

УДК 517.958: 539.3
DOI: 10.15372/PMTF202215160

ВЫСОКОСКОРОСТНОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПОВРЕЖДАЕМОЙ СРЕДЫ С НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

В. А. Петушков

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия
E-mail: pva_imash@bk.ru

С учетом деградации свойств материалов выполнен анализ нелинейных процессов деформирования и разрушения в предварительно нагруженном трехмерном теле с острым концентратором в зоне разнородного соединения при ударном воздействии. Представлена обобщенная математическая модель нелинейного взаимосвязанного деформирования и разрушения повреждаемых поликристаллических сред, подвергаемых переменным по времени термомеханическим воздействиям. Сильная нелинейность модели обусловлена большими (конечными) деформациями и зависящим от скорости деформирования поведением сред с изменяемой микроструктурой. С учетом анизотропного упрочнения сред и эффекта Баушингера сформулированы соответствующие нелинейные краевые задачи и с использованием эффективных численных методов получены их решения. В качестве регуляторов корректности постановки задач использовались вязкость среды и градиенты второго порядка от внутренних переменных системы. Для апробации модели использованы данные экспериментов. Представлены результаты моделирования.

Ключевые слова: неоднородная среда, ударное нагружение, нелинейное деформирование, пространственная структура, микродефекты, повреждаемость, локализация деформаций, разрушение, математическое моделирование

Введение. Процессы деформирования и разрушения взаимосвязаны и происходят одновременно на различных структурных уровнях материалов. Для поликристаллических металлов пространственные масштабы процессов меняются от микроструктурных, т. е. порядка 10^{-9} м (размеры кристаллической решетки) до макроструктурных, т. е. порядка 1 м (размеры самих конструкций). Временные масштабы могут меняться в диапазоне от нескольких пикосекунд в случае движения атомов на уровне кристаллической решетки до нескольких десятков лет в условиях эксплуатации.

Структура поликристаллических металлов несовершенна и включает различные микродефекты в виде жестких включений, микропор и микротрещин, частиц вторичной фазы, а также дислокации, вакансии и т. д., расположенные на границах и внутри зерен (кристаллитов). Кроме того, дефекты могут появляться в процессе изготовления и эксплуатации. Все указанные дефекты могут быть выявлены с помощью оптической микроскопии уже на мезоуровне структуры.

В исходном состоянии относительный объем микроповреждений обычно невелик (порядка $10^{-4} \div 10^{-2}$), что позволяет рассматривать поликристаллические конструкционные металлы как идеальные. Однако при высоких уровнях и скоростях нагружения, больших деформациях начальные повреждения (микродефекты), размеры которых находятся в диа-

пазоне $10^{-6} \div 10^{-2}$ см, а также дефекты, образующиеся в процессе деформирования, интенсивно растут, объединяются, что приводит к деградации свойств материалов и разрушению [1, 2].

Анализ влияния дефектов в пространственной структуре металлов является чрезвычайно сложной проблемой вследствие необходимости учета существенно различающихся масштабов структуры и особенностей нелинейного деформирования на каждом ее уровне. В настоящее время существует два основных направления ее решения: 1) на основе механики гетерогенных сред; 2) на основе различных методов гомогенизации или обобщенной механики (микромеханики) с учетом мезоуровня структуры поликристаллов [2, 3]. В первом случае используется понятие представительного элементарного объема среды, величина которого определяется возможностью статистического осреднения. Во втором разрабатываются подходы, включающие масштаб характерной длины и основанные, например, на дискретной дислокационной или нелокальной пластичности, вязкопластичности или на механизмах диффузии. При этом в классические модели механики вводятся как различные меры повреждаемости, так и нелокальное описание полевых функций, когда напряжения и деформации в заданной материальной точке зависят от состояния среды в окрестности этой точки.

В математическом моделировании помимо существенно различающихся пространственных и временных масштабов исследуемых физических процессов необходимо учитывать сложный характер взаимодействия различного рода нелинейностей, возникающих в деформируемой среде при наличии повреждений.

В данной работе развита нелокальная модель высокоскоростного деформирования и разрушения поликристаллических сред с растущими исходными и возникающими микродефектами [4–6]. Моделируемые при этом процессы деформирования и разрушения представляют собой рост и объединение микродефектов (пор, трещин) при конечных деформациях с возможным образованием полос сдвига. Для апробации модели использованы данные экспериментов.

Выполнен анализ динамических процессов накопления повреждений и разрушения предварительно нагруженной нелинейно деформируемой пластины с острым надрезом (трещиной) в зоне неоднородного соединения металлов, включая прогноз роста трещины и трехмерные эффекты деформирования с возможным образованием сдвиговой полосы. Процессы вязкопластического деформирования и разрушения при конечных деформациях рассматриваются на мезоуровне структуры материалов.

1. Описание сред с переменной структурой. Основными факторами, определяющими нелинейное поведение деформируемой поликристаллической среды при ударных нагрузках, являются сложная история нагружения, большие скорость деформирования и температура, изменяемая во времени микроструктура.

Результаты экспериментов показывают, что общая реакция поликристаллических металлов во многом определяется явлениями, происходящими в масштабах зерна [7, 8]. Неоднородность материала влияет на эволюцию дислокационных структур и является источником локализованной пластической деформации, накопления повреждений и зарождения трещины. Образование повреждений (микродефектов) в процессе распространения ударных волн происходит, главным образом, в виде микронесплошностей (микропор). Процесс формирования пор с учетом наличия вторых фаз и включений показан на рис. 1.

Под повреждаемостью и разрушением среды обычно понимается процесс образования и роста микродефектов, которые независимо от их формы, размеров и ориентации будем полагать однородно и изотропно (с макроскопической точки зрения) распределенными по ее объему. При этом учитываются как начальные (технологические) микродефекты в среде, так и микродефекты, возникающие в процессе ее деформирования.

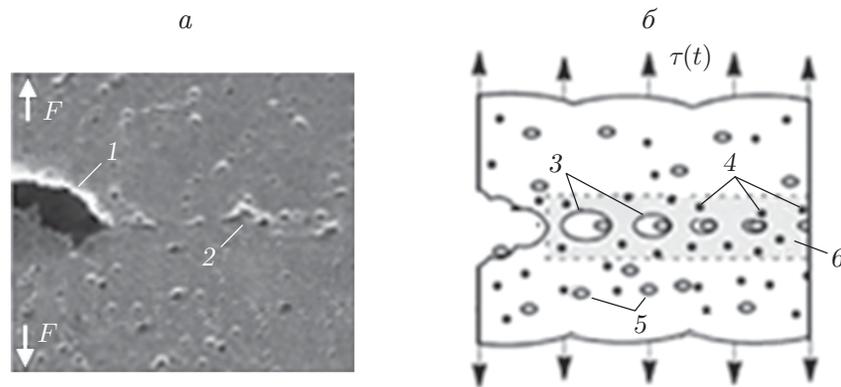


Рис. 1. Структура поликристаллической среды при наличии в ней микротрещины, распространяющейся вдоль полосы сдвига (а), и ее представление в модели (б):

1 — микротрещина, 2 — слияние микропор при сдвиге, 3 — поры, 4 — карбиды, 5 — включения, 6 — вязкий излом

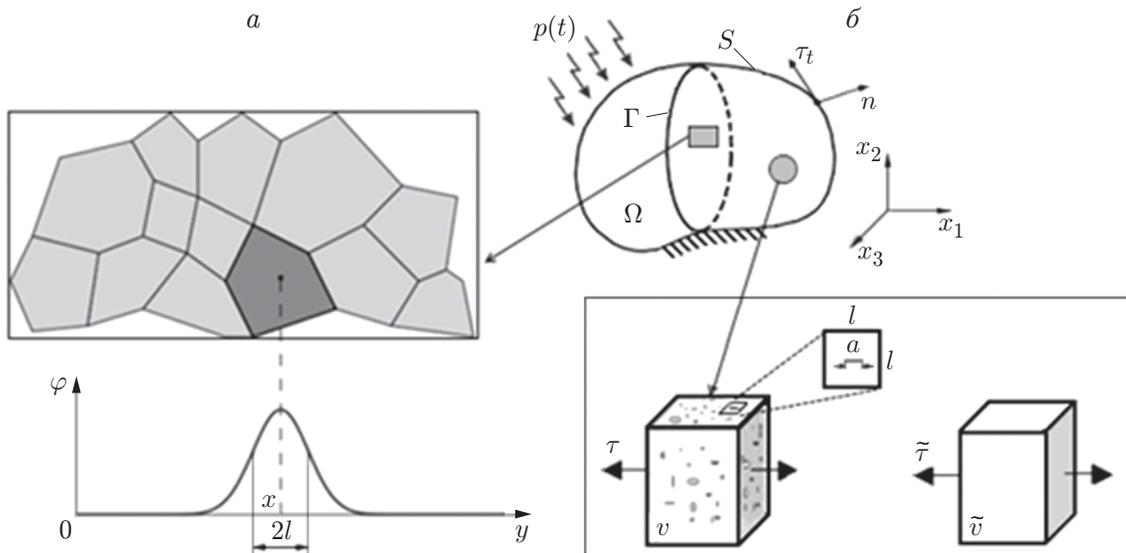


Рис. 2. Структура материала на мезоскопическом (а) и макроскопическом (б) уровнях:

а — схематическое представление нелокальности, б — поврежденное и неповрежденное состояния материала среды с характерным масштабом длины l

Следуя работе [9], в качестве меры повреждаемости примем относительный объем микроповреждений $\xi = v_d/v$, где v — элементарный объем материала; $v_d = v - \tilde{v}$ — часть объема v , содержащая микроповреждения (рис. 2). Такой подход к гомогенизации (осреднению) структуры в рамках представительного объема v , несмотря на большое упрощение, достаточно точно учитывает деградацию свойств во времени и конечную стадию разрушения среды [2, 3, 8]. В этом случае связь между поврежденным и неповрежденным состояниями материала среды определяется соотношением

$$\tilde{\tau} = \tau / (1 - \xi),$$

где $\tau, \tilde{\tau}$ — тензоры напряжений неповрежденной и поврежденной среды соответственно. Уровни накапливаемых во времени повреждений определяются скоростью повреждаемо-

сти $\dot{\xi}$, которая представляет собой сумму скоростей зарождения и развития микроповреждений. Включение повреждаемости ξ в уравнения состояния материала в виде непрерывной скалярной функции пространства и времени $\xi = \xi(x^i, t)$, а также других искомым полевых функций позволяет описать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения конструкций. Для этого необходимо сформулировать уравнения эволюции, определяющие зарождение микропор $\dot{\xi}_n(x^i, t)$ и их рост $\dot{\xi}_g(x^i, t)$, в виде

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_n + \dot{\xi}_g.$$

Пороговые значения напряжений или деформаций, при которых происходит зарождение микропор, обычно определяются в экспериментах по высокоскоростному соударению пластин при скоростях $200 \div 400$ м/с.

Полагая, что зарождение микропор имеет случайный характер, накопленные за время Δt повреждения в сжимаемой деформируемой среде могут быть определены, например, по формулам [10]

$$\begin{aligned} \xi(t + \Delta t) &= 8\pi N^t R_n^3 \Delta t + \xi(t) \exp(3 \Delta t(p - P_g)/(4\lambda)), \\ N^t|_{p > P_n} &= N_0^t \exp((p - P_n)/P_1), \quad N^t|_{p \leq P_n} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где p — гидростатическое давление; P_n, P_g — пороговые значения давления, при которых происходит зарождение и рост микропор соответственно; R_n — размер образовавшихся микропор; λ — вязкость материала; P_1, N_0^t — параметры деформируемой среды; N^t — скоростная функция числа зарождающихся микропор. Начальная степень поврежденности большинства конструкционных металлов обычно не превышает 1–3 %.

Поведение деформируемых сред с учетом их структуры является нелокальным с точки зрения классической механики, поскольку зависит от характерного масштаба длины структуры l (см. рис. 2). Например, взаимодействие дислокаций, наблюдаемое на мезоуровне ($l = 0,1 \div 10,0$ мкм), оказывает существенное влияние на поведение среды на макроуровне ($l > 100$ мкм) [1]. С уменьшением размера зерна увеличиваются твердость и напряжения течения поликристаллической среды (эффект Холла — Петча). Зависимыми от размеров пространственной структуры оказываются механические характеристики металлов, такие как предел текучести, упрочнение и др.

Уравнения классической механики сплошных сред не описывают указанные выше эффекты, так как не содержат параметры структуры. Введение масштабного параметра — характеристической длины структуры l — даже на мезоуровне позволяет качественно и количественно учесть влияние масштабных факторов на полевые функции деформирования. Для многих металлов значение этого параметра находится в диапазоне $0,25 \div 6,00$ мкм и может быть получено в экспериментах на кручение микропроволоки или изгиб тонкой микропленки.

Масштабный параметр используется также в мультимасштабных моделях деформируемых сред, связывая макро-, мезо- и микромеханику, поскольку прямой квантовый или молекулярный анализ реальных конструкций в реальном времени практически невозможен вследствие несоответствия масштабов их уровней.

При квазистатических и ударных воздействиях происходит разупрочнение материала вследствие увеличения температуры и накопления повреждений, при этом, как следует из экспериментов, в наиболее нагруженных элементах конструкций возникают узкие зоны локализации полей вязкопластического деформирования и повреждений — так называемые полосы сдвига (см. рис. 1, *a*) вследствие потери устойчивости (бифуркации) нелинейного процесса деформирования. В этом случае ширина сдвиговой полосы может составлять $3 \div 10$ мкм в зависимости от используемого материала и условий нагружения. В сдвиговой полосе наблюдается большая концентрация микропор, развитие которых при сдвиговом

деформировании приводит к разрушению конструкции в виде распространяющейся вдоль полосы макротрещины (см. рис. 1). Возникновение на поверхности разлома фрагментов пор является подтверждением наличия сдвиговых процессов разрушения.

Образование полос сдвига оказывает влияние на характер деформирования пространственной структуры материала, поскольку в зонах сдвига возникают очень большие (конечные) деформации, температуры и скорости деформирования [11, 12]. Разрабатываемые модели деформирования должны учитывать все эти процессы.

Разработка новых моделей обусловлена некорректностью постановки и численной неустойчивостью решения краевой задачи в режимах локальной потери устойчивости (бифуркации) течения деформируемой среды. В этом случае необходимо введение регуляризирующего параметра в виде характеристик масштабных уровней, вязкости среды или градиентов полевых функций рассматриваемой краевой задачи [13].

Зависимость вязкопластического деформирования от скорости нагружения определяет неявно масштаб характерного размера структуры среды в динамических или квазистатических задачах. При этом характерный размер l определяется вязкостью среды λ :

$$l = \lambda C t^{vp}.$$

Здесь $C = (\mu/\rho)^{1/2}$ — скорость распространения упругих волн в среде; μ, ρ — модуль сдвига и плотность среды соответственно; t^{vp} — время затухания механических возмущений, непосредственно связанное с вязкостью среды [14].

Для моделирования высокоскоростных процессов деформирования требуется использовать градиентные подходы. В этом случае полевые функции (внутренние переменные термодинамической системы), такие как напряжения τ , деформации D и др., заменяются нелокальными аналогами, полученными путем взвешенного осреднения в окрестности рассматриваемой материальной точки (см. рис. 2, *a*). Так, если $f(x)$ — некоторая полевая функция в области Ω , то ее нелокальный аналог $\bar{f}(x)$ может быть представлен в виде

$$\bar{f} = f + l^2 \nabla^2 f, \quad (2)$$

где ∇^2 — градиентный оператор второго порядка.

Следует отметить, что явное, как в случае использования нелокальных переменных или градиентной теории, либо неявное, как в случае учета эффектов вязкопластичности, включение характерного размера пространственной структуры материала в модель позволяет получить корректную постановку краевой задачи о динамическом деформировании среды.

2. Конечные деформации и определяющие соотношения модели. При распространении ударных волн процессы деформирования и разрушения, происходящие в поликристаллической среде, имеют пространственный характер и являются результатом повторяющихся режимов нагружения и разгрузки. Для моделирования этих процессов требуется математическое описание движения среды во времени и связанного с ним изменения ее состояния с учетом сложных траекторий нагружения, высоких температур, больших деформаций и деградации свойств вследствие накопления повреждений.

Пусть предварительно нагруженная нелинейно деформируемая поликристаллическая среда (конструкция, элемент конструкции) объемом V в момент начала ударного воздействия t_0 занимает область $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, ограниченную поверхностью $S = S_\sigma \cup S_u$, $S_\sigma \cap S_u = \emptyset$, где S_σ, S_u — части поверхности с заданными усилиями и смещениями соответственно. Момент времени $t_0 \in D_t = (0, t^*)$, где t^* — время деформирования среды. Существующие в этот момент времени повреждения в среде $\xi(x^i, t)$ будем рассматривать в качестве начальных: $\xi_0 = \xi(x^i, t_0)$.

Для описания конечного деформирования область Ω примем в качестве начальной конфигурации $k^0(\Omega)$ и введем в ней декартову систему координат X^i . Тогда любое движение (деформирование) среды относительно исходной конфигурации $k^0(\Omega)$ в любой произвольный момент времени $t > t_0$ определяется следующим непрерывным отображением:

$$x^i = \varphi(X^i, t), \quad X^i \in k^0(\Omega), \quad k^0 : \Omega \Rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \in D_t = (t_0, t^*).$$

Лагранжевы координаты x^i рассматриваемой точки в деформированной среде определяются по формуле $x^i = x^i(X^k, t)$, длительность ударного воздействия t^* составляет порядка 100 мкс. Здесь и далее используются допущения, принятые в тензорном исчислении, точка над любой переменной физического поля означает производную по времени.

Поле деформаций среды задается вектором смещений ее частиц $u^i = u^i(X^k, t)$, который определяется следующим образом: $u^i = x^i - X^i$. Мерой деформации является градиент F :

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_j}$$

(δ_{ij} — символ Кронекера). Тензор конечных деформаций Грина определяется соотношением

$$D := \frac{1}{2} (F^T F - I) \quad (3)$$

(I — единичный тензор Кронекера), его компоненты ε_{ij} имеют вид

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_r \nabla_j u^r).$$

Тензор скорости конечных деформаций Грина (3) может быть представлен в следующем виде:

$$\dot{D} := \frac{1}{2} (\dot{F}^T F + F^T \dot{F}) = F^T dF. \quad (4)$$

Локальные напряжения, возникающие при деформировании среды, определяются вторым симметричным тензором Пиолы — Кирхгофа

$$T_{ij} = J F_{ik}^{-1} \tau_{kl} F_{jl}^{-1},$$

где τ_{kl} — истинные напряжения Коши; тензор T соответствует начальной конфигурации k^0 среды, а тензор τ — текущей конфигурации k^t ; J — мера изменения объема при деформировании, определяемая выражением

$$J = \det(F) = \det\left(\delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_j}\right) > 0. \quad (5)$$

Материальные производные по времени от истинных напряжений не являются объективными или инвариантными относительно смещения среды как жесткого целого, поэтому под скоростями напряжений обычно понимается так называемая скорость Яумана — Полла

$$\dot{\tau}_{jk} = \dot{T}_{jk} - T_{jr} w_{rk} - T_{kr} w_{rj},$$

где \dot{T}_{jk} — полная производная напряжений по времени.

Уравнения вязкопластического деформирования среды могут быть записаны в виде законов сохранения

$$\begin{aligned} \rho(x^i, t)J &= \rho_0(X^i), & \tau_{jk,k} + \rho_0 b_j &= \rho_0 \dot{v}_j, \\ \rho_0 c_v \dot{\theta} &= -\nabla q + \varkappa \tau : \dot{D} + \rho_0 h, & \rho \dot{s} + \nabla \frac{q}{\theta} - \rho \frac{r}{\theta} &\geq 0, \quad \Omega \times D_t. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь b — вектор массовых сил; θ — температура; c_v — удельная теплоемкость; h — плотность внутренних источников тепла; q — вектор теплопередачи; \varkappa — коэффициент; s — энтропия системы. Направление процесса обмена энергией, в том числе с окружающей средой, определяется вторым законом термодинамики — неравенством Клаузиуса — Дюгема в (6).

Для адиабатических процессов доля \varkappa механической работы, обусловленной нелинейным деформированием и переходящей в тепло, составляет приблизительно 0,85. При скоростях нелинейного деформирования порядка 10^4 с^{-1} температура может оказывать существенное влияние на разупрочнение среды [12].

Для рассматриваемой среды уравнения (6) должны быть дополнены краевыми условиями и соотношениями, определяющими поведение нелинейно деформируемой среды с переменной структурой. В качестве начальных условий краевой задачи принимаются деформированная после предшествующего нагружения область Ω_0 и распределение скоростей $v_i(X^i, t)$ и смещений или напряжений $\tau_{jk}(X^i, t)$ на ней в начальный момент времени $t_0 = 0$:

$$u_i(X^i, t_0) = \hat{u}_i(X^i), \quad v_i(X^i, t_0) = \hat{v}_i(X^i),$$

или

$$\tau_{jk}(X^i, 0) = \hat{\tau}_{jk}(X^i), \quad v_i(X^i, t_0) = \hat{v}_i(X^i), \quad X^i \in \Omega_0. \quad (7)$$

Задаваемые на поверхности $S \subset \Omega_0$ граничные условия Неймана и Дирихле для усилий и перемещений соответственно запишем в виде

$$p_j = \tau_{jk} n_k = p_j^b(X^i, t) \quad \text{на } S_\sigma \times D_t, \quad u_j = u_j^b(X^i, t) \quad \text{на } S_u \times D_t, \quad (8)$$

где n_j — компонента вектора внешней нормали к поверхности S в точке X^i .

При наличии в области Ω_0 внутренних границ Γ , обусловленных жестким соединением разнородных материалов или составных тел, условия (8) дополняются условием

$$v_n^1 = v_n^2, \quad \dot{p}_j^1 = \dot{p}_j^2 \quad \text{на } \Gamma \times D_t, \quad (9)$$

т. е. равенством скоростей и импульсов по обе стороны от границы, а в случае скольжения с трением — условиями

$$-\vartheta \dot{p}_n^1 \leq p_\tau^1, \quad \dot{p}_\tau^2 \leq \vartheta \dot{p}_n^2, \quad (10)$$

где индексы 1, 2 соответствуют телам (материалам), находящимся по обе стороны от границы контактного разрыва Γ ; $j = n, \tau$ — соответственно нормальное и касательные направления к поверхности разрыва в точке контакта; ϑ — коэффициент трения.

Определяющие соотношения для рассматриваемой нелинейно деформируемой поликристаллической среды могут быть получены на основе термодинамических принципов с использованием законов сохранения энергии (6) и, в тех случаях, когда это необходимо, градиентного представления (2) для переменных физического поля. В качестве основных параметров состояния среды примем эквивалентную вязкопластическую деформацию ε_e^{vp} , повреждаемость ξ , температуру θ и микронапряжения ρ_{jk} для учета как сложных траекторий деформирования, так и эффекта Баушингера. Ниже определяющие соотношения приводятся в окончательном виде. Их вывод подробно представлен в работах [5, 14].

Конечные деформации (3) включают упругие и нелинейные составляющие. Для их представления используем мультипликативное разложение градиента F между конфигурациями k^0 и k^t в виде $F = F_e \cdot F_{vp} \cdot F_d$, скорость деформации (4) представим как результат декомпозиции на упругие \dot{D}^e , вязкопластические \dot{D}^{vp} и вязкоповреждаемые \dot{D}^d составляющие:

$$\dot{D} = \dot{D}^e + \dot{D}^{vp} + \dot{D}^d.$$

Здесь $\dot{D}^d = \dot{D}^{ed} + \dot{D}^{vpd}$; \dot{D}^{ed} , \dot{D}^{vpd} — упругие (обратимые) и вязкопластические (необратимые) составляющие тензора скоростей деформации соответственно.

Процессы развития повреждений $\xi(x^i, t)$, определяемые уравнением (1), являются термодинамически необратимыми. Однако вследствие наличия повреждений деформации могут частично или полностью восстанавливаться при разгрузке. Будем полагать, что необратимая часть деформации обусловлена только сжимаемостью объема вследствие повреждений. В этом случае якобиан (5), характеризующий объемную деформацию, равен $J = J^d = \det(F)$. Мерой скорости изменения объема является след \dot{D} , поэтому деформации за счет повреждаемости определяются по формуле

$$\varepsilon^d = 1/J - 1.$$

Для гипоупругого представления деформируемой среды при конечных деформациях связь между составляющими скоростей напряжений и деформаций может быть записана в виде обобщенного закона Гука

$$\dot{\tau} = C : (\dot{D} - \dot{D}^{vpd}) - \alpha \dot{\theta} I, \quad (11)$$

где тензор упругости $C = 2\mu I + (K - 2\mu/3)I \otimes I = C(\xi, \theta)$ — функция температуры и повреждений; K — модуль объемного сжатия; α — коэффициент температурного расширения; I — единичный тензор. Соответствующие выражения для объемного модуля K и модуля сдвига μ при значительных изменениях объема, температуры и при разупрочнении вследствие повреждаемости деформируемой среды приведены в [4].

Упругие деформации D_{jk}^e , возникающие при ударном сжатии металла, включают упругую объемную деформацию ε , которая может быть очень большой и сопровождаться резким увеличением температуры, а также упругие сдвиговые деформации, определяемые девиатором e_{jk}^e . Следовательно,

$$\dot{D}_{jk}^e = \dot{e}_{jk}^e + \dot{\varepsilon} \delta_{jk},$$

где

$$\dot{e}_{jk}^e = \frac{1}{2\mu} \dot{S}_{jk}, \quad \dot{\varepsilon} = \frac{1}{3K} \dot{\tau}_m,$$

$\tau_m = (1/3)\tau_{jk}\delta_{jk} = -p$ — среднее напряжение; $S_{jk} = \tau_{jk} + p\delta_{jk}$ — девиатор напряжений.

Следует отметить, что структурные изменения, происходящие в деформируемой среде, зависят от отношения

$$\eta = \tau_m/\tau_e,$$

где

$$\tau_e = ((3/2)S_{jk}S_{jk})^{1/2} — \quad (12)$$

эквивалентное напряжение, или напряжение Мизеса. При этом образование и рост микродефектов могут происходить в условиях разрежения (кавитации по аналогии с [15]) и (или) сдвига (см. рис. 1, а).

При малых значениях показателя η кавитационный процесс роста пор резко ограничивается локализацией пластических деформаций в узких полосах сдвига, образующихся вследствие потери устойчивости (бифуркации) процесса деформирования под действием отраженных волн напряжения, термического разупрочнения металлов, наличия несовершенств и т. п. [16, 17]. В этих случаях соотношение между накапливаемыми во времени вязкопластическими деформациями ε_e^{vp} и предельной при разрушении деформацией ε_F , определяемой экспериментально [17], может быть использовано в качестве меры повреждаемости ξ :

$$\xi = \varepsilon_e^{vp} / \varepsilon_F.$$

Здесь ε_e^{vp} — эквивалентная вязкопластическая деформация:

$$\varepsilon_e^{vp} = \left(\frac{2}{3} D_{jk}^{vp} D_{jk}^{vp} \right)^{1/2} = \int \dot{\varepsilon}_e^{vp} dt. \quad (13)$$

Достижение предельной деформации ε_F или предельного уровня повреждаемости ξ_F может служить критерием разрушения деформируемой среды:

$$\xi \geq \xi_F, \quad \varepsilon_e^{vp} \geq \varepsilon_F. \quad (14)$$

При больших изменениях объема деформируемой среды, а следовательно, и температуры зависимость среднего напряжения τ_m от объемных деформаций и температуры является нелинейной. Эта зависимость определяется известными соотношениями Ренкина — Гюгоньо на фронте ударной волны, распространяющейся в сжимаемой при ударе деформируемой среде, и уравнениями Ми — Грюнайзена

$$p = \rho_0 \gamma_0 c_v \theta_m (1 + \varepsilon^d)^{\gamma_0 + 1}, \quad (15)$$

где γ_0 — коэффициент Грюнайзена; θ_m — температура плавления.

Уравнение состояния (15) описывает сжимаемость среды при необратимых термодинамических процессах, его параметры определяются в экспериментах на ударное сжатие [18]. Из результатов этих экспериментов следует, что температура плавления резко увеличивается с увеличением давления сжатия в соответствии с выражением

$$\theta_m = \theta_{m0} \exp \left(\frac{2a\varepsilon^d}{1 + \varepsilon^d} \right) (1 + \varepsilon^d)^{2(\gamma_0 - a - 1/3)},$$

где θ_{m0} — температура плавления при нормальном давлении; a — постоянная материала.

С учетом термодинамических ограничений компоненты ε_{ij}^{vp} тензора вязкопластических деформаций \dot{D}^{vp} определяются по формуле [14]

$$\varepsilon_{ij}^{vp} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}}, \quad (16)$$

где Λ — множитель Лагранжа; $f = (3J_2/2)^{1/2} - R_p \leq 0$ — уравнение поверхности вязкопластической текучести с учетом повреждаемости ξ и температуры θ ; R_p — радиус поверхности текучести, который в случае изотропного упрочнения (разупрочнения) материала вычисляется по формуле

$$R_p = k(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi) [1 + (\lambda \varepsilon_e^{vp})^{1/m}] [1 - (\theta/\theta_m)^n] + n I_1^2 \xi^2, \quad (17)$$

$k(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi) = \tau_y^s(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi) + \tau_y^r(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi)$; $\tau_y^s = \tau_y(\theta)(1 - \xi)$ — статический предел текучести; τ_y^r — текущий размер поверхности нагружения; m, n — зависящие от температуры параметры материала; $I_1 = \tau_{ii}$; $J_2 = \hat{S}_{jk} \hat{S}_{jk} / 2$; $\hat{S}_{jk} = S_{jk} - \rho_{jk}$; ρ_{jk} — тензор микронапряжений, определяющий изменение поверхности текучести во времени для повреждаемых

материалов с анизотропным упрочнением [4]:

$$\dot{\rho}_{jk} = \frac{2}{3} c \dot{e}_{jk}^{vp} - r \rho_{jk} \dot{\chi} + \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial \theta} \rho_{jk} \dot{\theta}, \quad (18)$$

c, χ — зависящие от температуры параметры материала.

Условия нагружения и разгрузки нелинейно деформируемой среды (условия Куна — Такера) могут быть записаны в виде

$$\dot{\Lambda} \geq 0, \quad f \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\Lambda} f = 0. \quad (19)$$

В пренебрежении инерционными силами и вязкостью материала уравнения (6)–(19) могут быть использованы при изучении квазистатических, обычно предшествующих ударному нагружению, процессов деформирования и разрушения рассматриваемой среды. Выбор соответствующей модели повреждаемости определяется конкретными условиями и режимами нагружения деформируемой среды.

Полагая процессы высокоскоростного деформирования адиабатическими, решение нелинейной краевой задачи, записанной в локальной форме в виде дифференциальных уравнений (6)–(8), (15)–(19), можно получить методом конечных элементов с использованием вариационной (слабой) формы указанных уравнений и разностной аппроксимации решения на временном слое D_t . При этом на каждом шаге по времени Δt учитывается физическая и геометрическая нелинейность [4–6].

3. Результаты моделирования. С целью обоснования используемой модели сначала проведем сравнение решения трехмерной задачи о стержне Гопкинсона с известными результатами экспериментов. Физический эксперимент для метаемого с помощью пушки стержня из сплава Ti–6Al–4V при скорости деформирования, равной $5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$, описан в работе [19]. Там же представлены необходимые характеристики материала, геометрия и размеры стержня.

Моделирование высокоскоростного столкновения стержня с жестким препятствием с учетом трения в зоне контакта (см. (10)) позволило получить хорошо согласующиеся с экспериментальными данными изменения во времени конечных деформаций и напряжений в стержне, в том числе с учетом изменения температуры в зоне локализации деформаций, картину его деформирования и разрушения. Некоторые результаты для напряжений (12) и деформаций (13) представлены на рис. 3.

Выявленные локализованная полоса сдвига и поверхность откола, направленные под углом 45° к торцу стержня, свидетельствуют о наличии двух механизмов разрушения: за счет сдвигов и за счет образования микропор (пустот).

Полученные результаты свидетельствуют также о процессах интенсивного разупрочнения, происходящих в локализованной полосе сдвига вследствие адиабатического нагрева, накопления деформаций и повреждений, приводящих к разрушению стержня (см. рис. 3).

Рассмотрим задачу о высокоскоростном нелинейном деформировании и разрушении неоднородной полосы — биметаллического соединения (сталь марки 15ХГН2МА (материал 1) и сталь марки ОХ18Н10Т (материал 2)) с разрезом (трещиной) вблизи его границы, т. е. компактного образца с размерами, показанными на рис. 4. Предполагается, что первоначально полоса нагружена внутренним давлением по поверхности берегов разреза, затем ее верхняя кромка подвергается удару. Подобные соединения широко используются в конструкциях химической и ядерной промышленности. В процессе эксплуатации в них происходит более интенсивная деградация свойств соединяемых материалов вследствие щелевой коррозии и водородного охрупчивания и велика вероятность образования трещин и разрушения.

В соединении использованы стали марок 15ХГН2МА и ОХ18Н10Т, которые заполняют соответственно области Ω_1 и Ω_2 (см. рис. 4, а) и имеют следующие характеристики: соотношение модулей Юнга $E_1/E_2 = 1,05$, коэффициентов Пуассона $\nu_1/\nu_2 = 0,91$, статических

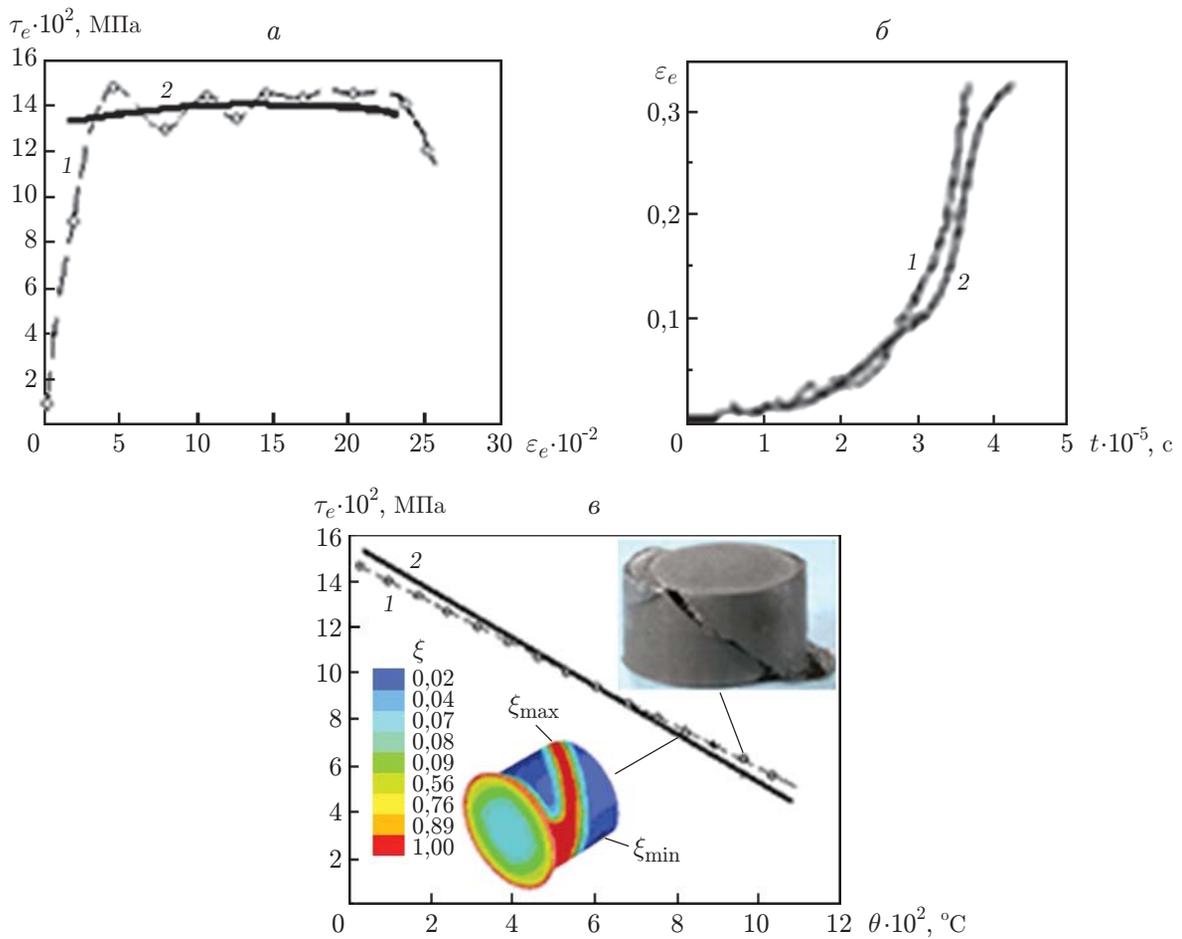


Рис. 3. Изменение эквивалентных напряжений и деформаций в стержне: *а* — кривые деформирования, *б* — зависимость деформаций от времени, *в* — зависимость напряжений от температуры в локализованной зоне неустойчивого деформирования и распределение повреждений в стержне в момент времени достижения максимальных напряжений; 1 — экспериментальные данные, 2 — результаты моделирования

пределов текучести $\tau_y^1/\tau_y^2 = 1,95$, коэффициентов линейного расширения $\alpha_1/\alpha_2 = 0,69$, начальных плотностей $\rho_1/\rho_2 = 1,0$. На рис. 4 приведены также экспериментальные кривые квазистатического деформирования указанных материалов для возможного при эксплуатации АЭС диапазона значений температуры.

Другие зависящие от температуры и скорости нагружения параметры используемой модели деформирования и разрушения поликристаллических сред должны определяться в серии экспериментов, описанных в работе [17]. Ввиду отсутствия этих параметров для рассматриваемых марок стали приняты соответствующие значения для аналогичных по свойствам и областям применения зарубежных марок сталей [10, 17].

Разнородное соединение выполнено в виде полосы с разрезом на границе соединения Γ (см. рис. 4), на которой заданы условия контактного разрыва (9). Полоса нагружается распределенным давлением интенсивностью p_c на берегах разреза и ударным воздействием на верхнюю грань $p(t) = p_0 H(t)$ ($p_0 = 500$ МПа; $H(t)$ — функция Хевисайда), нижняя грань полагается полностью закрепленной. С учетом симметрии рассматривается только 1/2 полосы относительно ее срединной плоскости $ABCD$.

При моделировании для описания геометрии и решения сильнонелинейной краевой задачи использован метод конечных элементов с объемными элементами и более подроб-

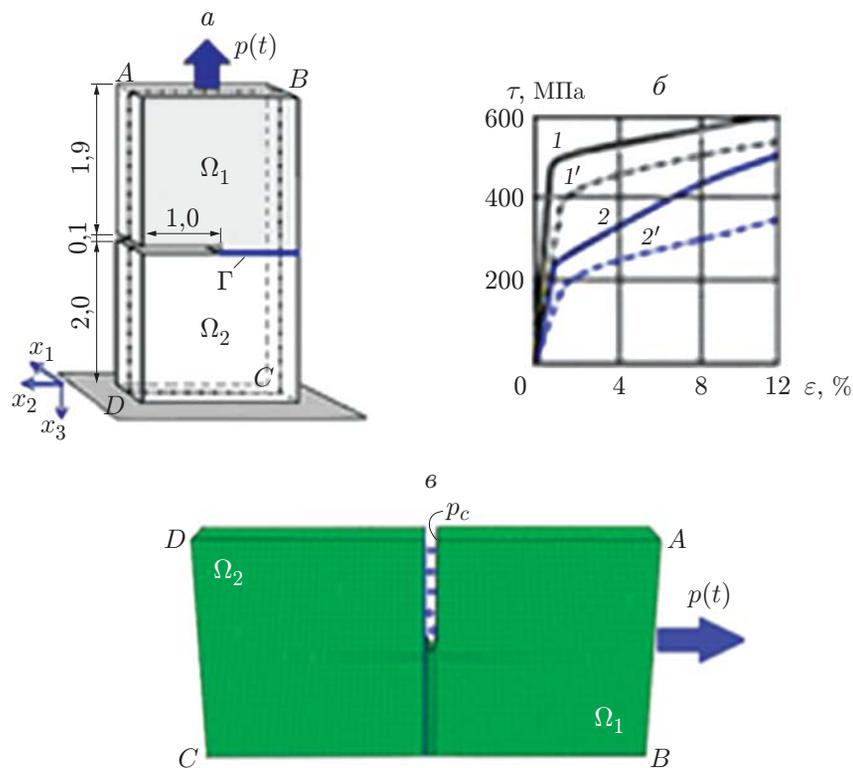


Рис. 4. Биметаллическая полоса с разрезом:

a — геометрия и условия закрепления биметаллической пластины, *б* — кривые деформирования материала 1 (*1*, *1'*) и материала 2 (*2*, *2'*), *в* — расчетная схема метода конечных элементов и нагрузки; *1*, *2* — $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, *1'*, *2'* — $T = 320\text{ }^{\circ}\text{C}$

ной сеткой в окрестности разреза (см. рис. 4, *в*), а также явная схема интегрирования по времени с соблюдением известного условия Куранта. Сравнение с результатами решения аналогичной задачи методом граничных элементов показывает, что такое приближение оказывается достаточным для достижения требуемой точности и вычислительной устойчивости метода [20].

Сначала решалась задача о нагружении поверхности разреза рассматриваемого соединения медленно меняющимся во времени давлением $p_c = 16 \div 50$ МПа. Результаты этого решения используются ниже в качестве начальных условий (7) для изучения динамического отклика соединения в условиях возникновения конечных деформаций (геометрическая нелинейность), не превышающих 4 %, для давления $p_c = 32$ МПа.

Представленные на рис. 5, 6 результаты моделирования получены с учетом больших (конечных) деформаций и повреждаемости материалов. Особенности распространения нелинейных волн напряжения, формирования напряженно-деформированных состояний и их кинетики с учетом неоднородности свойств материалов и концентрации напряжений подробно изучены в работе [20].

На рис. 5 приведены распределения зон эквивалентных начальных напряжений при наличии давления на берегах надреза $p_c = 32$ МПа (см. рис. 5, *а*) и ударного нагружения (см. рис. 5, *б*). Следствием ударного воздействия является не только резкое увеличение значений напряжения, но и существенное изменение геометрии полосы.

Влияние статической составляющей в комбинированном нагружении проявляется в изменении характера и амплитуды распространяющихся волн напряжений в наиболее нагруженной точке в вершине разреза (см. рис. 6, *а*).

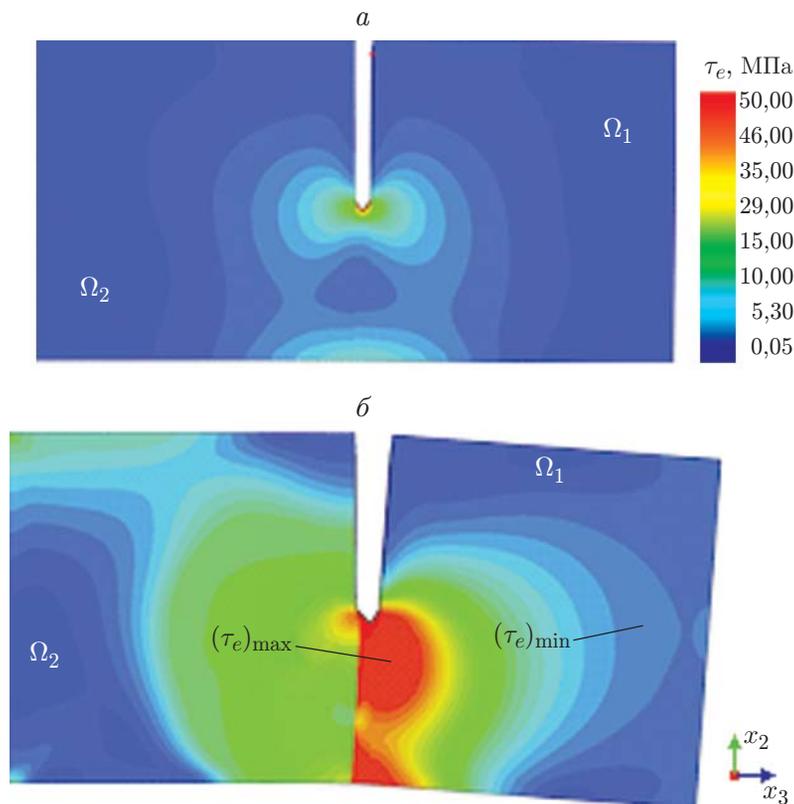


Рис. 5. Распределение эквивалентных напряжений в биметаллическом соединении с исходной поврежденностью материалов 4 % под действием: *a* — давления $p_c = 32$ МПа, *б* — ударного нагружения в момент времени $t = 500$ мкс

Наличие начальных повреждений приводит к изменению (деградации) свойств материалов и оказывает существенное влияние на амплитуду и характер распространения волн напряжения в процессе деформирования биметаллического соединения (см. рис. 6, *б*). Так, значение предела текучести материала в области Ω_1 уменьшается с 500 до 475 МПа, амплитуды волн напряжения значительно уменьшаются, их максимальные значения смещаются по времени.

Распределение повреждений в материалах соединения соответствует распределению в нем пластических деформаций, причем максимальные уровни повреждений и разрушение имеют место на расстоянии от внешней боковой поверхности пластины, равном $1/4$ ее толщины, в области, где реализуются максимальные пластические деформации.

Следует отметить, что результаты моделирования существенно зависят от выбранной формы (затупленной или острой) вершины надреза. Максимальные значения параметров разрушения могут различаться более чем в три раза, при этом изменяется траектория распространения трещины, что подтверждается экспериментальными данными [16]. При начальном нагружении берегов разреза (трещины) давлением $p_c \geq 48$ МПа последующее ударное воздействие приводит к разрушению биметаллического соединения.

Заключение. Изучено влияние начальных напряжений и повреждений (деградации свойств) на деформирование и разрушение неоднородной поликристаллической среды, подвергаемой ударному нагружению. Представленная математическая модель термовязкопластического деформирования и разрушения достаточно точно описывает процессы локализации конечных деформаций и повреждений в узких зонах полос скольжения и разрушения

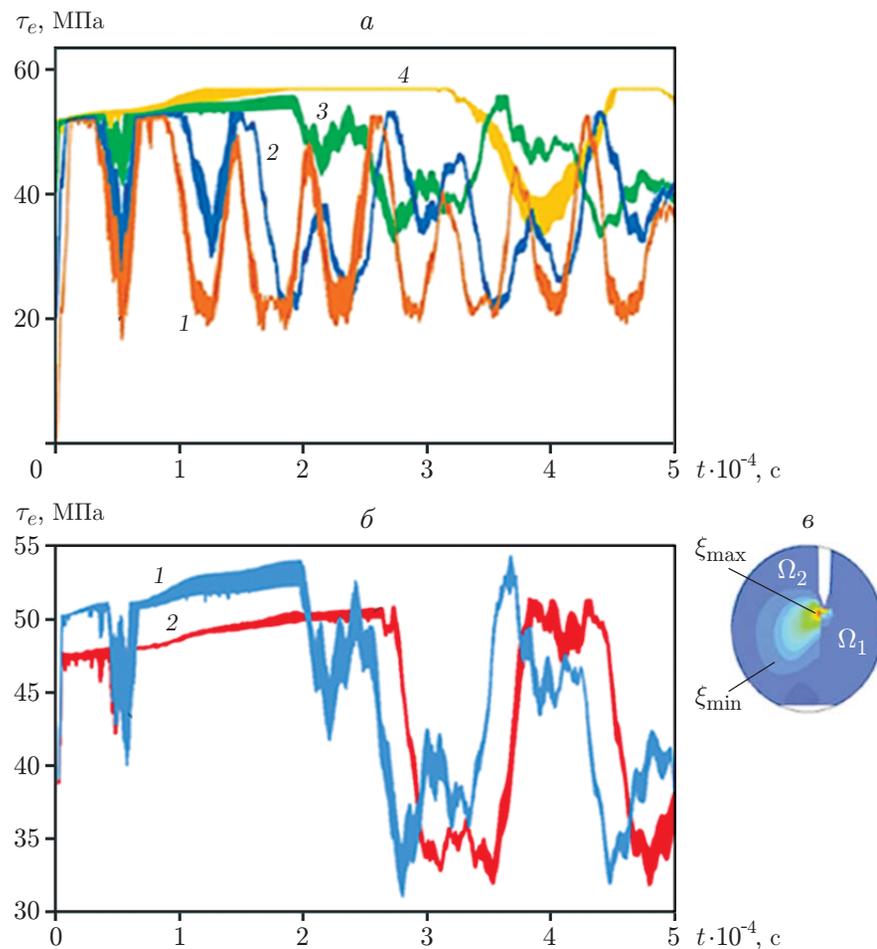


Рис. 6. Зависимость эквивалентных напряжений в вершине надреза от времени: *a* — в отсутствие давления (1) и при наличии давления в надрезе $p_c = 16$ МПа (2), $p_c = 32$ МПа (3) и $p_c = 48$ МПа (4); *б* — в отсутствие (1) и при наличии (2) начальных микрповреждений; *в* — распределение микронапряжений в окрестности надреза в момент времени $t = 500$ мкс ($\xi_{\max} = 17\%$, $\xi_{\min} = 5\%$)

с учетом объемности напряженных состояний на фронтах ударных волн и кавитационного и (или) сдвигового механизма образования и развития повреждений. Получены результаты расчетов, хорошо согласующиеся с данными эксперимента по высокоскоростному столкновению стержня с преградой. Приведенные результаты моделирования нелинейных волновых процессов деформирования и разрушения в биметаллической полосе свидетельствуют о существенном влиянии на ее динамический отклик исходного состояния и начальных напряжений, что подтверждает необходимость их учета для обоснованного прогнозирования прочности и остаточного ресурса конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панин В. Е. Структурные уровни пластической деформации и разрушения / В. Е. Панин, Ю. В. Гриняев, В. И. Данилов и др. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990.
2. Multiscale phenomena in plasticity: From experiments to phenomenology, modelling and materials engineering / Ed. by J. Lepinoux, D. Maziere, V. Pontikis. Dordrecht: Springer Sci.: Business Media, 2000.

3. **Zohdi T.** Homogenization methods and multiscale modeling // Encyclopedia of computational mechanics. V. 2. Solids and structures / Ed. by E. Stein, R. de Borst, T. J. R. Hughes. Chichester: John Wiley and Sons, 2004. P. 407–430.
4. **Петушков В. А., Надарейшвили А. И.** Нелинейные процессы деформирования и разрушения объемных тел при соударении // Мат. моделирование. 2004. Т. 16, № 11. С. 33–46.
5. **Петушков В. А., Надарейшвили А. И.** Математическое моделирование высокоскоростного нелинейного деформирования и локализации деформаций при разрушении объемных сред // Тр. 6-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием, 1–4 июня 2009 г. Ч. 1. Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. Математическое моделирование и краевые задачи. Самара: Сам. гос. техн. ун-т, 2009. С. 197–203.
6. **Petushkov V. A.** Numerical simulation of high-velocity dynamics of the nonlinear deformation and failure of damaged medium // Math. Models Comput. Simulat. 2010. V. 2, N 1. P. 76–90.
7. **Wilsdorf H. G. F.** The ductile fracture of metals: A microstructural viewpoint // Materials Sci. Engng. 1983. V. 59, N 1. P. 1–39.
8. **Celentano D. J., Chaboche J. L.** Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels // Intern. J. Plasticity. 2007. V. 23. P. 1739–1762.
9. **Работнов Ю. Н.** Механизм длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
10. **Seamen L., Curran B. R., Shockey D. A.** Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, N 11. P. 4814–4826.
11. **Панин В. Е., Егорушкин В. Е., Панин А. В. и др.** Природа локализации пластической деформации твердых тел // Журн. эксперим. физики. 2007. Т. 77, вып. 8. С. 62–69.
12. **Zhou M., Rosakis A. J., Ravichandran G.** Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates. 1. Experimental investigations of temperature signatures and propagation speed // J. Mech. Phys. Solids. 1996. V. 44. P. 981–1006.
13. **Wright T. W.** The physics and mathematics of adiabatic shear bands. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.
14. **Perzyna P.** Thermo-elasto-viscoplasticity and damage // Handbook of materials behaviour models / Ed. by J. Lemaitre. N. Y.: Academic, 2001. P. 821–834.
15. **Петушков В. А.** О волновой динамике повреждаемых оболочек, взаимодействующих с объемом кавитирующей жидкости // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2016. Т. 20, № 2. С. 366–386.
16. **Brunig M., Chyra O., Albrecht D., et al.** A ductile damage criterion at various stress triaxialities // Intern. J. Plasticity. 2008. V. 24. P. 1731–1755.
17. **Johnson G. R., Cook H. W.** Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperature and pressures // Engng Fracture Mech. 1985. V. 21, N 1. P. 31–48.
18. **Зельдович Я. Б.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. М.: Физматлит, 2008.
19. **Lesuer D. R.** Experimental investigations of material models for Ti-6Al-4V Titanium and 2024-T3 Aluminum: Rep. / Lawrence Livermore Nat. Lab. N CA 94551. Livermore, 2003.
20. **Petushkov V. A.** Nonlinear deformation of three-dimensional piecewise homogeneous media in stress waves // J. Machinery Manufacture Reliabil. 2018. V. 47, N 5. P. 451–463.

*Поступила в редакцию 27/VI 2022 г.,
после доработки — 20/IX 2022 г.
Принята к публикации 27/X 2022 г.*