

УДК 532.5

Проектирование крылового профиля с помощью решения обратной задачи*

Лян-Чжи-юн¹, Цуй Пэн², Чжан Гэнь-бао¹

¹*Колледж науки Университета Дунхуа, Шанхай, КНР,*

²*Колледж текстиля Университета Дунхуа, Шанхай, КНР*

E-mail: zhyliang@dhu.edu.cn, cuipengdhu@gmail.com

Предложен численный метод решения обратной краевой задачи аэродинамики. Для проектирования двумерного крылового профиля, использован метод конечных элементов, основанный на вариационном принципе. На тестовых примерах показана эффективность представленного метода.

Ключевые слова: обратное проектирование, метод конечных элементов, численное моделирование, двумерный крыловой профиль.

ВВЕДЕНИЕ

Благодаря своему развитию вычислительная гидродинамика стала основным инструментом аэродинамического проектирования [1]. В последние годы возросло количество исследователей, занимающихся численным моделированием крылового профиля (дизайном) [2–6]. Разработанные к настоящему времени методы дизайна можно разбить на две группы, реализующие обратный и прямой методы. Хотя реализация обратного метода намного труднее, чем прямого, этот метод более полезен в практическом численном моделировании [7–11]. Для осуществления обратного дизайна крылового профиля проектировщики должны задавать требуемое распределение давления, обеспечивающее улучшенную аэродинамическую эффективность и удовлетворяющее конструктивным и производственным ограничениям. Хотя в экспериментальной аэродинамике возможно определение условий, при которых реализуются желаемые характеристики потока (например, уменьшенная интенсивность ударных волн и отсутствие отрыва потока), поиск распределения давления, которое обеспечит эти выгоды при выполнении других аэродинамических ограничений, таких, как подъемная сила и момент тангажа, является нетривиальной задачей, решению которой может служить предложенный алгоритм.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Национального фонда Китая по естественным наукам (грант № ZX200506000329) и Колледжа науки Университета Дунхуа, Шанхай, КНР.

Для решения этой проблемы в настоящей статье описывается метод конечных элементов, основанный на вариационном принципе. Моделирование осуществляется с использованием программы на языке Фортран, которая была создана нашей исследовательской группой.

1. ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В ОБЛАСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ ГРАНИЦЕЙ

Одно и то же основное уравнение используется и для прямого, и для обратного моделирования, различаются только граничные условия.

Безразмерное уравнение, описывающее двумерное потенциальное течение, имеет следующий вид [12]:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (1)$$

$$\phi_x = u, \quad \phi_y = v, \quad (2)$$

$$p/\rho + (1/2)(u^2 + v^2) = B, \quad (3)$$

где u, v — составляющие скорости в направлениях осей x, y , ϕ — функция потенциала скорости, ρ — плотность, p — давление, B — постоянная Бернулли.

Граничные условия (см. рис. 1) имеют следующий вид:

– на входе A_1 и на выходе A_2 , $\partial\phi/\partial n = (\partial\phi/\partial n)_{pr}$;

– на нижней A_p и верхней A_s сторонах профиля, $\partial\phi/\partial n = 0$;

– условие Кутты на A_5 : $p_+ = p_-$, где p_+ и p_- обозначают, соответственно, давление над и под A_5 . Кроме того, для переключения расчетной области от многосвязной к односвязной форма A_5 может быть линейной или криволинейной, но должна быть гладкой;

– на неизвестной поверхности A_s , $\partial\phi/\partial s = W_{pr}$ задано, где $w = \sqrt{u^2 + v^2}$, а нижний индекс pr обозначает ранее известную величину. Для удовлетворения условия Кутты вычисления потенциала осуществляются с учетом циркуляции вокруг профиля.

Вариационная функция выводится в следующем виде [12]:

$$\begin{aligned} \delta J(\phi, A_s) = & - \iint \nabla^2 \phi \delta\phi \, dA + \int_{(A_1)} \left[\partial\phi/\partial n - (\partial\phi/\partial n)_{pr} \right] \delta\phi \, ds - \\ & - \int_{(A_2)} \left[\partial\phi/\partial n - (\partial\phi/\partial n)_{pr} \right] \delta\phi \, ds + \\ & + \int_{(A_p)} (\partial\phi/\partial n) \delta\phi \, ds + \frac{1}{2} \int_{(A_s)} \left\{ (W_{pr})^2 - [(\partial\phi/\partial x)^2 + (\partial\phi/\partial y)^2] \right\} \delta y \, dx = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

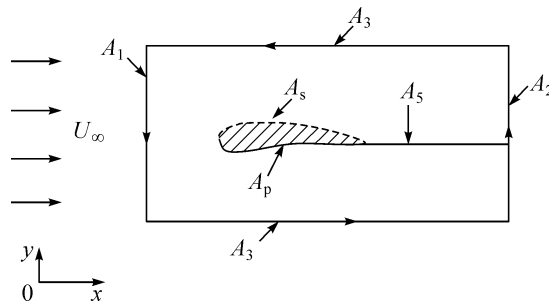


Рис. 1. Обтекание двумерного крылового профиля.

2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для дискретизации уравнения (4) используется метод изопараметрических элементов с четырьмя узлами [13]. Подставляя разложение решения по этим элементам в функционал J и требуя, чтобы

$$\partial J / \partial \phi_i = 0, \quad (5)$$

приходим к системе линейных алгебраических уравнений

$$A_{ij} \phi_j = B_i, \quad (6)$$

где i, j — целые величины, A_{ij} — матрица жесткости, B_i — линейный массив постоянных членов, учитывающих граничные условия. Кроме того, на поверхности A_1 — $(\partial \phi / \partial n)_{pr} = -1$, на поверхности A_2 — $(\partial \phi / \partial n)_{pr} = 1$.

С учетом (6) и условий

$$\partial J / \partial (y_s)_k = 0 \quad (7)$$

получим систему нелинейных алгебраических уравнений для определения неизвестных координат y_k :

$$\frac{\partial J}{\partial (y_s)_k} = f_k(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0, \quad (8)$$

где N — число узлов вдоль контура, k — целое, f_k — функциональное выражение, J — вариационный функционал.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО y

Прямое решение уравнений (8) затруднительно из-за их нелинейности. Для нелинейных уравнений обычно используется метод Ньютона. Здесь применяется более простой метод установления, с помощью которого в уравнение вводится член, зависящий от времени, то есть

$$\frac{\partial y_k}{\partial t} + f_k(y_1, y_2, \dots, y_N) = 0. \quad (9)$$

При $t \rightarrow \infty$ решение будет постоянным, и оно является искомым значением y_k . С использованием конечных разностей уравнение (9) можно записать в виде

$$y_k^{n+1} = y_k^n - \Delta t \times f_k(y_1^n, y_2^n, \dots, y_N^n), \quad (10)$$

где y_k^{n+1} — значение y в узле ' k ', которое нужно вычислить, а y_k^n — значение y , вычисленное на последнем шаге. При численном моделировании найдено, что точность и устойчивость решения связана с выбором Δt . Обычно для шага Δt используются безразмерные значения 0,005 ~ 0,02, значение 0,02 применяется в настоящей статье.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве предмета расчета использован крыловой профиль NASA 2412, для которого заданы форма его нижней поверхности и распределение скорости на верхней поверхности [14].

Длина расчетной области, обезразмеренная на хорду профиля, равна 6. Начало координат находится на продолжении хорды на расстоянии 2,5 от передней кромки. Количество узлов сетки вдоль направлений x и y равно, соответственно, 35 и 27, а количество узлов на крыловом профиле — 19. Скорость потока U_∞ составляет 5,0 м/с.

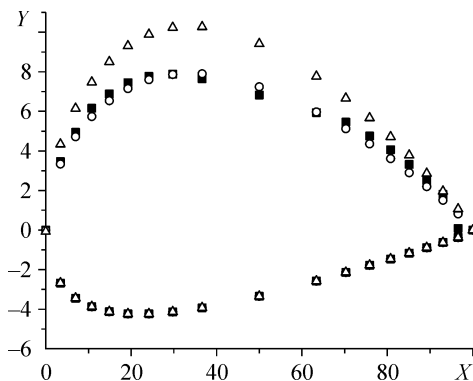


Рис. 2. Сравнение стандартного профиля NASA 2412 и рассчитанного.

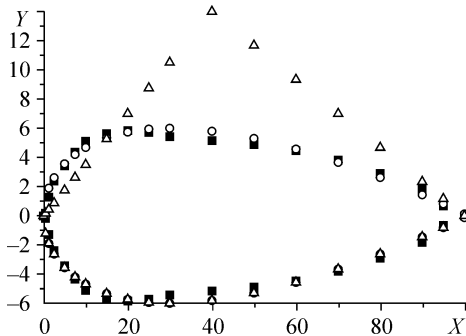


Рис. 3. Сравнение стандартного профиля NASA 0012 и рассчитанного.

4.1. Этапы решения и результаты моделирования

1. Задание формы верхней части объекта. Решение прямой задачи методом конечных элементов во всем поле течения, определение значения потенциала ϕ в каждом i -ом узле.

2. Вычисление значений y для верхней поверхности контура профиля крыла.

3. Замена формы верхней части профиля и возвращение к этапу 1, 2 до тех пор, пока рассчитанные значения y не удовлетворят заданной точности.

Точность расчета ϵ берется равной 10^{-6} . Она приводит к расходу машинного времени около 2 минут для достижения сходимости решения. Моделирование выполнялось на компьютере Celeron 1600 МГц с оперативной памятью 512 Мб.

Точный результат показан на рис. 2 круглыми символами, а треугольными — заданная начальная верхняя поверхность крылового профиля. Кроме того, квадратами показан контур профиля, полученный моделированием по достижении сходимости решения. На рис. 3 показан другой пример, в котором начальный профиль образован двумя сторонами треугольника. Рис. 2 и 3 показывают хорошее согласование результатов.

4.2. Дальнейшее тестирование программы

Когда распределения скорости для крылового профиля, имеющего вогнутость, известны (рис. 4), можно рассчитать его форму с помощью вышеизложенного метода.

Чтобы сделать более отчетливой вогнутость крылового профиля в расчете, были добавлены еще точки (рис. 5) на крыловом профиле (исходные данные предоставлены китайским партнером по сотрудничеству). Заданы 55 точек сетки вдоль оси x и 28 точек на профиле в одном направлении. Количество точек сетки вдоль

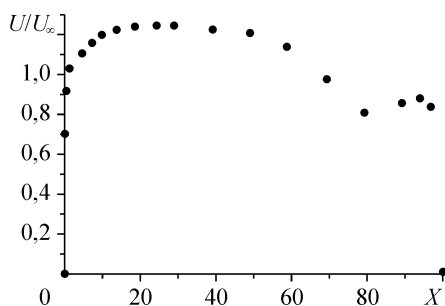


Рис. 4. Заданные распределения скорости.

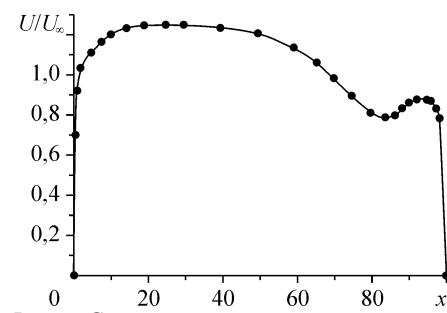


Рис. 5. Сгущение сетки на крыловом профиле (от 20 до 30 точек).

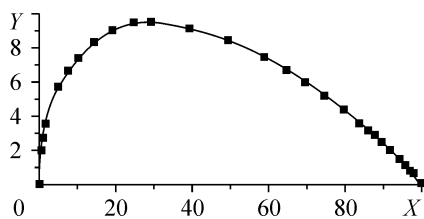


Рис. 6. Начальный крыловой профиль (в 1,6 раз толще профиля NASA 0012).

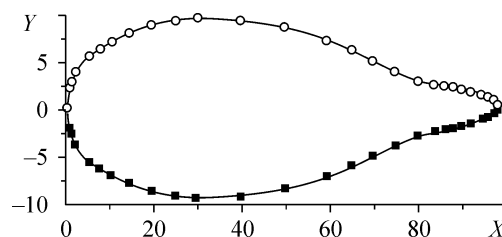


Рис. 7. Конфигурация рассчитанного крылового профиля.

оси y по-прежнему равно 27. В качестве начального контура выбран профиль NASA 0012 (рис. 6). Результат решения обратной задачи представлен на рис. 7.

ВЫВОДЫ

Из рис. 2 и 3 можно сделать вывод о верификации теории и методологии, примененных в настоящей статье, и соответствующих программам расчета. На рис. 2 и 3 видно, что форма несимметричного (NACA2412) или симметричного (NACA0012) крыловых профилей может быть подтверждена заданными распределениями скорости на профилях в соответствии с методом, представленным в настоящей статье. Кроме того, можно получить форму крылового профиля для любых разумных распределений скорости на нем с использованием разработанной программы. Вместе с тем, в программе расчета существуют некоторые ограничения (показанные на рис. 7), например, при решении обратной задачи эффект программы лучше для выпуклого профиля, чем для вогнутого.

Авторы благодарят за финансовую поддержку Национальный фонд Китая по естественным наукам и Колледж науки в Университете Дунхуа. Авторы благодарны анонимным рецензентам за ценные замечания по данному исследованию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Yiu K.F.C.** Computational methods for aerodynamic shape design // *Maths. Comput. Modelling*, 1994, Vol. 20, No. 12, P. 3–29.
2. **Abdelrahim A.** Computational study of stall flutter in linear cascades // *J. of Turbomachinery-Transactions of the ASME*. 1993. Vol. 115, No. 1. P. 157–166.
3. **T. Korakianitis T.** Prescribed-curvature-distribution airfoils for the preliminary geometric design of axial-turbomachinery cascades // *J. of Turbomachinery-Transactions of the ASME*. 1993. Vol. 115, No. 2. P. 325–333.
4. **D. Corriveau D., S.A. Sjolander** Influence of loading distribution on the performance of transonic high pressure turbine blades // *J. of Turbomachinery-Transactions of the ASME*, 2004, Vol. 126, No. 2, P. 288–296.
5. **Sonoda T., Yamaguchi Y., Arima T.** Advanced high turning compressor airfoils for low Reynolds number condition. Part I: Design and optimization // *J. of Turbomachinery-Transactions of the ASME*. 2004. Vol. 126, No. 3. P. 350–359.
6. **Secanell M., Suleman A., Gamboa P.** Design of a morphing airfoil using aerodynamic shape optimization // *AIAA J.* 2006. Vol. 44, No. 7. P. 1550–1562.
7. **Geurts B.J.** Inverse modeling for large-eddy simulation // *Physics of Fluids*, 1997, Vol. 9, No. 12. P. 3585–3587.
8. **Boffetta G., Celani A., Vergassola M.** Inverse energy cascade in two-dimensional turbulence: Deviations from Gaussian behavior // *Physical Review E*. 2000. Vol. 61, No. 1. P. 29–32.
9. **Kuerten J.G.M., Geurts B.J., Vreman A.W., Germano M.** Dynamic inverse modeling and its testing in large-eddy simulations of the mixing layer // *Physics of Fluids*. 1999. Vol. 11, No. 12. P. 3778–3785.
10. **Cao Y.H., Zhang G.L., Su Y.** 2004. Mathematical modeling of helicopter aerobatic maneuvers // *Air. Engng and Aerospace Technology*. 2004. Vol. 76, No. 2. P. 170–178.
11. **Yang A.L., Yao Z.** The FDM solution of unsteady inverse problem for two-dimensional oscillating airfoils // *Air. Engng and Aerospace Technology*. 2007. Vol. 79, No. 2. P. 184–191.
12. **Liang Z.Y.** An inverse geometry design problem in optimizing hydrofoils // *Inter. J. Turbo & Jet Engng*. 2003. Vol. 20, No. 3. P. 209–215.
13. **Liu X.Y.** Finite element method and boundary element method in fluid mechanics // Shanghai Jiao Tong university publishing company, P.R. China, 1993.
14. **Wang X.F.** Wing theory in ships, National defense industry publishing company, P.R. China, 1994.

Статья поступила в редакцию 10 июня 2009 г.