

УДК 532. 526 + 538.4

РАСЧЕТ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ  
ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ЗАДАННЫХ  
НА ЭЛЕКТРОДЕ ТЕМПЕРАТУРАХ КОМПОНЕНТ

B. M. Коровин

(Москва)

В работе без предположения об автомодельности исследуется течение плазмы с разными температурами компонент в пограничных слоях на электродах МГД канала. При вычислении температуры электронов решается полное уравнение энергии для электронного газа [1] с учетом оценок, проведенных в [2]. В отличие от работ [3, 4] учитывается изменение температуры электронов и ионов вдоль канала, вызванное конвективным переносом энергии, работой сил парциальных давлений, джоулевым нагревом и обменом энергией между компонентами. Задача о пограничных слоях при обтекании электрода потоком двухтемпературной частично ионизованной плазмы в упрощенной постановке решена методом локальной автомодельности в работах [5–7]. При этом либо использовалась формула Керреброха [5, 6], либо в уравнении энергии для электронов не учитывались конвективные члены [7].

**1. Исходные уравнения.** Рассмотрим течение плазмы с разными температурами компонент в плоском канале  $0 < x < L = \text{const}$ ,  $0 < y < a = \text{const}$ , образованном двумя параллельными электродами  $y = 0$  и  $y = a$ . К электродам от внешнего источника приложена некоторая разность потенциалов, при этом стенка  $y = 0$  — анод, а стенка  $y = a$  — катод. Плазма поступает в канал с постоянным по сечению распределением параметров. Предполагается, что в рассматриваемой области имеется однородное магнитное поле  $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ .

Исследуется случай, когда градиенты скорости и температур компонент в ядре потока малы по сравнению с градиентами вблизи электролов, так что рассматриваемое течение можно разделить на внешнее течение невязкой и нетеплопроводной среды и узкие пограничные слои, в которых существенную роль играют процессы вязкости и теплопроводности. Считается, что падение потенциала в пограничных слоях мало по сравнению с разностью потенциалов между электродами. Система уравнений МГД пограничного слоя для двухтемпературной плазмы имеет вид [2]

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} = 0, \quad p_\delta = p_e + p_i, \quad p_e = n_e T_e, \quad p_i = n_i T_i \quad (1.1)$$

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = - \frac{dp_\delta}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_i \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{1}{c} j_{y\delta} H \quad (1.2)$$

$$\frac{5}{2} n_i v_x \frac{\partial T_i}{\partial x} + \frac{5}{2} n_i v_y \frac{\partial T_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) + \mu_i \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + v_x \frac{\partial p_i}{\partial x} + v_y \frac{\partial p_i}{\partial y} + \gamma (T_e - T_i) \quad (1.3)$$

$$\frac{5}{2} n_e v_x \frac{\partial T_e}{\partial x} + \frac{5}{2} n_e v_y \frac{\partial T_e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial y} \right) + \frac{5}{2e} j_{y\delta} \frac{\partial T_e}{\partial y} + \quad (1.4)$$

$$+ v_x \frac{\partial p_e}{\partial x} + v_y \frac{\partial p_e}{\partial y} + \frac{1}{en_e} \frac{\partial p_e}{\partial y} + \frac{j_{y\delta}^2}{\sigma} - \gamma (T_e - T_i)$$

$$j_{y\delta} = \sigma_\delta (E_{y\delta} - c^{-1} v_{x\delta} H), \quad E_{y\delta} = \text{const}, \quad H = \text{const} \quad (1.5)$$

$$\mu_i = 0.96 n_i T_i \tau_i, \quad \kappa_i = \frac{3.906 n_i T_i \tau_i}{m_i}, \quad \kappa_e = \frac{3.1616 n_e T_e \tau_e}{m_e}$$

$$\sigma = \frac{e^2 n_e \tau_e}{0.5129 m_e}, \quad \tau_e = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi}} \frac{T_e^{3/2}}{\lambda e^4 n_i}, \quad \tau_i = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{m_i}{\pi}} \frac{T_i^{3/2}}{\lambda e^4 n_i}$$

$$\lambda = \ln \left( \frac{3}{4e^3} \sqrt{\frac{T_e T_i (T_e + T_i)}{\pi n_e}} \right), \quad \gamma = \frac{3m_e n_e}{m_i \tau_e}$$

Здесь  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  — средняя массовая скорость,  $E_y$  — напряженность поперечного электрического поля,  $j_y$  — проекция плотности тока на внешнюю нормаль к поверхности анода,  $T_k$ ,  $n_k$  — температура и число частиц  $k$  — го сорта в единице объема,  $p$ ,  $p_k$  — суммарное и парциальные давления,  $m_k$ ,  $\tau_k$  — массы и времена между столкновениями частиц одного и того же сорта,  $\rho = m_e n_e + m_i n_i \approx m_i n_i$  — плотность плазмы,  $\sigma$  — проводимость,  $e$ ,  $m_p$  — заряд и масса протона,  $c$  — скорость света. Индексом  $e$  отмечены величины, относящиеся к электронам, индексом  $i$  — к ионам; индексом  $\delta$  отмечены значения параметров во внешнем течении, индексом 0 — на входе в канал, а индексом  $w$  — на электродах. Заметим, что члены  $2.5e^{-1}j_{y\delta}\partial T_e/\partial y$  и  $e^{-1}n_e^{-1}j_{y\delta}\partial p_e/\partial y$  в правой части уравнения энергии для электронов (1.4), описывающие перенос энталпии электронов электрическим током и работу сил электронного давления, в пограничных слоях на аноде и катоде имеют разные знаки: верхний знак соответствует аноду, а нижний — катоду. Рассматриваются следующие граничные условия:

$$v_x = v_y = 0, \quad T_i = T_{iw}, \quad T_e = T_{ew} \quad (y=0) \quad (1.6)$$

$$v_x = v_{x\delta}, \quad T_i = T_{i\delta}, \quad T_e = T_{e\delta} \quad (y \rightarrow \infty)$$

При обезразмеривании системы (1.1) — (1.5) в уравнения вошли следующие критерии подобия: отношение массы иона к массе протона  $m = m_i / m_p$ , кулоновский логарифм на входе в канал  $\lambda_0$ , коэффициент нагрузки  $K$ , параметр взаимодействия  $S$ , а также числа Маха  $M_0$ , Рейнольдса  $R$  и Холла  $\Omega_0$

$$K = \frac{c E_{y\delta}}{v_0 H}, \quad S = \frac{\sigma_0 H^2 L}{e^2 \rho_0 v_0}, \quad M_0 = \sqrt{\frac{3 \rho_0 v_0^2}{5 p_0}}, \quad R = \frac{\rho_0 v_0 L}{\mu_i^\circ}, \quad \Omega_0 = \frac{e H \tau_e^\circ}{m_e c}$$

Предполагается, что в ядре потока все величины зависят лишь от продольной координаты  $x$ . При расчете распределений газодинамических параметров  $v_{x\delta}$ ,  $T_{i\delta}$ ,  $T_{e\delta}$ ,  $p_\delta$  и плотности тока  $j_{y\delta}$  во внешнем течении в уравнениях (1.1) — (1.4) опускаются производные по  $y$  и используется одномерная теория. Легко показать, что в рассматриваемом случае изменение скорости и числа Маха вдоль канала качественно отражает диаграмма Реслера — Сирса [8]. При интегрировании одномерной системы уравнений считалось, что на входе в канал температуры компонент, скорость и плотность заданы.

Рассматривались дозвуковые и сверхзвуковые режимы работы МГД канала, при которых энергия подводилась к потоку таким образом, что происходило ускорение при одновременном возрастании числа Маха. Из диаграммы Реслера — Сирса следует, что в дозвуковом течении с фиксированными  $M_0$  и  $K$  величина  $S$  не может превышать некоторое критическое значение, определяемое условием запирания:  $M = 1$  при  $x = L$ . Расчеты проводились для литиевой плазмы, так что  $m = 6.8849$ . Дозвуковое течение рассматривалось при следующих значениях параметров:

$$T_e^\circ = 10000^\circ \text{ K}, \quad T_i^\circ = 5000^\circ \text{ K}, \quad n_i^\circ = 10^{15} \text{ см}^{-3}, \quad v_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$$

$$H = 100 \text{ Гс}, \quad E_{y\delta} = 1.65 \text{ в/см}, \quad j_y^\circ = 36.9 \text{ а/см}^2 \quad (1.7)$$

чему соответствует

$$M_0 = 0.7306, \quad K = 4.136, \quad \Omega_0 = 0.0944, \quad \lambda_0 = 5.1338.$$

Запирание происходило на длине  $L = 3.5 \text{ см}$  и было получено, что  $S = 0.2242$ ,  $R = 8112$ . Расчеты сверхзвуковых течений проводились при следующих условиях:

$$\begin{aligned} T_e^\circ &= 10000^\circ \text{ К}, \quad T_i^\circ = 2500^\circ \text{ К}, \quad n_i^\circ = 10^{14} \text{ см}^{-3}, \quad v_0 = 10^6 \text{ см/сек.} \\ H &= 100 \text{ эс}, \quad L = 11.3 \text{ см}, \quad E_{y\delta} = 1.1, 1.5, 1.8 \text{ в/см} \\ j_y^\circ &= 2.6, 12.9, 20.6 \text{ а/см}^2 \end{aligned} \quad (1.8)$$

чему соответствует

$$\begin{aligned} M_0 &= 2.0009, \quad S = 2.3036, \quad \Omega_0 = 0.8285, \quad \lambda_0 = 5.8473, \\ R &= 42073, \quad K = 1.1, 1.5, 1.8. \end{aligned}$$

**2. Результаты расчетов.** Система (1. 1) — (1. 6) решалась итерационным методом последовательных прогонок [9]; при этом использовались переменные Дородницина

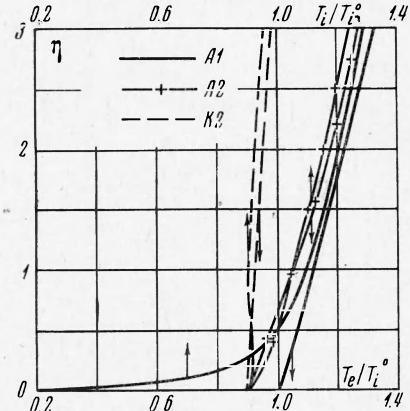
$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\rho_0 v_0}{\mu_i^\circ x}} \int_0^y \frac{n_i}{n_{i\delta}} dy \quad (2.1)$$

Пограничные слои исследовались как на аноде (варианты А1, А2, А3, А4, А5, А6), так и на катоде (варианты К2, К6). В качестве характерных значений параметров на входе в канал были взяты величины (1. 7), (1. 8). На стенке рассматривались следующие условия:  $T_{iw} = 1250^\circ \text{ К}$ ,  $T_{ew} = 5000^\circ \text{ К}$  для вариантов А1, А3, А4, А5;  $T_{ew} = T_{iw} = 4500^\circ \text{ К}$  для вариантов А2, К2;  $T_{iw} = 1000^\circ \text{ К}$ ,  $T_{ew} = 5000^\circ \text{ К}$  для вариантов А6, К6. В вариантах А1, А2, К2 рассматривались дозвуковые течения при  $K = 4.136$ , а в остальных — сверхзвуковые течения при  $K = 1.1$  (вариант А3),  $K = 1.5$  (вариант А4) и  $K = 1.8$  (варианты А5, А6, К6).

Как показывают оценки [10], в полностью ионизованной двухтемпературной плазме толщина температурного пограничного слоя электронов  $\delta_e$  значительно больше толщин как вязкого, так и температурного пограничного слоя ионов. Ввиду этого при расчетах асимптотическое граничное условие (1. 6) ставилось на внешней границе температурного пограничного слоя электронов. Величина  $\delta_e$  определялась из условия гладкого сопряжения профилей температуры электронов в пограничном слое с распределением температуры электронной компоненты вдоль канала:  $T_{e\delta}^{-1} \partial T_e / \partial \eta = 10^{-2}$  при  $\eta = \delta_e$ . В переменных (2. 1) получено  $\delta_e = 24$ . На фиг. 1 построены начальные участки профилей температур компонент в сечении  $\xi = 0.5$  при обтекании электродов дозвуковым потоком. Из графиков видно, что в том случае, когда на стенке температуры компонент различны (вариант А1), в узком слое вблизи стенки — в  $\delta$ -слое [10, 11] — происходит релаксация разности температур  $T_{ew} - T_{iw}$ , созданной на стенке. Характер изменения температур компонент в  $\delta$ -слое существенно различен: с удалением от стенки температура ионов резко возрастает, тогда как температура электронов почти не изменяется.

Формирование  $\delta$ -слоя обусловлено двумя факторами — обменом энергией между компонентами и выравниванием температуры ионов за счет теплопроводности. Если же  $T_{ew} = T_{iw}$ , так что вблизи стенки интенсивность обмена энергией мала — случаи А2, К2 на фиг. 1, то  $\delta$ -слой отсутствует. При этом за счет вязкого нагрева ионного газа у поверхности электрода  $T_i > T_e$ . Сравнение профилей при одних и тех же температурах компонент на обоих электродах (варианты А2, К2) показывает, что из-за диффузии энталпии электронов и работы сил электронного давления при протекании тока температуры  $T_e$  и  $T_i$  в пограничных слоях на аноде ока-

зываются выше, чем на катоде. В уравнении энергии для ионного газа член, описывающий вязкий нагрев, пропорционален  $M^2$ , ввиду чего при сверхзвуковом режиме работы канала вблизи стенок происходит значительно более интенсивный нагрев ионов, чем при дозвуковом течении. Так, например, расчет варианта А3, проведенный при тех же значениях  $T_{ew}$  и  $T_{iw}$ , которые рассматривались в варианте А1, показывает, что в вязком пограничном слое на некотором расстоянии от стенки температура ионов оказывается выше температуры электронов.



Фиг. 1

При анализе течения установлено, что парциальные давления резко изменяются поперек  $\delta$ -слоя — с удалением от стенки давление электронов падает, а давление ионов растет, при этом суммарное давление смеси  $p$  остается постоянным. Поскольку  $p$  не изменяется поперек канала, а температуры вблизи стенок ниже, чем в ядре потока, то в пограничных слоях плотность выше, чем во внешнем течении. Расчеты показывают, что при фиксированных  $K$  и  $M_0 > 1$  с удалением от входа в канал плотность вблизи стенки падает быстрее, чем уменьшается ускоряющая поток сила  $f = c^{-1}j_y \delta H - dp_\delta / dx$ . Ввиду этого с ростом  $\xi$  градиент скорости  $\partial v_x / \partial \eta$  увеличивается. С увеличением коэффициента нагрузки (варианты А3, А4, А5) плотность тока, а вместе с ней и джоулев нагрев, возрастают, так что температура электронов в ядре потока увеличивается. При этом перепад температуры  $T_{e\delta} - T_{ew}$  поперек пограничного слоя возрастает и градиент  $(\partial T_e / \partial \eta)_w$  увеличивается.

Полученные распределения температур компонент и плотности тока использовались для вычисления размерных (в  $\text{квт}/\text{м}^2$ ) потоков энергии  $q_e$ ,  $q_i$ ,  $q_j$  на электроды, обусловленных теплопроводностью электронов и ионов, а также переносом энталпии электронов электрическим током и диффузией электронов в магнитном поле

$$q_e = -\kappa_{ew} \left( \frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_w, \quad q_i = -\kappa_{iw} \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_w, \quad q_j = -\frac{3.211}{e} j_y \delta T_{ew}$$

По найденным профилям скорости и плотности определялась толщина вытеснения

$$\delta^* = \int_0^\infty \left( 1 - \frac{\rho v_x}{\rho_\delta v_{x\delta}} \right) dy = \sqrt{\frac{x \mu_i^\circ}{\rho_0 v_0}} \int_0^\infty \frac{n_{i\delta}}{n_i} \left( 1 - \frac{n_i v_x}{n_{i\delta} v_{x\delta}} \right) d\eta$$

Вычислялись также безразмерные параметры, характеризующие силу трения и теплообмен на электродах, — коэффициент трения  $c_f$  и числа Нуссельта  $N_e$ ,  $N_i$ ,  $N_j$ , связанные с соответствующими потоками энергии

$$c_f = \frac{2\mu_{iw} (\partial v_x / \partial y)_w}{\rho_\delta v_{x\delta}^2} = \frac{2}{R_x^{1/2}} \frac{n_{iw}}{n_{i\delta}} \frac{T_{iw}^{5/2}}{(T_i^\circ T_{i\delta}^\circ)^{5/4}} \frac{(\lambda_0 \lambda_\delta)^{1/2}}{\lambda_w v_{x\delta}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial \eta} \right)_w$$

$$N_k = \frac{2.5 q_k x}{m_i \kappa_{ew} (h_\delta - h_w)}, \quad R_x = \frac{\rho_\delta v_{x\delta} x}{\mu_{i\delta}}, \quad h = \frac{5}{2} \frac{p}{\rho} + \frac{v_x^2}{2}$$

где  $R_x$  — текущее число Рейнольдса, а  $h$  — сумма энталпии единицы массы смеси и плотности кинетической энергии.

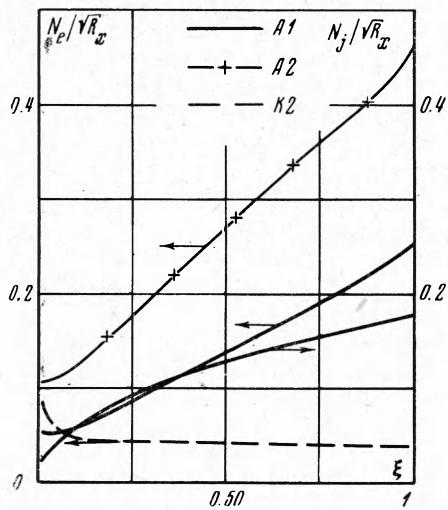
На фиг. 2—5 представлены распределения параметров  $N_e / \sqrt{R_x}$ ,  $N_i / \sqrt{R_x}$ ,  $N_j / \sqrt{R_x}$  вдоль электродов, полученные при различных условиях работы МГД канала. Величины размерных (в  $\text{kem/m}^2$ ) потоков энергии  $q_e$ ,  $q_i$ ,  $q_j$ , дающие представление об интенсивности нагрева анода и катода, приведены в табл. 1. Анализ результатов расчета показывает, что при достаточно высокой плотности тока — дозвуковой режим — диффузия энталпии электронов и работа сил электронного давления при протекании тока вносят существенный вклад в баланс энергии в пограничном слое, так что потоки тепла  $q_e$ ,  $q_i$  на анод оказываются в несколько раз больше, чем на катод. Следует заметить, что, несмотря на то что  $(\partial T_i / \partial y)_w \gg (\partial T_e / \partial y)_w$ , из-за высокой теплопроводности электронов  $q_e > q_i$ . В отличие от потоков тепла за счет теплопроводности, направленных в электроды, электрический ток переносит энталпию электронов с катода на анод, вследствие чего нагрев анода увеличивается, а поток тепла на катод уменьшается. С ростом плотности тока (предполагается, что механизмы, определяющие рождение и гибель заряженных частиц на поверхности электродов, допускают увеличение  $j_y$ ) поток энергии  $q_j$  возрастает. При рассматриваемых параметрах течения в дозвуковом режиме  $|q_e + q_i| < |q_j|$ , а в сверхзвуковом  $|q_e + q_i| > |q_j|$ .

Таблица 1

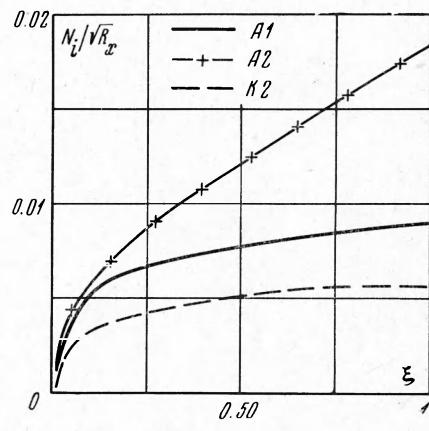
$\xi$	$q_e, \text{kem/m}^2$				$ q_j , \text{kem/m}^2$	
	A2	K2	A6	K6	K2	K6
Вариант						
0	—	—	—	—	460.54	286.42
0.01	-1054.58	829.48	-993.11	909.09	380.19	302.53
0.1	-338.49	127.36	-1552.59	814.75	311.93	318.18
0.2	-336.56	94.06	-1995.00	1147.07	321.69	307.04
0.3	-355.30	78.42	-1637.11	1040.10	331.10	178.90
0.4	-381.75	68.98	-1189.31	826.06	339.88	97.52
0.5	-412.09	62.86	-876.82	652.83	347.91	54.22
0.6	-444.23	57.37	-665.96	518.96	355.13	31.25
0.7	-477.20	53.16	-521.79	420.18	361.48	18.66
0.8	-510.63	50.22	-419.68	345.64	367.00	11.49
0.9	-545.47	47.90	-345.06	288.84	372.20	7.27
1.0	-595.97	48.45	-289.16	244.88	382.36	4.71

$\xi$	$q_i, \text{kem/m}^2$			
	A2	K2	A6	K6
Вариант				
0	—	—	—	—
0.01	-12.02	5.48	-15.54	4.37
0.1	-15.51	8.98	-12.88	1.58
0.2	-16.26	8.07	-12.08	1.46
0.3	-16.70	7.93	-8.48	2.59
0.4	-17.48	7.81	-6.54	3.73
0.5	-18.45	7.73	-5.86	4.41
0.6	-19.49	7.67	-5.69	4.91
0.7	-20.55	7.63	-5.72	5.24
0.8	-21.63	7.61	-5.83	5.51
0.9	-22.72	7.56	-5.97	5.73
1.0	-23.87	7.25	-6.11	5.92

В сверхзвуковом течении при увеличении коэффициента нагрузки происходит интенсивный разогрев электронной компоненты в  $\gamma$ -слое [12]. Вследствие этого с ростом  $K$  перепад температуры электронов поперек пограничных слоев на начальных участках электродов увеличивается. Разогрев электронов вызывает, кроме того, резкое увеличение проводи-



Фиг. 2



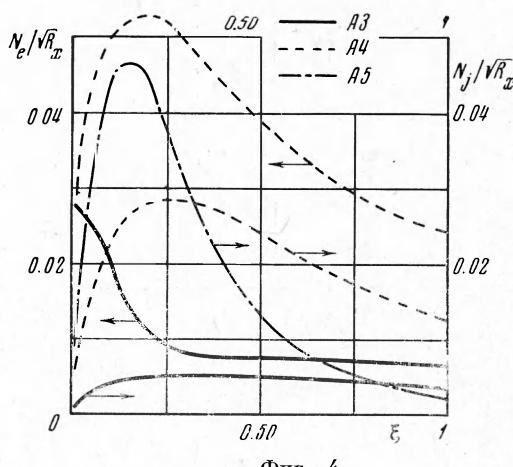
Фиг. 3

мости, из-за чего с ростом  $K$  в  $\gamma$ -слое локализуется электрический ток повышенной плотности. Ввиду этого при сверхзвуковом режиме работы МГД канала распределения  $q_e$ ,  $q_j$ ,  $N_e / \sqrt{R_x}$ ,  $N_j / \sqrt{R_x}$  имеют максимумы на начальном участке течения.

Так как в пограничных слоях на аноде из-за диффузии энталпии электронов температуры компонент выше, чем при обтекании катода, а давление смеси не изменяется поперек канала, то вблизи анода плотность меньше, чем вблизи катода. Под действием одной и той же силы  $f$  газ у анода ускоряется интенсивнее, чем в области у катода. В результате силы поверхностного трения на аноде оказываются больше, чем на катоде, что согласуется с расчетами распределений величины  $c_f \sqrt{R_x}$  вдоль электродов, представленными на фиг. 6, 7.

Локализация электрического тока в  $\gamma$ -слое вызывает увеличение силы Лоренца на начальном участке течения и падение плотности вблизи анода, с чем связано наличие максимумов  $c_f \sqrt{R_x}$  при обтекании анода сверхзвуковым потоком.

Величина безразмерной толщины вытеснения в различных сечениях канала (отнесенной к  $(x \mu_i)^{1/2} (v_0 v_0)^{-1/2}$ ) приведена в табл. 2. Пользуясь эти-



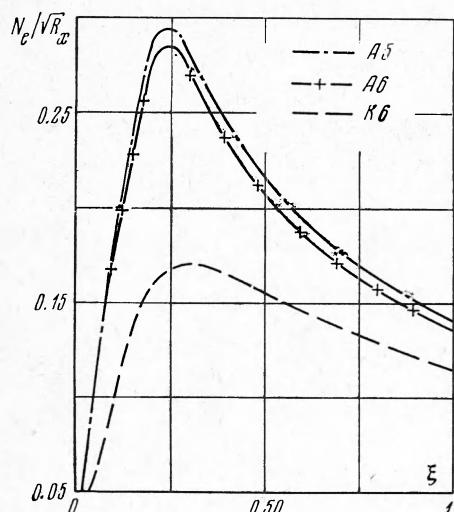
Фиг. 4

ми данными, легко показать, что в развитом течении  $\delta^*$  имеет порядок нескольких десятков длин свободного пробега иона при тех условиях, которые рассматриваются вблизи стенки. Заметим, что в силу малости числа Прандтля электронной компоненты

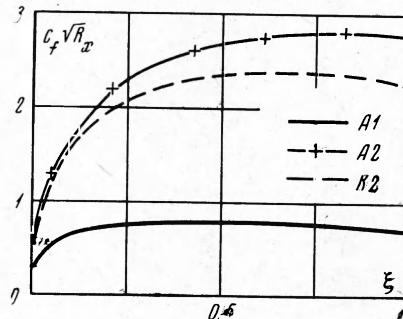
$$Pr_e = 2.5 \kappa_e^\circ / (m_i \mu_i^\circ) \sim (m_e / m_i)^{1/2} (T_i^\circ / T_e^\circ)^{5/2}$$

толщина температурного пограничного слоя электронов много больше  $\delta^*$ .

С точки зрения оценки влияния пограничных слоев на внешнее течение представляет интерес величина отношения  $r^* = r_c / r_i$ , электрического сопротивления пограничных слоев на электродах  $r_c$  к внутреннему со-



Фиг. 5

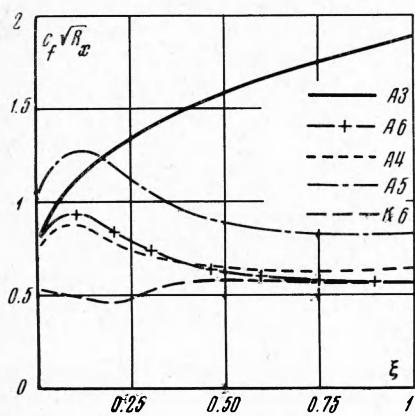


Фиг. 6

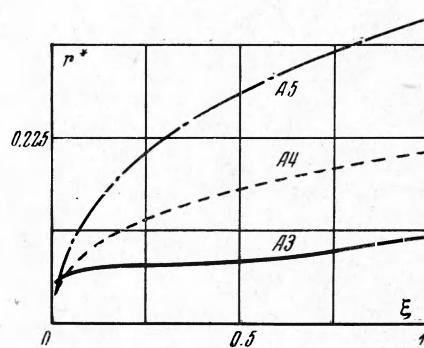
противлению МГД канала без учета пограничных слоев  $r_i$

$$r_c = 2 \int_0^{\delta_e} \sigma^{-1} dy, \quad r_i = a/\sigma_\delta \quad (2.2)$$

где  $a$  — расстояние между электродами. При исследовании асимптотических пограничных слоев первая формула (2.2) оказывается неприем-



Фиг. 7



Фиг. 8

лемой, так как  $r_c \rightarrow \infty$  при  $\delta_e \rightarrow \infty$ . Ввиду этого в качестве параметра, ха-

рактеризующего электрическое сопротивление пограничных слоев, следует принять величину

Таблица 2

$\xi$	$\delta * (\rho_0 v_0)^{1/2} (n_i v_i)^{-1/2}$		
	A3	A4	A5
Вариант			
0	1.4578	1.4578	1.4578
0.01	0.4773	1.3622	2.2574
0.1	0.5160	0.5961	1.3188
0.2	0.3717	0.4239	0.9002
0.3	0.3223	0.3450	0.5451
0.4	0.2889	0.3007	0.3652
0.5	0.2650	0.2750	0.2839
0.6	0.2465	0.2562	0.2427
0.7	0.2320	0.2425	0.2199
0.8	0.2202	0.2320	0.2048
0.9	0.2104	0.2235	0.1935
1.0	0.2020	0.2163	0.1842

$L/a = 10$ . Так как при увеличении коэффициента нагрузки электронный газ в ядре потока нагревается значительно сильнее, чем в пограничных слоях, то с ростом  $K$  внутреннее сопротивление канала падает и  $r^*$  увеличивается.

Автор благодарит В. В. Гогосова и А. Е. Якубенко за внимание к работе.

Поступила 13 IV 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

- Брагинский С. И. Явления переноса в плазме. В сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 1, М., Атомиздат, 1963
- Гогосов В. В., Коровин В. М. Решение уравнений пограничных слоев на электродах в полностью ионизованной плазме с разными температурами компонент. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
- Калихман Л. Е. Пограничный слой двухтемпературной плазмы на электродах магнитогидродинамического канала со скрещенными электрическим и магнитным полями при больших значениях параметра Холла. ПМТФ, 1969, № 3.
- Калихман Л. Е. Приближенный метод расчета пограничного слоя двухтемпературной плазмы на электродах при больших значениях параметра Холла. ПМТФ, 1970, № 1.
- Oates G. C., Richardson J. K., Aoki Y., Groh G. Loss mechanisms of a low temperature plasma accelerator. JARS, 1962, vol. 32, No. 4.
- Просушкин В. В. Пограничный слой слабоионизованного газа на электродах МГД канала с учетом отрыва электронной температуры. В сб. «Вопросы физики низкотемпературной плазмы» Минск, «Наука и техника», 1970.
- Claassen H. A. The laminar magnetogasdynamic electrode boundary layer of a thermal non-equilibrium plasma. Electricity from MHD, vol. 4, Vienna, 1968.
- Reesler E. L. Jr., Sears W. R. The prospects for magnetoaerodynamics. J. Aeronaut. Sci., 1958, vol. 25, No. 4.
- Брайловская И. Ю., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 1, М., Изд-во МГУ, 1962.
- Гогосов В. В. Пограничные слои в полностью ионизованной двухтемпературной плазме. ПММ, 1966, т. 30, вып. 3.
- Гогосов В. В. О пограничных слоях в двухтемпературной плазме. Electricity from MHD, vol. 2. Vienna, 1966.
- Коровин В. М. Исследование пограничных слоев полностью ионизированной двухтемпературной плазмы на непроводящей стенке МГД канала. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.

$$r_c = \lim_{\delta_e \rightarrow \infty} 2 \int_0^{\delta_e} \left( \frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma_\delta} \right) dy = \\ = 2L \sqrt{\frac{\xi}{R}} \int_0^\infty \frac{n_{i\delta}}{n_i} \left( \frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma_\delta} \right) d\eta$$

ограниченную при  $\delta_e \rightarrow \infty$ . Добавленный член имеет порядок  $\sigma_c / \sigma_\delta$ , где  $\sigma_c$  — характеристическое значение проводимости вблизи электродов. Распределения величины  $r^*$  как функции  $\xi$  при различных значениях  $K$  построены на фиг. 8; в расчетах полагалось