

УДК 532.526

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

И. И. Липатов, В. К. Фам*

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского,
140180 Жуковский, Россия* Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия
E-mails: igor.lipatov@mail.ru, van.fam@phystech.edu

Исследованы нелинейное взаимодействие и потеря энергии гармониками возмущений, распространяющихся вверх по потоку. Показано возникновение новых гармоник вследствие нелинейного взаимодействия гармоник.

Ключевые слова: пограничный слой, распространение возмущений, теория сильного вязко-невязкого взаимодействия, нелинейное взаимодействие.

DOI: 10.15372/PMTF20200315

Введение. Развитие возмущений связано с проблемой гидродинамической устойчивости. Анализ распространения возмущений в пограничном слое необходим для корректной постановки краевой задачи для системы уравнений нестационарного пограничного слоя и построения вычислительных моделей и проводится в рамках исследования устойчивости к длинноволновым возмущениям. В настоящей работе рассматривается нелинейное взаимодействие гармоник возмущений при их распространении в нестационарном двумерном пограничном слое.

1. Постановка задачи. Рассмотрено нестационарное обтекание гиперзвуковым потоком вязкого газа плоской поверхности (в том числе пластины и клина), расположенной под нулевым углом атаки к набегающему потоку. При этом значение числа Маха набегающего потока полагается большим и имеет место режим сильного вязко-невязкого взаимодействия:

$$M_\infty \gg 1, \quad M_\infty \tau \gg 1$$

(M_∞ — число Маха набегающего потока; τ — безразмерная толщина ламинарного пограничного слоя).

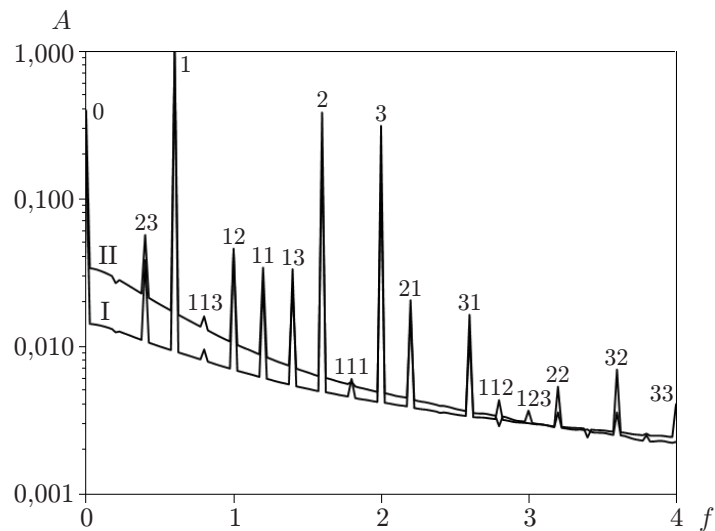
Ось OX декартовой системы координат, связанной с пластиной, направлена вдоль поверхности пластины, ось OY — по нормали к ней. Введем следующие обозначения: lx , ly — координаты, отсчитываемые вдоль поверхности пластины и по нормали к ней соответственно; lt/u_∞ — время; $u_\infty u$, $u_\infty v$, $u_\infty w$ — компоненты вектора скорости; $\rho_0 \rho$ —

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 14.G39.31.0001 от 13.02.2017 г.) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00498а).

© Липатов И. И., Фам В. К., 2020

Гармоники колебания давления и их частоты при распространении возмущений вверх по потоку

Гармоника	f	Гармоника, соответствующая линейной комбинации частот главных гармоник	Гармоника	f	Гармоника, соответствующая линейной комбинации частот главных гармоник
f_1	0,6	f_1	f_{111}	1,8	$f_1 + f_1 + f_1$
f_2	1,6	f_2	f_{21}	2,2	$f_2 + f_1$
f_3	2,0	f_3	f_{31}	2,6	$f_3 + f_1$
f_0	0	$f_i - f_i$	f_{112}	2,8	$f_1 + f_1 + f_2$
f_{23}	0,4	$f_3 - f_2$	f_{123}	3,0	$f_3 + f_2 - f_1$
f_{113}	0,8	$f_3 - 2f_1$	f_{22}	3,2	$f_2 + f_2$
f_{12}	1,0	$f_2 - f_1$	f_{32}	3,6	$f_3 + f_2$
f_{11}	1,2	$f_1 + f_1$	f_{33}	4,0	$f_3 + f_3$
f_{13}	1,4	$f_3 - f_1$			



Нормализованные спектры возмущения давления при $X = 0,95$ (I), $X = 0,90$ (II) (обозначения пиков соответствуют индексам в обозначениях гармоник, приведенных в таблице)

плотность; $\rho_\infty u_\infty^2 p$ — давление; $H_\infty g$ — полная энтальпия; $\mu_0 \mu$ — вязкость; параметр l — характерная длина обтекаемого тела; $\tau = O(\rho_0 u_\infty l / \mu_0)^{-1/2}$; индекс “ ∞ ” соответствует величинам в набегающем потоке; μ_0 — динамическая вязкость при температуре торможения. С помощью асимптотических методов, замены Дородницына — Лиза и предельного перехода [1, 2] получаем систему уравнений [3]

$$X \frac{\partial U}{\partial T} + X \left(U \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) - \frac{F}{4} \frac{\partial U}{\partial Y} + \beta \frac{\gamma - 1}{4\gamma} Q = \frac{P}{C_0} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2},$$

$$X \frac{\partial G}{\partial T} + X \left(U \frac{\partial G}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial G}{\partial Y} \right) - \frac{F}{4} \frac{\partial G}{\partial Y} = X \frac{\gamma - 1}{\gamma P} Q \frac{\partial P}{\partial T} + \frac{P}{C_0} \frac{\partial^2 G}{\partial Y^2},$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{(\gamma - 1)C_0}{2\gamma P^2}} \int_0^\infty Q dY, \quad P = \frac{\gamma + 1}{2} \left(\frac{3\Delta}{4} + X \frac{\partial \Delta}{\partial X} + X \frac{\partial \Delta}{\partial T} \right)^2, \quad U = \frac{dF}{dY}$$

с граничными условиями

$$Y = 0: \quad U = F = 0, \quad G = g_w, \quad Y = \infty: \quad U = G = 1,$$

$$P(X, T)|_{X=1} = P(T),$$

где $\gamma = 1,4$; $C_0 = P|_{X=0}$; $Q = G - U^2$; $\beta = -1 + (2X/P) \partial P / \partial X$; F — функция тока; $U = \partial F / \partial Y$ — продольная скорость; G — энтальпия; $P|_{X=0}$ — давление при $X = 0$; Δ — толщина вытеснения пограничного слоя; P — давление; g_w — температурный фактор.

2. Численный метод. Задача решалась с использованием метода конечных разностей второго порядка точности по X [4], метода шестого порядка точности по Y [5, 6] и схемы Кранка — Николсона для интегрирования задачи по времени.

Поскольку вследствие вязко-невязкого взаимодействия распределение давления заранее не известно, оно определяется в процессе решения задачи. При этом используется модификационный релаксационный метод для определения распределения давления [4, 7, 8].

3. Результаты расчетов. Рассмотрим нелинейное взаимодействие гармоник возмущений в гиперзвуковом пограничном слое и процесс потери энергии гармоник при их распространении вверх по потоку. Донное давление меняется по закону

$$P|_{X=1} = P|_{X=0} + 0,1 \sin(1,2\pi T) + 0,07 \sin(3,2\pi T) + 0,07 \sin(4\pi T).$$

На рисунке показаны нормализованные спектры возмущения давления при $X = 0,95$; $0,90$. При распространении возмущений вверх по течению кроме основных гармоник обнаружены другие гармоники, частоты f которых являются линейными комбинациями частот основных гармоник (см. таблицу).

Появление новых гармоник обусловлено взаимодействием главных гармоник вследствие нелинейности процесса передачи возмущений. Показано, что при распространении вверх по течению гармоники с высокой частотой теряют энергию быстрее, чем гармоники с более низкой частотой.

Заключение. В работе показано, что при распространении возмущений вверх по течению кроме основных гармоник возникают гармоники, частоты которых являются линейными комбинациями частот основных гармоник. При этом происходит потеря энергии гармоник.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нейланд В. Я.** Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа / В. Я. Нейланд, В. В. Боголепов, Г. Н. Дудин, И. И. Липатов. М.: Физматлит, 2003.

2. **Липатов И. И.** О распространении возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях // Прикл. математика и механика. 1996. Т. 60, вып. 3. С. 457–464.
3. **Фам В. К.** Нестационарные процессы в гиперзвуковом пограничном слое // Тр. Моск. физ.-техн. ин-та. 2019. Т. 11, № 4. С. 109–116.
4. **Башкин В. А.** Пространственные гиперзвуковые течения вязкого газа / В. А. Башкин, Г. Н. Дудин. М.: Физматлит, 2000.
5. **Chu P. C., Fan C.** A three-point combined compact difference scheme // J. Comput. Phys. 1998. V. 140. P. 370–399.
6. **Li Jichun, Chen Yi-Tung.** Computational partial differential equations using MATLAB. S. 1.: CRC Press, 2008.
7. **Дудин Г. Н., Ледовский А. В.** Течение в окрестности точки излома передней кромки тонкого крыла на режиме сильного взаимодействия // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 2011. Т. 42, № 2. С. 11–25.
8. **Дудин Г. Н., Лыжин Д. О.** Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1983. № 4. С. 119–124.

*Поступила в редакцию 16/XII 2019 г.,
после доработки — 16/XII 2019 г.
Принята к публикации 27/I 2020 г.*
