАБЛИЦА. 1. Описание известняковых карьеров

Сокращенное наименование	Компания / местоположение карьера	Породная формация	Геологический период
BCL-FH	Bestway Cement Limited, Фарукия, провинция Хайбер-Пахтунхва, [33°84' 11.07" с. ш.; 72°87' 26.77" в. д.]		
ACL	Askari Cement Limited, Бах-Кантонмент, провинция Пенджаб, [33°81' 75.66" с. ш.; 72°71' 32.70" в. д.]	Samana Suk (Самана Сак)	Юрский
FCCL	Fauji Cement Company Limited, Жан Бахтар, провинция Пенджаб, [33°68' 01.18" с. ш.; 72°72' 28.19" в. д.]		
BCL-CHK	Bestway Cement Limited, Татрал, провинция Пенджаб, [32°71' 77.20" с. ш.; 72°92' 75.87" в. д.]		
DGKCCL	D. G. Khan Cement Company Limited, Хайрпур, провинция Пенджаб, [32°71' 87.80" с. ш.; 72°82' 64.10" в. д.]	Sakesar (Сакесар)/ Nammal (Наммал)	Эоценовый
BCL-KK	Bestway Cement Limited, Каллар-Кахар, провинция Пенджаб, [32°71' 21.85" с. ш.; 72°77' 89.60" в. д.]		

Фактическая скорость бурения взрывных скважин определена путем регистрации времени и глубины бурения с точностью 1 / 100 с. Согласно плану проведения исследования, скорость бурения скважин устанавливалась для трех рабочих уступов каждого из рассматриваемых карьеров. Расчет скорости бурения выполнен по формуле

$$FPR = \frac{\text{Глубина скважины, м}}{\text{Время бурения, мин}}. \quad (1)$$

К буровзрывным параметрам относятся: линия наименьшего сопротивления B , расстояние между скважинами S , глубина скважины H , диаметр скважины Hd , длина забойки St , удельный расход ВВ Pf , схема расположения скважин и т. д. Для сбора значений буровзрывных параметров и результатов наблюдений за технологическими операциями разрабатывался комплексный опросный лист. После сбора данных рассчитан удельный расход ВВ:

$$Pf = \frac{Q}{V}, \quad (2)$$

где Pf — удельный расход ВВ, кг/м³; Q — количество ВВ на одну скважину, кг; V — объем взрываемой породы на одну скважину, м³.

В качестве показателя фрагментации породы выбран размер, в который входит 80 % отбитой породы D_{80} . В настоящей работе изучена зависимость данного показателя от контролируемых и неконтролируемых параметров. Размер D_{80} определен в результате обработки цифровых изображений отбитой породы с помощью программного обеспечения (ПО) Split-Desktop, которое позволяет быстро и точно распределить фрагменты по размеру. Для этого после каждого взрыва выполнена фотосъемка отбитого известняка с контрольным объектом в кадре. На рис. 1 представлен анализ фрагментации отбитой породы на карьере BCL-CHK (уступ 2). Темно-серым цветом показаны мелкие фрагменты, белым цветом — область, которая не рассматривалась.

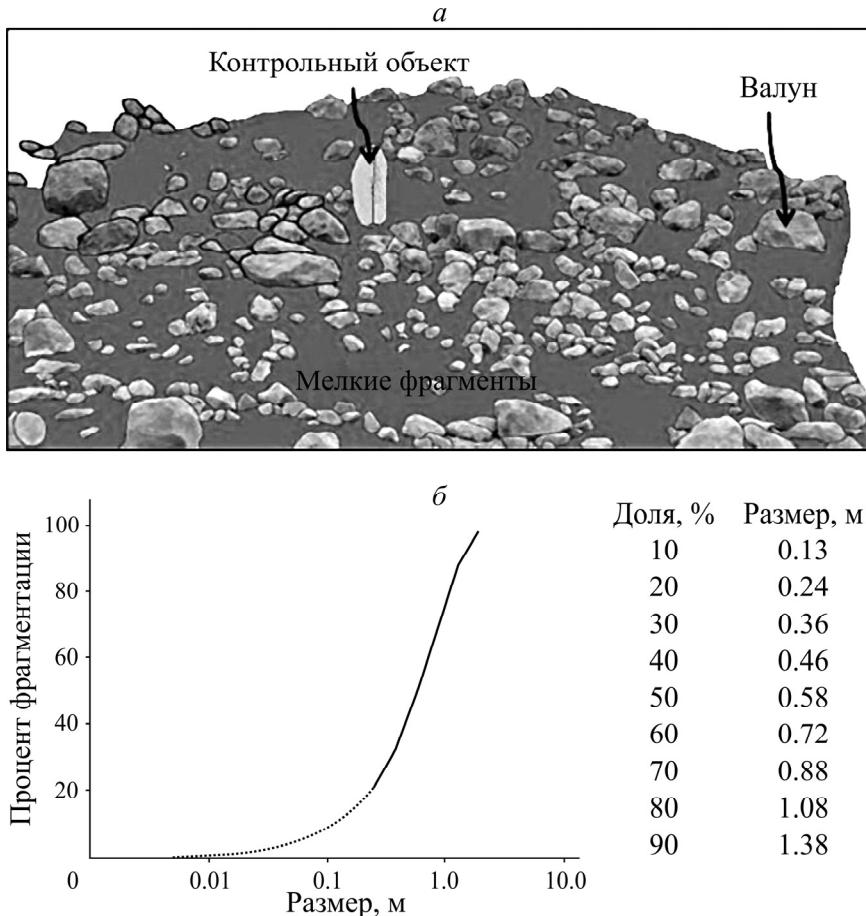


Рис. 1. Графический интерфейс ПО Split-Dektop: *а* — исследуемое цифровое изображение; *б* — результаты распределения фрагментов отбитой породы по размеру

Параметры породного массива напрямую влияют на распределение фрагментов отбитой породы по размеру. В качестве параметров породного массива в план исследования включен показатель качества горной породы RQD и индекс взрываемости BI. В полевых условиях RQD оценивается путем измерения расстояния между отдельностями на обнаженной поверхности породы уступа по формуле Пристса и Хадсона:

$$RQD = 100e^{-0.1\lambda} (0.1\lambda + 1), \quad (3)$$

где λ — количество отдельностей на единицу протяженности породного массива [19].

Для измерения расстояния между отдельностями и их частоты выполнен построчный анализ методом линейного картирования [19], который заключается в регистрации всех отдельностей, пересекающих растровую строку по длине уступа. Индекс взрываемости BI рассчитан на основе геомеханических свойств, показателя RMD (сыпучесть — 10, блочность — 20, массивность — 50) [20]; расстояния между отдельностями JPS (<0.1 м — 10; $0.1-1.0$ — 20; >1.0 — 50), ориентации плоскости отдельности JPO (горизонтальная — 10, обратно падению забоя — 20, нормально простиранию забоя — 30, по падению забоя — 40), показателя влияния удельного веса SGI ($25 \times$ удельный вес породы, $\text{т}/\text{м}^3$ — 50) и твердости породы по шкале Моха (1–10). Четыре из пяти параметров индекса взрываемости (RMD, JPO, JPS и H) определены в полевых условиях для каждого уступа, параметр SGI установлен в ходе лабораторных исследований после оценки плотности.

Лабораторные исследования. Лабораторные исследования включали в себя испытания по определению абразивности породы по методу LCPC, буримости по методу NTNU/SINTEF и механических свойств пород. Испытания буримости состояли из оценки хрупкости S_{20} и J -значения числа Сиверса SJ. Также установлены следующие механические свойства известняка: прочность на одноосное сжатие UCS, твердость по отскоку молотка Шмидта SHV и плотность ρ .

Абразивность образца породы по методу LCPC находилась согласно стандартизованному алгоритму [21]. Взвешивание контрольного пропеллерного колеса проводилось до и после испытания. Коэффициент абразивности ABR рассчитан по формуле

$$ABR = \frac{m_0 - m}{M}, \quad (4)$$

где ABR — индекс абразивности по методу LCPC, г/т; m_0 — масса контрольного колеса до испытания, г; m — масса контрольного колеса после испытания, г; M — масса образца фракции $-6.3 + 4.0$ мм, т. Индекс разрушаемости находился следующим образом:

$$BR = \frac{M_{1,6} \cdot 100}{M}, \quad (5)$$

Здесь BR — индекс разрушаемости по методу LCPC, %; $M_{1,6}$ — масса исследуемой породы крупностью -1.6 мм после испытания LCPC, г; M — масса подготовленного образца фракции $-6.3 + 4.0$ мм, %.

В настоящей работе вычислен индекс скорости бурения DRI на основе оценки хрупкости (S_{20}) и J -значения Сиверса по лабораторным испытаниям SJ [22]. Для установления окончательного значения S_{20} выполнено три независимых друг от друга испытания. Значение SJ рассчитано как среднее для измеренных глубин бурения с точностью (1 / 10 мм) 4–8 пробуренных скважин в лабораторных условиях. Прочность на одноосное сжатие UCS и твердость по Шмидту SHV определены в строгом соответствии со стандартами ASTM. Объемная плотность ρ исследуемых кернов получена путем деления веса образцов на их объем.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 2 представлены значения параметров, полученные непосредственно на исследуемых карьерах: размер фрагментации — D_{80} , скорость бурения — FPR, качество породы — RQD, индекс взрываемости — BI; буровзрывные параметры: линия наименьшего сопротивления — B , расстояние между скважинами — S , глубина скважины — H , диаметр скважины — Hd , длина забойки — St и удельный расход ВВ — Pf ; а также результаты комплексных лабораторных испытаний: коэффициент абразивности по методу LCPC — ABR, индекс разрушаемости по методу LCPC — BR, хрупкость по методу NTNU/SINTEF — S_{20} , J -значение числа Сиверса по методу NTNU/SINTEF — SJ, показатель скорости бурения — DRI, прочность на одноосное сжатие — UCS, твердость по Шмидту — SHV и объемная плотность ρ . В настоящей работе исследуется зависимость размера фрагментации породы от абразивности и буримости породы, а также от взрываемости породного массива. Выполнено моделирование методом множественной линейной и нелинейной регрессии для прогнозирования размера фрагментации по горнотехническим и геологическим свойствам породы. Проверка зависимости D_{80} от одиночных параметров выполнена на основе средних значений для шести рассмотренных известняковых карьеров. Анализ по методу множественной регрессии учитывал все рабочие уступы (рассмотрено 19 наборов данных).

ТАБЛИЦА 2. Значения полевых и лабораторных параметров

Карьер*	D_{80} , см	FPR, см/мин	RQD, %	BI, %	B, м	S, м	H, м	Hd, мм	St, м	Pf, кг/м ³	ABR, г/т	BR, %	S_{20} , %	SJ, мм/10	DRI	UCS, МПа	SHV	ρ , г/см ³
BCL-FH	68	68	65	57.17	3.7	4.0	15.3	105	3.0	0.45	12.6	35.7	50.7	66.5	62	42.9	27.7	2.66
ACL	48	100	88	37.00	4.3	4.9	14.0	108	3.5	0.52	8.0	33.6	61.5	64.0	71	31.0	23.7	2.67
FCCL	65	132	82	59.00	2.2	2.8	7.5	75	2.5	0.54	9.3	43.2	62.7	93.4	75	33.1	27.0	2.65
BCL-CHK	113	77	69	54.00	4.0	5.0	13.0	115	2.5	0.40	9.7	51.2	56.6	56.0	65	46.9	39.8	2.60
DGKCL	463	125	56	47.00	3.3	4.0	9.3	110	2.5	0.37	2.0	39.6	54.9	93.4	70	34.2	33.0	2.74
BCL-KK	86	66	62	63.00	3.7	4.3	15.3	98	2.5	0.32	5.3	43.1	54.1	97.8	67	31.5	32.6	2.74

* Исследовано по 3 уступа карьеров, для ACL — 4.

Влияние абразивности породы на размер фрагментации D_{80} . На рис. 2 a приведена зависимость размера фрагментации породы от коэффициента абразивности ABR, где отмечается слабо увеличивающаяся показательная функция. Абразивность породы зависит от множества факторов, охватывающих петрографические параметры и физико-механические свойства породы [23]. Петрографический анализ образцов обеих формаций показал, что данные виды известняка содержат кальцит (64–83%), доломит (16–35%), оксид железа (0.5–1.0 %) и слюду (0.5 %) [24]. Кварц и другие твердые минералы полностью отсутствуют.

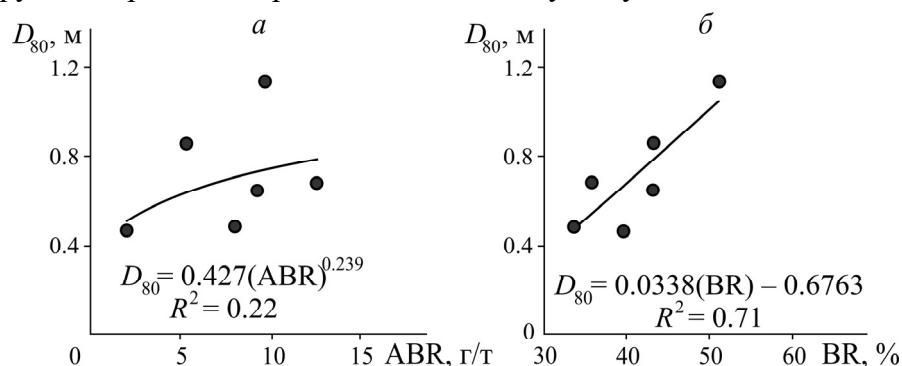


Рис. 2. Зависимость размера фрагментации от параметров абразивности породы по методу LCPC: коэффициента абразивности ABR (a) и индекса разрушаемости BR (б)

Абразивная способность формаций известняка в основном обусловлена изменениями их физико-механических свойств. На рис. 3 показано, что рост значений UCS и SHV приводит к увеличению размера фрагментации. Это подтверждается другими исследованиями, где выявлено, что размер фрагментации увеличивается при соответствующем увеличении прочности / твердости породы и наоборот [9, 11, 12].

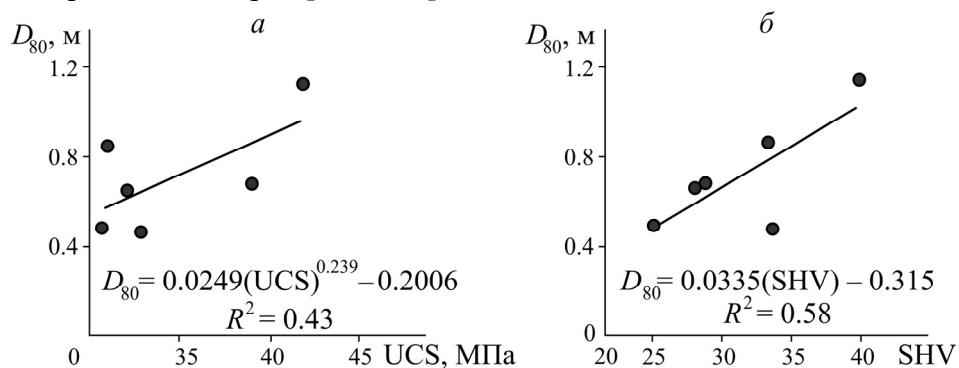


Рис. 3. Зависимость размера фрагментации породы от прочности на одноосное сжатие (а) и твердости по Шмидту (б)

На рис. 2б показана положительная линейная корреляция ($R^2=0.71$) между D_{80} и BR. Индекс разрушаемости по методу LCPC одновременно является показателем буримости породы [23]; чем больше значение BR, тем легче разрушить породу. Следовательно, можно предположить, что более высокие значения BR приводят к меньшим размерам фрагментации. Аналитический обзор показал, что увеличение BR происходит при уменьшении прочности породы и наоборот [25], тогда как размер фрагментации растет при увеличении прочности породы [9, 12]. Ожидается нисходящий тренд D_{80} относительно увеличения BR, однако на рис. 2б отмечено увеличение D_{80} . Это явление можно объяснить способностью фрагментов породы к разрушению (хрупкому или вязкому) при взаимодействии с контрольным колесом в ходе испытания абразивности. В [26] предложен новый показатель для определения вязкости породы — T_{LBC} , который представляет собой отношение BR к BTS (прочность на растяжение по бразильскому методу).

В табл. 3 представлена классификация образцов известняка по типу разрушения (вязкое или хрупкое) на основе показателя T_{LBC} . Образцы известняка, разрушающиеся вязким образом (FCCL, BCL-CHK и BCL-KK), имеют большую сопротивляемость разрушению и дроблению, что приводит к увеличению размера фрагментации при соответствующем увеличении индекса разрушаемости. Образец из карьера ACL демонстрирует хрупкое разрушение. При сравнении данных табл. 3 и рис. 2б нужно отметить малый размер фрагментации при низких значениях BR. Образец известняка из карьера DGKCCL характеризуется аномальным поведением — малый размер фрагментации при вязком разрушении, что может быть связано с наличием отдельностей и неравномерной структурой породного массива.

ТАБЛИЦА 3. Классификация образцов известняка из рассматриваемых карьеров по характеру разрушения на основе показателя T_{LBC}

Карьер	T_{LBC} ,	Характер разрушения*
BCL-FH	5.17	Вязкое разрушение (пограничный случай)
ACL	4.73	Хрупкое разрушение (пограничный случай)
FCCL	7.72	Вязкое разрушение
BCL-CHK	6.32	Вязкое разрушение
DGKCCL	6.71	Вязкое разрушение
BCL-KK	8.29	Вязкое разрушение

* $T_{LBC} \geq 5$ — вязкое разрушение; $T_{LBC} \leq 5$ — хрупкое разрушение

Влияние буримости породы на размер фрагментации. Влияние свойств породы на скорость бурения по методу NTNU/SINTEF (DRI) и фактическую скорость бурения FPR рассмотрено во множестве научных работ. Доказано снижение скорости бурения пневмомолотом при соответствующем увеличении прочности и абразивности породы [27]. Установлена обратная корреляция DRI с физико-механическими свойствами [28, 29]. Для выявления возможной корреляции DRI и FPR с размером фрагментации выполнен статистический анализ. На рис. 4 показан нисходящий тренд D_{80} при увеличении DRI и FPR соответственно. Такой результат полностью согласуется с опубликованными научными работами, рассматривающими буримость породы и ее геотехнические параметры. Установлено, что снижение прочности породы приводит к повышению ее буримости, что сопровождается снижением размера фрагментации.

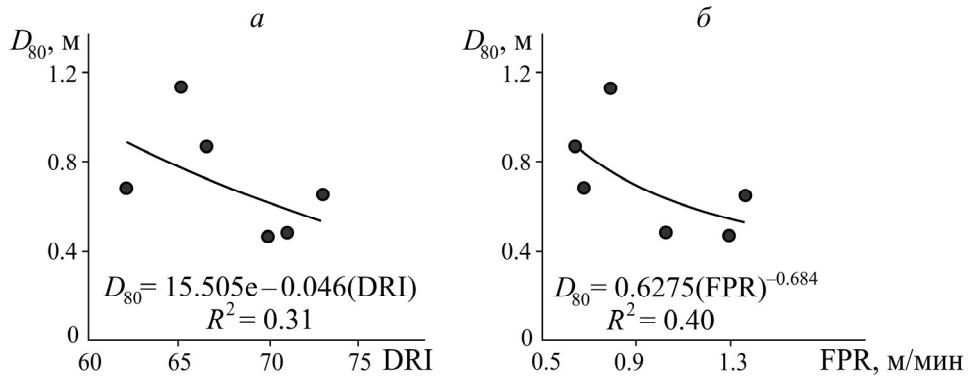


Рис. 4. Зависимость размера фрагментации отбитой породы от показателя скорости буримости по методу NTNU/SINTEF (a) и фактической скорости бурения FPR (б)

Влияние взрываемости породного массива на размер фрагментации. На рис. 5 представлены результаты простой регрессии по методу наименьших квадратов: положительная показательная функция зависимости размера фрагментации D_{80} от показателя взрываемости BI со средней интенсивностью $R^2=0.42$. Согласно [30], индекс взрываемости характеризует сопротивляемость породного массива к образованию трещин в процессе его взрывания. Полученный на рис. 5 восходящий тренд доказывает, что повышение BI приводит к увеличению размера фрагментации (низкая степень фрагментации) и наоборот, что соотносится с выводами [8].

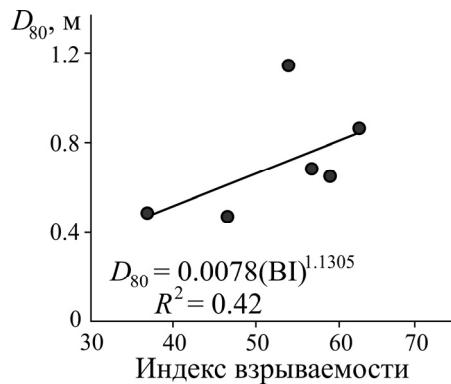


Рис. 5. Зависимость размера фрагментации отбитой породы от показателя взрываемости

Многопараметрическое регрессионное моделирование. В настоящей работе использована линейная и нелинейная множественная регрессия для разработки эмпирических моделей прогнозирования D_{80} на основе множества переменных. Регрессионный анализ выполнен в ПО SPSS-21.0. Рассмотрена D_{80} как зависимая переменная относительно независимых: полевых (FPR, RQD, BI, B, S, H, Hd, St и Pf) и параметров, полученных в лабораторных условиях (ABR, BR, S₂₀, SJ, DRI, UCS, SHV и ρ). Сделана попытка выявить возможную связь D_{80} только с параметрами, которые доступны при эксплуатации известнякового карьера. Чтобы рассмотреть все возможные линейные многопараметрические регрессионные модели, использован пошаговый алгоритм, суть которого заключается в поэтапном построении регрессионной модели [31]. Основной проблемой таких моделей является мультиколлинеарность, которая снижает их точность и стабильность, поэтому пошаговое построение модели выполнено при включенной функции проверки в ПО. Согласно [32], фактор инфляции дисперсии VIF — это показатель степени мультиколлинеарности с граничным значением 10 в рамках пошагового линейного регрессионного анализа [33]. В табл. 4 показаны наиболее согласующиеся модели A (на основе

полевых и лабораторных параметров) и B (на основе полевых параметров), сгенерированные методом наименьших квадратов с предустановленным уровнем значимости $\alpha = 0.1$, т. е. при доверительном интервале 90 %.

ТАБЛИЦА 4. Результаты наиболее точных пошаговых моделей линейной множественной регрессии с зависимой переменной D_{80}

Параметр	Коэффициенты независимых переменных					
	B	Стандартная ошибка	T	$t_{\text{табл}}$	Значимость	VIF
Модель A						
Постоянная	-0.803	0.258	-3.115	—	0.008	—
SHV	0.014	0.005	2.644	1.33	0.020	1.380
BI, %	0.013	0.003	4.931	1.33	0.000	1.455
SJ, мм/10	-0.004	0.001	-2.857	1.33	0.013	1.390
BR, %	0.008	0.003	2.396	1.33	0.032	1.349
S , м	0.089	0.039	2.261	1.33	0.042	1.440
Модель B						
Постоянная	1.632	0.268	6.098	—	0.000	—
FPR, м/мин	-0.542	0.122	-4.441	1.33	0.001	1.445
St , м	-0.611	0.090	-6.776	1.33	0.000	1.870
RQD, %	0.011	0.003	4.124	1.33	0.001	1.703
S , м	0.127	0.043	2.972	1.33	0.010	1.595
Итого:	R	R^2	Скорректированное R^2	Стандартная ошибка		
по модели A	0.93	0.86	0.80	0.114		
по модели B	0.92	0.84	0.79	0.117		

Для выявления значимости предлагаемых регрессионных моделей использованы некоторые статистические тесты. Первым шагом выполнена проверка гипотез (нулевой и альтернативной) по критерию Фишера (F -тест) совместно с дисперсионным анализом ANOVA (табл. 5). Статистический анализ по критерию Фишера — распространенный инструмент проверки достоверности и мощности регрессионных моделей [28]. Нуевая гипотеза (H_0) означает отсутствие статистической связи между ответной переменной (D_{80}) и рассматриваемыми прогнозирующими переменными в соответствующих моделях A и B . Альтернативная гипотеза (H_a) является обратной нулевой. Нуевая и альтернативная гипотезы имеют следующий вид:

- если $F_{\text{модели}} < F_{\text{крит}}$, то принимаем H_0 и отклоняем H_a — модель недостоверна;
- если $F_{\text{модели}} > F_{\text{крит}}$, то отклоняем H_0 и принимаем H_a — модель достоверна.

ТАБЛИЦА 5. Дисперсионный анализ зависимой переменной D_{80}

Модель	Тип	Сумма квадратов	Степень свободы df	Средний квадрат	$F_{\text{модели}}$	$F_{\text{крит}}$	Значимость
A	Регрессия	1.004	5	0.201	15.531	3.03	0.000
	Остаток	0.168	13	0.013			
	Итого	1.172	18				
B	Регрессия	0.980	4	0.245	17.857	3.11	0.000
	Остаток	0.192	14	0.014			
	Итого	1.172	18				

По результатам дисперсионного анализа моделей A и B и критическим значениям F -теста при $\alpha=0.10$; $df_1=5$; $df_2=13$ и $\alpha=0.10$; $df_1=4$; $df_2=14$ соответственно можно заключить, что модели, представленные в табл. 5, являются достоверными.

Вторым шагом проверена значимость прогнозирующих величин моделей A и B по критерию Стьюдента (t -тест). Результаты проверки показали, что рассчитанные значения критерия Стьюдента всех независимых переменных превышают табличные значения $t_{\text{табл}}$. Таким образом, величины модели A (SHV, BI, SJ, BR и S) и модели B (FPR, St, RQD и S) являются статистически значимыми при $\alpha=0.10$. Значения VIF всех прогнозирующих величин моделей A и B находятся около 1, т. е. проблема мультиколлинеарности для рассматриваемых моделей отсутствует.

В рамках нелинейного множественного регрессионного анализа для соответствия набору данных используются определенные математические выражения или функции. Согласно [34], модель нелинейной множественной регрессии имеет ключевое преимущество перед линейной, которое заключается в отсутствии проблемы мультиколлинеарности на ранних этапах моделирования. Нелинейная регрессионная модель обладает более сложной конфигурацией по сравнению с линейной. В общем виде нелинейную множественную регрессию можно записать как

$$\ddot{Y} = f(X, \beta) + \varepsilon. \quad (6)$$

С помощью экспоненциальной функции для прогнозирования размера фрагментации отбитой породы построена модель нелинейной множественной регрессии, которая описывается формулой

$$D_{80} = 0.511 \ln \frac{(\text{SHV} + \text{BR})^2 (\text{RQD} + Pf)}{\text{FPR}} - 5.868. \quad (7)$$

В модели используются полевые (RQD, Pf и FPR) и лабораторные параметры (SHV и BR). Однако следует отметить, что значение отскока молотка Шмидта можно получить в полевых условиях.

В табл. 6 показано, что полученная модель согласуется с набором данных при $R^2=77\%$. Значение средней абсолютной ошибки (MAE) 0.098 означает низкую погрешность и хорошую точность прогнозирования.

ТАБЛИЦА 6. Оценка коэффициентов прогнозирующих величин и окончательные параметры модели нелинейной множественной регрессии с зависимой переменной D_{80}^*

Модель по (7)	Оценочное значение	Стандартная ошибка	Доверительный интервал 95 %	
			нижняя граница	верхняя граница
A	0.511	0.068	0.368	0.654
B	5.868	0.871	4.029	7.706

* Итого: $R = 0.88$; $R^2 = 0.77$; скорректированное $R^2 = 0.68$; средняя абсолютная ошибка — 0.098.

Для проверки соответствия построенной модели нелинейной множественной регрессии выполнен дисперсионный анализ ANOVA. В табл. 7 представлено значение среднеквадратического отклонения (остатки) равное 0.270, которое объясняет адекватную дисперсию значений D_{80} .

ТАБЛИЦА 7. Результаты проверки достоверности предлагаемой модели нелинейной регрессии

Тип	Сумма квадратов	Степень свободы	Средний квадрат
Регрессия	10.170	2	5.085
Остаток	0.270	17	0.016
Итого	10.440	19	
Скорректированный результат	1.172	18	

Также выполнена оценка качества разработанных моделей линейной *A*, *B* и нелинейной множественной регрессии по (7) относительно следующих статистических критериев: оценка дисперсии VAF, среднеквадратическое отклонение RMSE и критерий эффективности Нэша-Сатклиффа NSE. Чем больше значение критерия VAF, тем более качественно построена регрессионная модель. Меньшее значение RMSE показывает большую точность разработанной модели. Значение RMSE — показатель наличия ошибок в случайной выборке данных [32]. По критерию NSE оценивается эффективность модели, он показывает насколько график спрогнозированных данных близок к фактическим. Значение NSE, равное 1, указывает на то, что спрогнозированные данные полностью соответствуют измеренным [35]. Рассчитанные значения критериев VAF, %, RMSE, NSE для модели *A* составили 85.57 %, 0.095, 0.853; для модели *B* — 83.54 %, 0.106, 0.815; для модели нелинейной множественной регрессии — 76.98 %, 0.119, 0.770. Это подтверждает достоверность, надежность и точность предложенных регрессионных моделей.

ВЫВОДЫ

В ходе исследования полевых и лабораторных параметров установлено, что повышение абразивности породы соответственно увеличивает размер фрагментации и наоборот. Выявлена положительная линейная зависимость размера фрагментации отбитой породы от индекса разрушаемости: образцы с высокими значениями разрушаются вязким образом и обеспечивают низкую степень фрагментации.

Обнаружена обратная корреляция между размером фрагментации отбитой породы и показателем скорости бурения, а также фактической скоростью бурения. Высокая степень фрагментации обусловливается увеличением буримости или скорости бурения породы.

Получена прямая зависимость размера фрагментации отбитой породы от индекса взрываемости с коэффициентом корреляции $R^2 = 42\%$. Предполагается низкая степень фрагментации при высоких значениях индекса взрываемости массива и наоборот.

Для оценки фрагментации отбитой породы на известняковых карьерах предложены две модели линейной и одна модель нелинейной множественной регрессии, точность которых подтверждена статистическими показателями.

Авторы работы выражают благодарность сотрудникам кафедр горного дела и инженерной геологии Инженерно-технологического университета в г. Лахор за помощь в проведении экспериментальных исследований, а также компаниям по производству цемента за предоставление возможности посещения известняковых карьеров для сбора полевых данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Singh P. K., Roy M. P., Paswan R. K., Sarim M. D., Kumar S., and Jha R. R. Rock fragmentation control in opencast blasting, *J. Rock Mech. and Geotechnical Eng.*, 2016, Vol. 8, No. 2. — P. 225–237.
2. Chakraborty A. K., Raina A. K., Ramulu M., Choudhury P. B., Haldar A., Sahu P., and Bandopadhyay C. Parametric study to develop guidelines for blast fragmentation improvement in jointed and massive formations, *Eng. Geology*, 2004, Vol. 73, No. 1–2. — P. 105–116.
3. Tosun A. and Konak G. Determination of specific charge minimizing total unit cost of open pit quarry blasting operations, *Arabian J. Geosciences*, 2015, Vol. 8, No. 8. — P. 6409–6423.
4. Elahi A. T. and Hosseini M. Analysis of blasted rocks fragmentation using digital image processing (case study: limestone quarry of Abyek Cement Company), *Int. J. Geo-Eng.*, 2017, Vol. 8, No. 1. — P. 16.

5. **Badroddin M., Bakhtavar E., Khoshrou H., and Rezaei B.** Efficiency of standardized image processing in the fragmentation prediction in the case of Sungun open-pit mine, Arabian J. Geosciences, 2013, Vol. 6, No. 9. — P. 3319–3329.
6. **Cunningham C. V. B.** The Kuz-Ram fragmentation model — 20 years on, Proc. Brighton Conf., 2005. — P. 201–210.
7. **Kulatilake P. H. S. W., Hudaverdi T., and Wu Q.** New prediction models for mean particle size in rock blast fragmentation, Geotech. Geolog. Eng., 2012, Vol. 30, No. 3. — P. 665–684.
8. **Gheibie S., Aghababaei H., Hoseinie S. H., and Pourrahimian Y.** Modified Kuz-Ram fragmentation model and its use at the Sungun Copper Mine, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2009, Vol. 46, No. 6. — P. 967–973.
9. **Akbari M., Lashkaripour G., Bafghi A. Y., and Ghafoori M.** Blastability evaluation for rock mass fragmentation in Iran central iron ore mines, Int. J. Min. Sci. Tech., 2015, Vol. 25, No. 1. — P. 59–66.
10. **Ghaeinia N., Mousakhania M., Amnieha H. B., and Jafaria A.** Prediction of blasting fragmentation using the mutual information and rock engineering system; case study: Meydook copper mine, Int. J. Min. Geo-Eng., 2017, Vol. 51. — P. 23–28.
11. **Sasaoka T., Takahashi Y., Sugeng W., Hamanaka A., Shimada H., Matsui K., and Kubota S.** Effects of rock mass conditions and blasting standard on fragmentation size at limestone quarries, Open J. Geology, 2015, Vol. 5. — P. 331–339.
12. **Mehrdanesh A., Monjezi M., and Sayadi A. R.** Evaluation of effect of rock mass properties on fragmentation using robust techniques, Eng. with Computers, 2018, Vol. 34, No. 2. — P. 253–260.
13. **Akande J. M. and Lawal A. I.** Optimization of blasting parameters using regression models in Ratcon and NSCE granite quarries, Ibadan, Oyo State, Nigeria, Geomaterials, 2013, Vol. 3. — P. 28–37.
14. **Enayatollahi I., Bazzazi A. A., and Asadi A.** Comparison between neural networks and multiple regression analysis to predict rock fragmentation in open-pit mines, Rock Mech. Rock Eng., 2014, Vol. 47, No. 2. — P. 799–807.
15. **Bakhtavar E., Khoshrou H., and Badroddin M. P.** Using dimensional-regression analysis to predict the mean particle size of fragmentation by blasting at the Sungun copper mine, Arab. J. Geosci., 2015, Vol. 8. — P. 2111–2120.
16. **Dhekne P., Pradhan M., and Jade R. K.** Assessment of the effect of blast hole diameter on the number of oversize boulders using ANN model, J. Inst. Eng. (India): Series D, 2016, Vol. 97, No. 1. — P. 21–31.
17. **Hasanipanah M., Armaghani D. J., Monjezi M., and Shams S.** Risk assessment and prediction of rock fragmentation produced by blasting operation: a rock engineering system, Environ. Earth. Sci., 2016, Vol. 75. — P. 808.
18. **Hasanipanah M., Amnieh H. B., Arab H., and Zamzam M. S.** Feasibility of PSO–ANFIS model to estimate rock fragmentation produced by mine blasting, Neural Computing Applicat., 2018, Vol. 30, No. 4. — P. 1015–1024.
19. **Priest S. D. and Hudson J. A.** Discontinuity spacings in rock, Proc. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech., Pergamon, 1976, Vol. 6, No. 5. — P. 135–148.
20. **Chatziangelou M. and Christaras B.** Rock mass blastability dependence on rock mass quality, Proc. 13th Int. Congress, Chania, Bulletin of the Geol. Soc. of Greece XLVII, 2013.
21. **Thuro K., Singer J., Käsling H., and Bauer M.** Determining abrasivity with the LCPC test, Proc. 1st Canada-U.S. Rock Mech. Symp., Vancouver B. C., 2007.
22. **Dahl F.** The suggested DRITTM, BWITTM, CLITTM Standard, 2003.
23. **Majeed Y. and Abu Bakar M. Z., and Butt I. A.** Abrasivity evaluation for wear prediction of button drill bits using geotechnical rock properties, Bull. Eng. Geol. Env., 2019, Vol. 79. — P. 767–787.

24. **Majeed Y. and Abu Bakar M. Z.** Water saturation influences on engineering properties of selected sedimentary rocks of Pakistan, J. Min. Sci., 2019, Vol. 54. — P. 914–930.
25. **Majeed Y. and Abu Bakar M. Z.** A study to correlate LCPC rock abrasivity test results with petrographic and geomechanical rock properties, Quarterly J. Eng. Geol. Hydrol., 2018, Vol. 51, No. 3. — P. 365–378.
26. **Wilfing L. S. F.** The influence of geotechnical parameters on penetration prediction in TBM tunneling in hard rock, Doctoral dissertation, Technische Universität München, 2016.
27. **Hoseinie S. H., Ataei M., and Aghababaie A.** A laboratory study of rock properties affecting the penetration rate of pneumatic top hammer drills, J. Min. Env., 2014, Vol. 5. — P. 25–34.
28. **Capik M., Yilmaz A. O., and Yasar S.** Relations between the drilling rate index and physicomechanical rock properties, Bull. Eng. Geology Env., 2016.
29. **Yenice H., Özdoğan M. V., and Özfirat M. K.** A sampling study on rock properties affecting drilling rate index (DRI), J. African Earth Sci., 2018, Vol. 141. — P. 1–8.
30. **Dey K. and Sen P.** Concept of blastability—an update, Indian Min. Eng. J., 2003, Vol. 42, No. 8, 9. — P. 24–31.
31. **Lyman R. and Longnecker M.** An introduction to statistical methods and data analysis, 6th Edition, Brooks, Cole Cengage Learning, Canada, 2010.
32. **Yilmaz N. G., Yurdakul M., and Goktan R. M.** Prediction of radial bit cutting force in high-strength rocks using multiple linear regression analysis, Int. J. Rock Mech. Min Sci., 2007, Vol. 44. — P. 962–970.
33. **Hair J. F., Black W. C., Babin B. J., and Anderson R. E.** Multivariate data analysis, 7th Edition, Prentice Hall, NY, 2009.
34. **Seber G. A. F. and Wild C. J.** Nonlinear regression, Wiley, NY, 2003.
35. **Sehgal V., Tiwari M. K., and Chatterjee C.** Wavelet bootstrap multiple linear regression based hybrid modeling for daily river discharge forecasting, Water Resour. Manag., 2014, Vol. 28, No. 10. — P. 2793–2811.

Поступила в редакцию 18/II 2022

После доработки 13/XI 2023

Принята к публикации 24/I 2024