

УДК 539.3, 518.61, 621.793.79  
DOI: 10.15372/PMTF202315439

## ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПРИ ЕЕ ДРОБЕСТРУЙНОЙ ОБРАБОТКЕ: ЭКСПЕРИМЕНТ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

А. Ю. Ларичкин, А. А. Штерцер, С. Н. Коробейников,  
В. Ю. Ульяницкий, Д. К. Рыбин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия  
E-mails: larichking@gmail.com, asterzer@mail.ru, s.n.korobeynikov@mail.ru,  
ulianv@mail.ru, rybindenis1990@gmail.com

Разработан метод определения остаточных напряжений в тонкой металлической пластине в результате дробеструйной обработки ее поверхности. Отсчетная конфигурация пластины полагается плоской со слоем упрочненного материала известной толщины с однородным продольным начальным напряжением, величина которого определяется решением обратной задачи об установлении равновесного состояния изогнутой пластины. Задача об изгибе пластины с начальными напряжениями решается численно методом конечных элементов с использованием модели изотропного гипотупругого материала. В результате решения задачи определяется поле остаточных напряжений, позволяющее оценить степень опасности возникновения положительных главных напряжений, которые могут привести к разрушению материала пластины.

**Ключевые слова:** остаточные напряжения, метод Альмена, дробеструйная обработка, конечно-элементный анализ, обратная задача

**Введение.** Для улучшения эксплуатационных качеств элементов конструкций в технике активно применяется метод упрочнения их поверхностей с использованием детонационного напыления на поверхность детали или ее дробеструйной обработки. В этом случае разогретые частицы материала напыляются на целевое изделие или бомбардируют его поверхность [1]. В материалах с созданными данным способом покрытиями могут возникнуть растягивающие напряжения, приводящие к разрушению защищаемых конструкций. Поэтому необходимо контролировать остаточные напряжения в изделиях с покрытиями, управляя параметрами технологического процесса детонационного напыления или дробеструйной обработки. Уровень и знак остаточных напряжений можно оценить, например, с использованием экспериментальных методов. В ряде работ (см., например, [2, 3]) для оценки остаточных напряжений применяется метод высверливания, суть которого заключается в измерении деформаций поверхности конструкции с помощью розетки из тензорезисторов. Датчики располагаются на поверхности исследуемого тела в области, где проводится высверливание глухого отверстия в материале тонким алмазным сверлом. По данным, получаемым с тензодатчиков, восстанавливаются значения остаточных напряжений в покрытии. Применяется также разрушающий метод Давиденкова [4–8], при исполь-

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-29-00485, <https://rscf.ru/project/22-29-00485/>).

© Ларичкин А. Ю., Штерцер А. А., Коробейников С. Н., Ульяницкий В. Ю., Рыбин Д. К., 2024

зовании которого необходимо проводить послойное травливание исходного материала на образцах с покрытиями и измерять их геометрические параметры после снятия каждого слоя.

Авторы работ [9, 10] применяют неразрушающий метод дифракции нейтронов для оценки уровня напряжений в покрытиях и защищаемых изделиях. В данной работе для этого используется метод пластин Альмена [11, 12]. Основная идея метода заключается в том, что остаточные напряжения в пластине, полученные в результате упрочнения ее поверхности путем напыления или дробеструйной обработки, определяют величину и форму прогиба пластины. Подбирая с той или иной степенью точности поля остаточных напряжений в пластине и используя условия ее равновесия, можно получить как требуемую форму изгиба пластины, так и величину стрелы ее прогиба.

Данный способ получения остаточных напряжений в пластине описан в работе [13], в которой предполагалось, что остаточные напряжения в изогнутой пластине действуют только в наклепанном (упрочненном) слое ее материала. С использованием теории изгиба упругих стержней в [13] получена формула, связывающая величины однородных остаточных напряжений с прогибом пластины. Тем не менее поля остаточных напряжений, полученные в [4, 5, 9, 10], свидетельствуют о том, что остаточные напряжения присутствуют не только в указанной области материала пластины, но и в основном слое, что при определенных условиях технологического процесса может привести к их недопустимо большим значениям. Очевидно, что при моделировании распределения остаточных напряжений в пластине главным препятствием является использование теории изгиба стержней, которая не позволяет учесть характер распределения остаточных напряжений в пластине. Для моделирования распределения напряжений в пластине требуется учесть трехмерность или двумерность процесса ее деформирования. Тогда, воспроизводя при моделировании деформаций процесс напыления или дробеструйной обработки [5, 14] с учетом неупругости материала пластины, можно получить более реалистичное распределение остаточных напряжений в изогнутой пластине. Однако использование такого способа определения остаточных напряжений в пластине на практике представляется чрезмерно трудоемким.

Получение решения сложных нелинейных краевых задач сопряжено с большими вычислительными погрешностями и неточностями калибровки моделей материалов, вследствие чего точность предсказаний может оказаться низкой и возникнет необходимость применения комбинированных экспериментально-теоретических методов определения остаточных напряжений [15]. В данной работе представлен один из вариантов комбинированного экспериментально-теоретического метода, сочетающий простоту вычислений и возможность использования экспериментальных данных для получения более корректных оценок остаточных напряжений применительно к сварным швам. Предлагается новый, более точный, чем в [13], но более простой, чем в [4, 5], подход к оценке остаточных напряжений в пластине, который позволяет определить эпюры остаточных напряжений в пластине и оценить эти напряжения, которые при достаточно большой величине могут привести к разрушению основного слоя материала. При таком подходе предполагается, что в отсчетной плоской конфигурации пластины заданы начальные неуравновешенные сжимающие однородные продольные напряжения, а в основном материале какие-либо начальные напряжения отсутствуют, как это предполагается в [13] для случая изогнутой пластины. Далее, решая двумерную задачу о равновесии пластины в условиях плоской деформации, можно определить изогнутую уравновешенную конфигурацию с остаточными напряжениями, отличными от нуля практически во всем материале пластины. Решая обратную задачу определения величины начального напряжения, в результате применения итерационной процедуры находим изогнутое состояние пластины с прогибом в ее центре, величина которого близка к экспериментальному значению. Полученные остаточные

напряжения считаются искомыми. Следует отметить, что с помощью нового метода можно также оценить точность расчета по инженерной формуле с использованием значения остаточных напряжений в покрытии или упрочненном материале изогнутой пластины.

Поскольку в результате упрочнения поверхности пластина Альмена может испытывать прогибы, превышающие ее толщину [12], при решении уравнений равновесия необходимо использовать геометрически нелинейную постановку, учитывающую большие углы поворота материальных волокон пластины. В настоящее время существует три типа геометрически нелинейных формулировок упругости (см., например, [16, 17]): упругость по Коши, упругость по Грину (гиперупругость) и гипопругость. В соответствии с предлагаемым модифицированным методом пластин Альмена наиболее простым подходом при решении задач с начальными напряжениями является применение моделей гипопругости, для которых можно использовать отсчетную конфигурацию с произвольным полем начальных напряжений (в отличие от моделей упругости Коши и Грина [16]).

В данной работе используется модель изотропного гипопругого материала, подобного материалу Гука. Можно построить бесконечное число таких моделей [18], различающихся определением объективной скорости тензора напряжений. Обзор известных и новых алгоритмов интегрирования определяющих соотношений гипопругости с использованием объективных алгоритмов приведен в [19]. Объективные алгоритмы интегрирования некоторых наиболее известных моделей гипопругости, основанные на использовании коротационных скоростей тензоров напряжений, внедрены в систему конечно-элементного нелинейного анализа Pioner [20]. В результате решения модельной задачи о распределении остаточных напряжений в пластине в постановке, близкой к постановкам задач, рассматриваемым в настоящей работе, установлено, что расчеты по всем рассматриваемым моделям дают близкие значения тензора остаточных напряжений [21]. В работе [21] сделан вывод, что в рассматриваемой задаче об изгибе пластины деформации волокон материала при уравнивании пластины малы, а геометрическая нелинейность обусловлена большими углами поворота. Поэтому в данной работе для определения уравнишенной конфигурации применяется простая модель гипопругости, основанная на использовании коротационной скорости Зарембы — Яуманна тензора напряжений Кирхгофа [16].

**1. Используемое экспериментальное оборудование и методы экспериментальных исследований.** При выборе режимов детонационного напыления частиц материала на защищаемую поверхность или ее дробеструйной обработки требуется провести оценку распределения остаточных напряжений. Для экспериментальной оценки этого распределения используются пластины Альмена, на которые напыляется слой покрытия с помощью той же технологии, что и при использовании целевой детали. В результате указанных процессов в покрытии или упрочненном слое пластины возникают остаточные напряжения, приводящие к ее изгибу. Пластина может изогнуться различным образом в зависимости от знака остаточных напряжений в напыленном и (или) упрочненном слое ее материала. После напыления покрытия на пластину или ее дробеструйной обработки в ней возникают в основном тангенциальные к поверхности изделия напряжения.

Образцы испытывались на комплексе (устройстве) детонационного напыления CCDS2000 (рис. 1), предназначенном для напыления покрытий [1, 22]. Управляя параметрами режимов напыления, можно упрочнять поверхности образцов в режиме собственно напыления покрытий, в режиме наклепа (дробеструйной обработки) и в смешанном режиме напыления и наклепа. Устройство работает в импульсном циклическом режиме, процесс напыления покрытия состоит из серии циклов (выстрелов), в каждом из которых через газораспределитель осуществляется заполнение ствола детонирующей газовой смесью, подача дозатором в ствол порции порошка, инициирование детонации газовой смеси свечой зажигания в рабочей части ствола и продувка азотом ствола после выброса из



Рис. 1. Детонационный комплекс CCDS2000:

*а* — стойка с рабочей частью и манипулятор, *б* — рабочая часть (ствол с двумя дозаторами и газораспределителем)

него частиц порошка для подготовки к следующему выстрелу. Компьютеризированный комплекс детонационного напыления CCDS2000 позволяет управлять процессом дробеструйной обработки за счет изменения значений скорости, углов атаки потока частиц и размера фракции порошка (напыляемого материала).

При детонационном напылении вылетающие из ствола установки частицы либо соединяются с обрабатываемой деталью, образуя покрытие, либо ударяют по поверхности и отскакивают от нее, образуя упрочненный слой материала детали. Отскок частиц происходит в том случае, если их скорость недостаточно большая и (или) они не расплавлены. При ударе частиц по обрабатываемой поверхности происходит ее пластическая деформация (наклеп) и даже эрозия. В процессе детонационного напыления достаточно большая часть (приблизительно 50 %) порошковых частиц (в основном наиболее крупные частицы используемой порошковой фракции, которые не успевают расплавиться в стволе детонационной установки) отскакивают от обрабатываемой детали. Доля этих частиц определяется путем измерения коэффициента использования порошка [23].

Таким образом, в покрытой детонационным напылением детали можно выделить три слоя: исходный материал, наклепанный слой и само покрытие. В случае дробеструйной обработки имеется лишь два слоя: наклепанный слой и слой исходного материала. Наклепанный слой и покрытие после завершения процесса напыления имеют свои распределения остаточных напряжений, которые в зависимости от способа нанесения покрытия могут быть как сжимающими, так и растягивающими [2].

В данной работе приведен метод оценки остаточных напряжений для случая только дробеструйной обработки поверхности пластины. Проведена дробеструйная обработка стальных пластин для определения остаточных напряжений, возникающих при наклепе, методом Альмена [11]. В данном методе детектором величины остаточных напряжений является величина стрелы прогиба изогнутой стандартной металлической полосы (пластины) после ее бомбардировки потоком частиц.

Для изготовления образцов пластин размером  $75,0 \times 19,0 \times 0,8$  мм использовалась лента из стали марки У8А со следующими параметрами материала: модуль упругости  $E = (136 \pm 6)$  ГПа, предел прочности  $\sigma_b = (951 \pm 24)$  МПа, предел текучести  $\sigma_{0,2} = (847 \pm 15)$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Механические параметры получены в экспериментах на растяжение образцов из стальной ленты на испытательной машине Zwick/Roell Z100.

В результате вариации параметров дробеструйной обработки получены образцы пластин с различной толщиной наклепанного слоя в зависимости от условий обработки (табл. 1) (см. также [12]).

Таблица 1

Параметры наклепа

Номер образца	$D$ , мм	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$v$ , м/с	$m$ , г/см <sup>2</sup>	$h$ , мм	$\delta_c$ , мм
1	0,35	2,2	82	0,042	0,840	0,08
2	0,35	2,2	82	0,084	2,022	0,08
3	0,10	2,2	225	0,042	0,800	0,06
4	0,10	2,2	225	0,084	0,965	0,06
5	0,02	2,2	309	0,042	0,300	0,02
6	0,02	2,2	309	0,084	0,480	0,02
7	0,02	2,2	309	0,168	0,700	0,02

Примечание.  $D$  — диаметр частиц,  $\rho$  — плотность частиц,  $v$  — скорость частиц,  $m$  — масса частиц на единицу площади пластины,  $h$  — величина стрелы прогиба пластины,  $\delta_c$  — толщина наклепанного слоя.

**2. Математическая модель.** Используется модель изотропной гипотупругости материала, подобного материалу Гука, с определяющими соотношениями [17]

$$\tau^{ZJ} = \lambda \operatorname{tr}(d) I + 2\mu d, \quad \tau^{ZJ} \equiv \dot{\tau} + \tau \cdot w - w \cdot \tau, \quad (1)$$

где  $\tau$  — тензор напряжений Кирхгофа;  $\tau^{ZJ}$  — скорость Зарембы — Яуманна тензора  $\tau$ ;  $d$ ,  $w$  — тензоры скорости деформаций и вихря;  $\lambda$ ,  $\mu$  — параметры Ламе, связанные с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  выражениями

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (2)$$

Данная модель материала (#41) внесена в библиотеку материалов конечно-элементной системы нелинейного анализа Pioneer [20] с использованием текущей лагранжовой формулировки уравнений (подробнее об этом см. [17, 18, 21]).

При добавлении начальных условий

$$t = t_0: \quad \tau = \sigma^0 \quad (3)$$

к определяющим соотношениям (1) задача определения тензора напряжений Коши  $\sigma$  для заданной кинематики деформирования сводится к решению задачи Коши (1), (3). В настоящей работе для этого используется слабоинкрементально-объективный второго порядка точности алгоритм Рубинштейна — Атлурри [19, 21].

**3. Постановка задачи об изгибе пластины.** Решение задачи об изгибе пластины с начальными напряжениями получим в приближении плоской деформации. В силу симметричного деформирования пластины моделируемая область соответствует половине поперечного сечения пластины и состоит из двух подобластей (рис. 2). В верхней подобласти, которая представляет собой тонкий наклепанный (упрочненный) слой толщиной  $\delta_c$ , заданы однородные начальные напряжения с единственной ненулевой (продольной) компонентой тензора напряжений Коши  $\sigma^0$  (т. е. в этом слое материала  $\sigma_{xx} = \sigma^0$ ), в остальной части пластины (подложке) толщиной  $\delta_s = \delta - \delta_c$  ( $\delta$  — толщина пластины) все компоненты тензора начальных напряжений Коши  $\sigma^0$  равны нулю. На правом торце задается условие скользящего шарнирного опирания, на левом торце — условие симметричного деформирования пластины.

Пластина разбивается на 3705 восьмиузловых четырехугольных изопараметрических конечных элементов со сгущением в направлении верхней плоскости и правого торца пластины. (Конечно-элементная модель пластины приведена на рис. 13 в [21].) При интегрировании матриц и векторов конечных элементов применяется схема численного полного

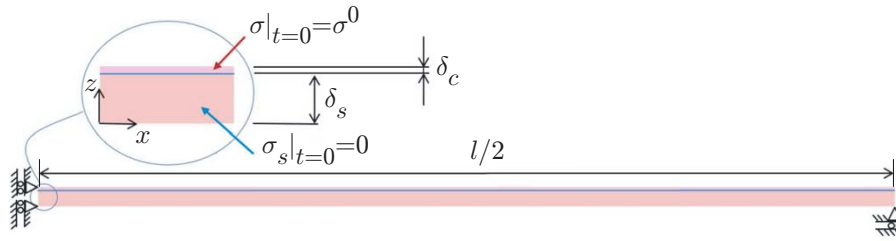


Рис. 2. Геометрическая отсчетная конфигурация и кинематические ограничения на деформацию пластины с начальными напряжениями

интегрирования с использованием  $3 \times 3$  гауссовых точек. Итерационная процедура метода Ньютона — Рафсона завершается при достижении следующих относительных погрешностей вычислений:

$$\epsilon_D = \epsilon_F = 0,001 \quad (4)$$

( $\epsilon_D$ ,  $\epsilon_F$  — относительные погрешности перемещений и внутренних сил). Типичное число итераций метода Ньютона — Рафсона для достижения равновесия с параметрами (4) равно 10.

Параметры материалов наклепанного слоя и подложки задаются одинаковыми: модуль Юнга  $E = 136,0$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . В начальный момент времени  $t_0$  конфигурация пластины не уравновешена вследствие наличия начальных напряжений (см. рис. 2). С помощью представленной ниже процедуры численного анализа определяется равновесная конфигурация пластины.

Для получения при моделировании остаточного прогиба пластины, близкого к измеренному в эксперименте, необходимо подобрать начальные напряжения  $\sigma^0$  в результате решения обратной задачи. Обратная задача решается с использованием итерационного симплекс-метода Нелдера — Мида [24], при этом проводится идентификация только одного параметра — начального продольного напряжения  $\sigma_{num}^0$  в упрочненном слое пластины при заданном значении стрелы прогиба  $h$ , полученном в эксперименте (см. табл. 1). Метод относится к числу так называемых безградиентных методов оптимизации. Суть метода Нелдера — Мида применительно к рассматриваемой задаче заключается в составлении начального одномерного симплекса  $\sigma_{num,j}^0$ ,  $j = 1, 2$  и его преобразовании с использованием операций отражения, растяжения или сжатия для минимизации целевой функции. В качестве целевой функции используется абсолютное значение разности величин стрел прогибов пластин в эксперименте и при математическом моделировании соответственно:  $\Phi(\sigma^0) \equiv |h - h_{num}(\sigma^0)|$ . Поиск значения начального напряжения прекращается при условии  $\Phi(\sigma^0) \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — допустимое отклонение от  $h$ , которое принимается равным  $\varepsilon = 10^{-3}$  мм. Начальное продольное напряжение для соответствующего прогиба в эксперименте определялось для каждого значения толщины наклепанного слоя  $\delta_c$ . Начальные напряжения для составления симплекса выбирались таким образом, чтобы они не превышали предела текучести материала. Три начальных значения  $\sigma_{num,j}^0$  для запуска метода Нелдера — Мида определялись с вариацией  $\pm 10$  МПа по формуле

$$\sigma_a = \frac{4}{3} \frac{E \delta_s^2 h}{\delta_c l^2}, \quad (5)$$

где  $l$  — длина пластины. Для поиска целевого значения  $\sigma_{num}^0$  в проводимом исследовании требуется 10–15 итераций.

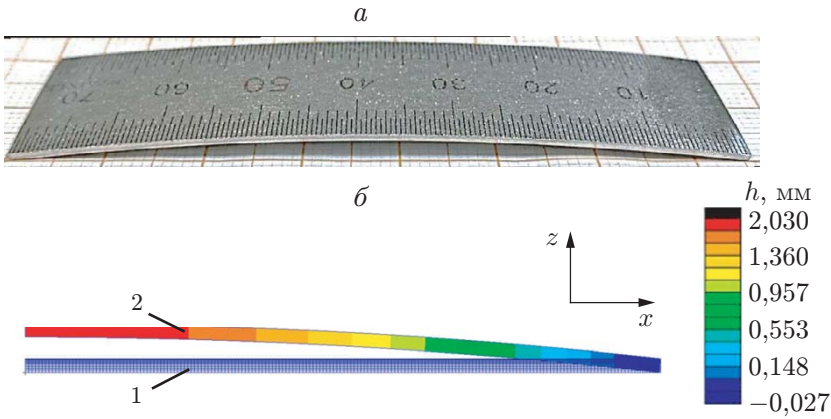


Рис. 3. Конфигурации пластины (образец 2), полученные в эксперименте (а) и при математическом моделировании (б):

1 — отсчетная неуравновешенная конфигурация с начальными напряжениями  $\sigma_{xx} = \sigma^0$  в верхнем слое пластины, 2 — деформированная уравновешенная конфигурация

Таблица 2

Значения характерных величин, полученных для образцов с параметрами наклепа, представленными в табл. 1

Номер образца	$\sigma^0$ , МПа	$\sigma_a$ , МПа	$\sigma_{xx,mid}$ , МПа	$\sigma_{1,max}$ , МПа
1	-264,6	-175,5	-175,2	113,2
2	-638,1	-422,4	-422,3	272,8
3	-327,2	-235,4	-240,6	117,1
4	-394,5	-283,9	-290,1	141,2
5	-348,9	-294,2	-315,4	97,1
6	-508,0	-470,7	-459,1	141,2
7	-813,9	-696,5	-573,9	226,5

**4. Результаты компьютерного моделирования.** На рис. 3 приведены конфигурации образца 2 (см. табл. 1), полученные в эксперименте и в результате компьютерного моделирования по представленному выше алгоритму.

На рис. 4,а,б представлены распределения продольного напряжения  $\sigma_{xx}$ , на рис. 4,в,г — распределения максимального главного напряжения  $\sigma_1$  в середине пластины (на левом крае модели) и на ее правом торце. На рис. 5 приведены распределения остаточного продольного напряжения  $\sigma_{xx}$  и максимального главного напряжения  $\sigma_1$  по толщине пластины.

Подобные результаты компьютерного моделирования получены для других образцов, параметры которых приведены в табл. 1. Суммарные значения характерных величин для образцов 1–7 приведены в табл. 2 ( $\sigma^0$  — продольное начальное напряжение в узкой верхней полосе (в наклепанном слое) в неуравновешенной конфигурации пластины (см. рис. 2),  $\sigma_a$  — продольное напряжение  $\sigma_{xx}$  в наклепанном слое, полученное из выражения (5),  $\sigma_{xx,mid}$  — продольное напряжение  $\sigma_{xx}$  в середине наклепанного слоя,  $\sigma_{1,max}$  — максимальное значение максимального главного напряжения в материале пластины (точка А на рис. 5,б).

Формула (5) получена в [13] с использованием инженерного подхода (решения задачи об изгибе стержня) при решении задачи об осаждении частиц никеля на стальной лист в процессе электролиза. Для оценки остаточных напряжений в осевшем на листе слое

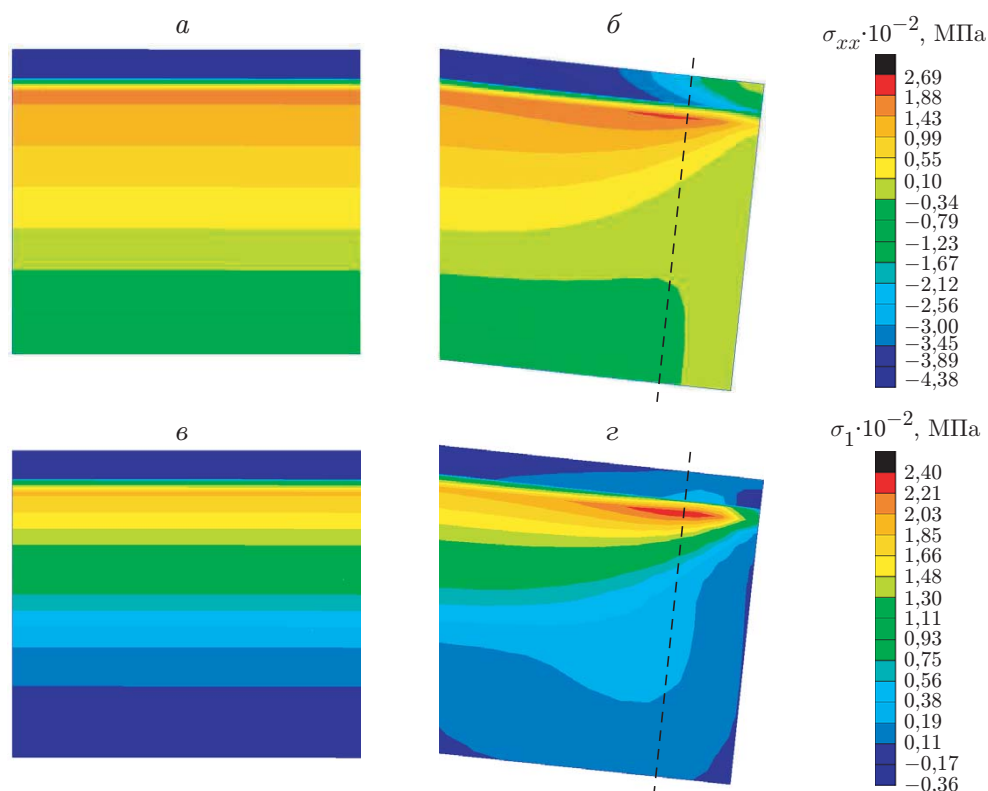


Рис. 4. Распределения остаточного продольного напряжения  $\sigma_{xx}$  (*a*, *б*) и остаточного максимального главного напряжения  $\sigma_1$  (*в*, *г*) в середине (*a*, *в*) и на торце (*б*, *г*) пластины

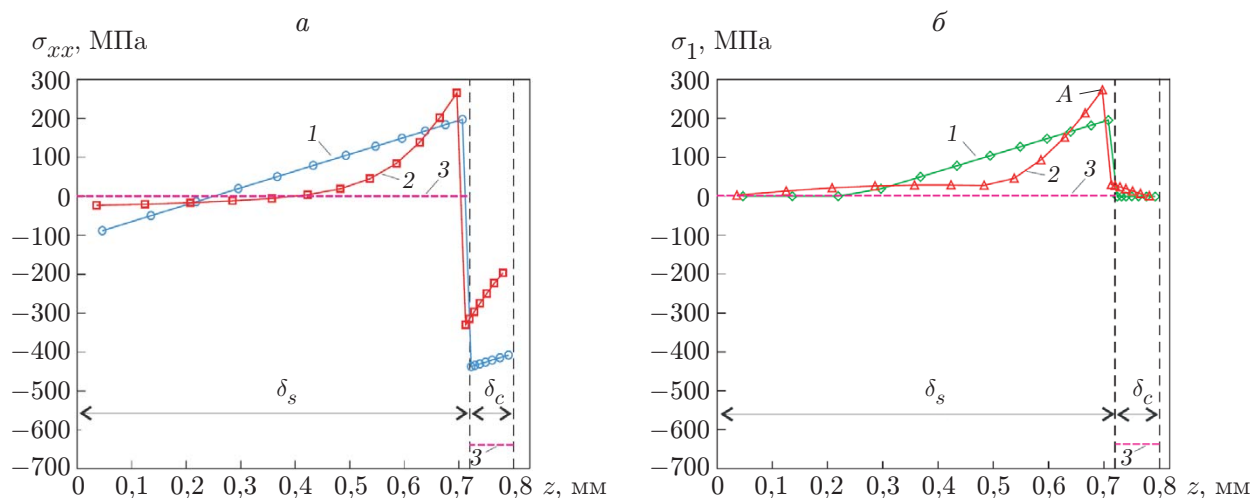


Рис. 5. Распределения остаточного продольного напряжения  $\sigma_{xx}$  (*a*) и максимального главного напряжения  $\sigma_1$  (*б*) по толщине пластины:

1 — напряжения в центре пластины (на левом торце модели), 2 — напряжения в окрестности правого торца пластины вдоль штриховых линий, показанных на рис. 4,б,г, 3 — начальное неуравновешенное напряжение



принимались следующие предположения:  $\delta_c \ll \delta_s$ ,  $E_c \approx E$ , где  $E_c$  — модуль упругости слоя никеля. Для проведения сравнения значения остаточных напряжений в наклепанном слое, полученные при математическом моделировании, осреднялись по толщине слоя. Из табл. 2 следует, что при относительно большой толщине наклепанного слоя пластины ( $\delta_c = 0,08; 0,06$  мм (см. табл. 1)) значения продольных остаточных напряжений в наклепанном слое, полученные из выражения (5) и в результате компьютерного моделирования, близки. Менее удовлетворительное соответствие этих результатов имеет место в случае очень тонкого наклепанного слоя ( $\delta_c = 0,02$  мм).

Несмотря на близость значений продольного напряжения, полученных при компьютерном моделировании и по формуле (5), инженерный подход, используемый в [13], не позволяет определить важную характеристику остаточных напряжений в пластине, а именно максимальные главные напряжения. В условиях эксплуатации реальных изделий с покрытием такие напряжения могут вызвать преждевременное повреждение материала. Поэтому необходимо провести анализ распределений остаточных напряжений, представленных выше для образца 2. На рис. 4, в, г и рис. 5 видно, что в материале пластины непосредственно под наклепанным слоем максимальные главные напряжения принимают максимальные значения, которые являются растягивающими (т. е. опасными для дальнейшей деформации пластины). Проведем качественное сравнение полученных результатов компьютерного моделирования с известными результатами экспериментальных исследований и математического моделирования. Так как эти результаты представлены в литературе только для продольных напряжений в центральной части пластины, сравнительный анализ будем проводить для этого случая.

Из рис. 5, а следует, что распределение продольной компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xx}$  имеет Z-образный вид. Экспериментальные данные, полученные в [2, 3], также показывают, что распределение продольных напряжений по толщине пластины имеет Z-образный характер. В работах [2, 3] приведены распределения продольных остаточных напряжений в пластинах с покрытием при высверливании в них отверстия. В [3] представлено распределение остаточных напряжений в продольном и поперечном направлениях по толщине пластины с размерами  $60 \times 22 \times 2$  мм из нержавеющей стали марки AISI 304, покрытой слоем диоксида алюминия ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) толщиной 0,2 мм методом термического напыления. Напряжение меняет знак с отрицательного в покрытии пластины на положительный в основном материале по толщине слоя покрытия. Остаточные напряжения вдоль и поперек пластины близки, а кривые их распределения имеют Z-образный вид (см. рис. 8 в [3]). В [2] представлены распределения остаточных продольных напряжений по толщине стандартной пластины Альмена с размерами  $72,60 \times 19,05 \times 1,30$  мм из высокоуглеродистой стали марки SAE 1070, на которую методом атмосферного плазменного напыления было нанесено покрытие из циркония, стабилизированного иттрием (8 %). Распределение напряжений получено методом высверливания для двух толщин покрытия, равных 100 и 400 мкм (см. рис. 11 в [2]). На границе раздела покрытия и пластины Альмена меняется знак напряжения.

Z-образное распределение остаточных напряжений получено при определении напряжений методом нейтронной дифрактоscопии [9, 10]. На вертикальных срезах деталей с напыленным покрытием получено распределение продольного напряжения по толщине пластины размером  $100 \times 100 \times 3$  мм из нержавеющей стали марки AISI 304 после нанесения покрытия из никелевого сплава Inconel 625 путем высокоскоростного газокислородного напыления (см. рис. 6 в [9]). В работе [10] приведено распределение остаточных продольных напряжений по толщине пластины с размерами  $228,60 \times 25,40 \times 2,38$  мм из стали марки AISI 1008 после нанесения покрытия из никеля тем же методом (см. рис. 4 в [10]).

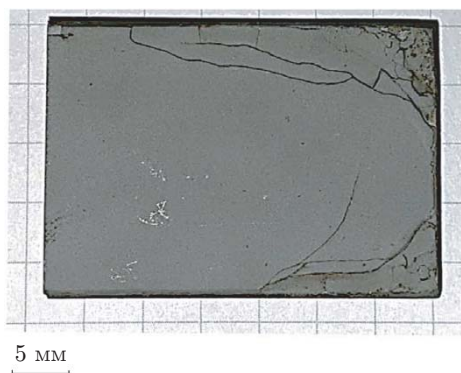


Рис. 6. Растрескивание торцевой части металлической пластины при напылении на ее поверхность покрытия толщиной более 0,3 мм

В [5] приведено распределение пластических деформаций, полученных методом высверливания материала по толщине пластины, подвергнутой дробеструйной обработке. По значениям прогибов пластины определено распределение пластических деформаций и на основе решения задачи упругопластического деформирования восстановлено распределение остаточных напряжений, которое также имеет вид, близкий к Z-образному распределению (см. рис. 9 в [5]). Однако полученные распределения остаточных напряжений по толщине наклепанного слоя не содержат линейный участок, что не согласуется с полученными в настоящей работе данными и с результатами экспериментов, проведенных методом нейтронной дифрактографии, а также экспериментов по высверливанию отверстий в образцах с покрытиями, описанными выше. В [14] определены закономерности распределения напряжений при дробеструйной обработке поверхности пластины путем прямого 3D-моделирования процесса деформирования пластины из упругопластического материала с упрочнением, на которую с заданной скоростью падают круглые твердые частицы. Также в [14] обнаружены увеличение прогиба пластины и его стремление к некоторому постоянному значению, тем самым определена зависимость прогиба пластины от количества ударов твердых частиц о ее поверхность. Распределение продольного напряжения по толщине пластины также принимает вид сглаженной Z-образной кривой (см. рис. 4 в [14]).

Отметим концентрацию максимального главного напряжения в точках интегрирования, расположенных в основном материале вблизи наклепанного слоя (штриховая линия на рис. 4,г (см. также кривую 2 на рис. 5,б)). Повышенная концентрация растягивающих напряжений может приводить к разрушению покрытий на кромках защищаемых изделий. На практике при определенном режиме детонационного напыления по мере увеличения толщины напыляемого слоя могут происходить растрескивание материала пластины и откол покрытия на краях детали. На рис. 6 приведена фотография поверхности торцевой части пластины с напыленным покрытием толщиной более 0,3 мм, на которой видна система трещин и откол части материала на краю пластины. Результат эксперимента, полученный в настоящей работе, качественно согласуется с результатами компьютерного моделирования.

**Заключение.** Предложен подход к численному определению начальных и остаточных напряжений в пластине Альмена после дробеструйной обработки ее поверхности. Компьютерное моделирование проводилось в предположении плоской деформации в геометрически нелинейной постановке методом конечных элементов с использованием системы конечно-элементного нелинейного анализа Pioneer. Материал пластины полагался гипотетическим с формой связи скорости Зарембы — Яуманна тензора напряжений Кирхгофа и тензора скоростей деформаций, подобной форме связи в материале Гука.

Задача определения как начальных, так и остаточных напряжений сводилась к решению обратной задачи подгонки величины начальных напряжений для получения заданного прогиба пластины. Обратная задача решалась путем минимизации целевой функции. Минимизация проводилась численно с использованием безградиентного метода Нелдера — Мида. Каждое вычисление целевой функции включало конечно-элементное решение прямой задачи о деформировании пластины под действием начальных напряжений. С помощью компьютерного моделирования установлено, что в результате перераспределения компонент тензора напряжений при уравнивании пластины в ней возникают растягивающие напряжения, что при некоторых условиях может привести к разрушению ее материала.

Показано, что при достаточно большой толщине наклепа результаты моделирования продольных напряжений в упрочненном материале хорошо согласуются с известным выражением (5). Тем не менее в рамках предложенного подхода установлено, что в слое материала, прилегающем к упрочненной поверхности пластины, возникают растягивающие напряжения, которые следует учитывать при использовании технологии дробеструйной обработки. Полученное распределение напряжений качественно согласуется с известными результатами экспериментальных исследований и математического моделирования.

Приведенные результаты экспериментальных исследований и численного моделирования распределения напряжений в пластине в результате дробеструйной обработки ее поверхности показывают, что предложенный метод восстановления остаточных напряжений с помощью моделей гипотупругости позволяет оценить значения напряжений в конструкциях после дробеструйной обработки их поверхности и может быть использован для получения подобной оценки в случае нанесения покрытия путем детонационного напыления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Ульяницкий В. Ю.** Новое поколение оборудования для детонационного напыления // Упрочняющие технологии и покрытия. 2013. Т. 10, № 106. С. 36–41.
2. **Lasseur V., Goutier S., Martinez Garcia V., et al.** Residual stress evolution in zirconia (Y 8%) coatings during atmospheric plasma spraying for substrates under rotating kinematic // J. Thermal Spray Technol. 2020. V. 29. P. 1313–1321. DOI: 10.1007/s11666-020-01070-1.
3. **Owoseni T. A., Bai M., Curry N., et al.** Residual stress measurement of suspension HVOF-Sprayed alumina coating via a hole-drilling method // J. Thermal Spray Technol. 2020. V. 29. P. 1339–1350. DOI: 10.1007/s11666-020-01072-z.
4. **Келлер И. Э., Трофимов В. Н., Владыкин А. В. и др.** К вопросу о реконструкции остаточных напряжений и деформаций пластины после дробеструйной обработки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2018. Т. 22, № 1. С. 40–64. DOI: 10.14498/vsgtu1602.
5. **Petukhov D., Keller I.** Exact reconstruction formulas for plastic strain distribution in the surface-treated plate and their applications // Acta Mech. 2020. V. 231. P. 1849–1866. DOI: 10.1007/s00707-020-02625-7.
6. **Мещанинова Г. Н.** Остаточные напряжения в связи с упрочняющей поверхностной обработкой // Динамика и прочность авиадвигателей. 1949. № 3. С. 146–173.
7. **Давиденков Н. Н.** Измерение остаточных напряжений в трубах // Журн. техн. физики. 1931. Т. 1, № 1. С. 5–17.
8. **Давиденков Н. Н.** Об измерении остаточных напряжений // Завод. лаб. 1950. Т. 16, № 12. С. 1452–1454.
9. **Oladijo O. P., Luzin V., Maledi N. B., et al.** Residual stress and wear resistance of HVOF Inconel 625 coating on SS304 steel substrate // J. Thermal Spray Technol. 2020. V. 29. P. 1382–1395. DOI: 10.1007/s11666-020-01066-x.

10. **Smith G. M., Saputo J., Luzin V., Sampath S.** Observation of residual stress and fatigue behavior of structurally integrated thermally sprayed nickel coatings // J. Thermal Spray Technol. 2020. V. 29. P. 1229–1241. DOI: 10.1007/s11666-020-01035-4.
11. **Guagliano M.** Relating Almen intensity to residual stresses induced by shot peening: a numerical approach // J. Materials Process. Technol. 2001. V. 110, N 3. P. 277–286. DOI: 10.1016/S0924-0136(00)00893-1.
12. **Ульяницкий В. Ю., Рыбин Д. К., Ларичкин А. Ю.** Обусловленные наклепом остаточные напряжения в покрытиях, получаемых методом напыления порошкового материала // ПМТФ. 2023. Т. 64, № 5. С. 179–193. DOI: 10.15372/PMTF202315268.
13. **Stoney G. G.** The tension of metallic films deposited by electrolysis // Proc. Roy. Soc. A. 1909. V. 82, N 553. P. 172–175. DOI: 10.1098/rspa.1909.0021.
14. **Chen Z., Yang F., Meguid S. A.** Realistic finite element simulations of arc-height development in shot-peened Almen strips // Trans. ASME. J. Engng Materials Technol. 2014. V. 136. 041002. DOI: 10.1115/1.4028006.
15. **Tagiltsev I. I., Shutov A. V.** Combined experimental/theoretical approach to residual stresses within multiplicative elasto-plasticity // Intern. J. Solids Structures. 2022. V. 254/255. N 0020-7683. 111924. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111924.
16. **Truesdell C.** The non-linear field theories of mechanics / C. Truesdell, W. Noll. Berlin: Springer, 1965. (Encyclopedia of Phys.; V. 3). DOI: 10.1007/978-3-642-46015-9.
17. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
18. **Korobeynikov S. N.** Analysis of Hooke-like isotropic hypoelasticity models in view of applications in FE formulations // Arch. Appl. Mech. 2020. V. 60, N 2. P. 313–338. DOI: 10.1007/s00419-019-01611-3.
19. **Korobeynikov S.** Objective algorithms for integrating hypoelastic constitutive relations based on corotational stress rates / S. Korobeynikov, A. Larichkin. Cham: Springer, 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-29632-1.
20. **Korobeynikov S. N., Agapov V. P., Bondarenko M. I., Soldatkin A. N.** The general purpose nonlinear finite element structural analysis program PIONER // Proc. of the Intern. conf. on numerical methods and applications, Sofia (Bulgaria), Aug. 1989. Sofia: Publ. House Bulgarian Acad. Sci., 1989. P. 228–233.
21. **Korobeynikov S. N., Larichkin A. Yu.** Simulating body deformations with initial stresses using Hooke-like isotropic hypoelasticity models based on corotational stress rates // Z. angew. Math. Mech. 2024. Bd 104. e202300568. DOI: 10.1002/zamm.202300568.
22. **Ulianitsky V., Shtertser A., Zlobin S., Smurov I.** Computer-controlled detonation spraying: from process fundamentals toward advanced applications // J. Thermal Spray Technol. 2011. V. 20. P. 791–801. DOI: 10.1007/s11666-011-9649-6.
23. **Батраев И. С., Рыбин Д. К., Иванюк К. В. и др.** Износостойкие детонационные покрытия на основе карбида вольфрама для авиационной техники // Авиац. материалы и технологии. 2022. Т. 1, № 66. С. 92–109. DOI: 10.18577/2713-0193-2022-0-1-92-109.
24. **Nelder J. A., Mead R.** A simplex method for function minimization // Comput. J. 1965. V. 7, N 4. P. 308–313. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308.

*Поступила в редакцию 8/XII 2023 г.,  
после доработки — 24/II 2024 г.  
Принята к публикации 26/II 2024 г.*