

ТЕОРИЯ ГОРЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ. IV. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

С. Н. Мильков, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

(Ленинград)

В [1] отмечено, что эффекты, обусловленные нестационарностью процесса горения конечного слоя жидкости, проявляются тем заметнее, чем меньше величина отношения толщины слоя жидкости δ к толщине зоны тепловой релаксации L_p . Это обстоятельство определяет необходимость учета нестационарных явлений при рассмотрении заключительной стадии выгорания толстых слоев жидкости ($\delta/L_p \gg 1$), а также горения жидких пленок ($\delta/L_p \ll 1$). Ниже на основе развитой в работах [1, 2] модели исследовано нестационарное горение тонких слоев жидкости со свободной поверхностью (рис. 1).

В случае, когда $\delta/L_p \ll 1$ и соответственно $L/\delta \gg 1$ (L — характерный размер свободной поверхности), можно не учитывать неоднородности температурного поля в поперечном направлении. Последнее позволяет использовать для описания рассматриваемого процесса систему квазиодномерных уравнений переноса [1—3]. Учитывая, что характерное время протекания процесса в газовой фазе существенно меньше, чем в жидкости, запишем эти уравнения (в системе координат, связанных со свободной поверхностью) в следующем виде¹:

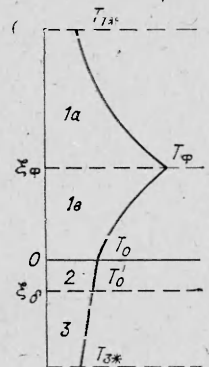


Рис. 1. Схема выгорания слоя.

$$\rho_1 u_1 \frac{d\bar{c}}{d\xi} = \rho_1 D \frac{d^2 \bar{c}}{d\xi^2} - \alpha_c \bar{c}, \quad (1)$$

$$\rho_2 c_{p2} \frac{\partial T_2}{\partial \tau} + \rho_2 c_{p2} u_2 \frac{\partial T_2}{\partial \xi} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial \xi^2}, \quad (2)$$

$$\rho_3 c_{p3} \frac{\partial T_3}{\partial \tau} + \rho_3 c_{p3} u_3 \frac{\partial T_3}{\partial \xi} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial \xi^2}. \quad (3)$$

Решение системы уравнений (1) — (3) должно удовлетворять следующим условиям на «внешней» границе области, заполненной газовой фазой (см. рис. 1), и свободной поверхности:

$$\xi \rightarrow +\infty: \quad T_1 \rightarrow T_{1*}, \quad c_b \rightarrow 0, \quad c_a \rightarrow c_{a*}, \quad (4)$$

$$\xi \rightarrow \xi_\phi: \quad T_1 = T_\phi, \quad c_b = c_a = 0, \quad (5)$$

$$\xi = 0: \quad T_1 = T_2 = T_0, \quad c_b = c_{b0}, \quad c_a = 0, \quad (6)$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial \xi} \right)_{+0} - \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial \xi} \right)_{-0} = q_{\pi} \rho_2 u_2, \quad (7)$$

$$\rho_1 u_1 c_{b0} - \rho_1 D \left(\frac{dc_b}{d\xi} \right)_{+0} = \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2, \quad (8)$$

$$\rho_1 u_1 c_{\pi 0} - \rho_1 D \left(\frac{dc_{\pi}}{d\xi} \right)_{+0} = 0, \quad (9)$$

$$\rho_1 u_1 c_{\pi 0} - \rho_1 D \left(\frac{dc_{\pi}}{d\xi} \right)_{+0} = 0. \quad (10)$$

К условиям (4) — (10) присоединим уравнение, связывающее температуру и давление пара на свободной поверхности $\beta = \kappa \exp \left(-n \frac{\xi_{\pi}}{T_0/T_{1*}} \right)$.

¹ При записи системы уравнений (1) — (3) и в дальнейшем (за исключением особо оговоренных случаев) приняты такие же обозначения, что и в работах [1—3].

уравнение баланса компонент $\sum c_j = 1$, а также условие на границе раздела реагирующая жидкость — подложка. В зависимости от физических свойств подложки последнее может быть записано в виде одного из следующих соотношений:

$$\lambda_2 \left(\frac{\partial T_z}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_\delta} = \lambda_3 \left(\frac{\partial T_z}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_\delta}, \quad T_\delta = \text{const}, \quad \lambda_2 \left(\frac{\partial T_z}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_\delta} = 0. \quad (11)$$

При использовании первого из соотношений (11) следует задать также условие на «нижней» границе подложки.

Решение уравнения (1) с учетом условий (4)–(6), (8)–(10) приводит к следующим соотношениям для координаты фронта пламени $\bar{\xi}_\Phi$, температуры факела $\bar{T}_\Phi$ и скорости горения u_2 [1]:

$$\bar{\xi}_\Phi = \gamma \left(\frac{\bar{\Omega} + 1}{\bar{\Omega} - \beta} \right)^{0.5} \ln(1 + \beta), \quad (12)$$

$$\bar{T}_\Phi = (1 + \beta)^{-1} \left[\bar{T}_0 + \beta \left(1 + \frac{\Phi}{\bar{\Omega}} \right) \right], \quad (13)$$

$$u_2 = \rho_{12} \frac{1 + \beta}{[(\bar{\Omega} - \beta)(\bar{\Omega} + 1)]^{0.5}}. \quad (14)$$

В выражения (12)–(14) входит параметр β , зависящий от температуры свободной поверхности T_0 , которая, в свою очередь, является функцией времени. Для определения всех параметров задачи u_2 , β , T_0 , $\bar{T}_\Phi$, T_δ , $\bar{\xi}_\Phi$ и $\bar{\xi}_\delta$ к соотношениям (12)–(14) и уравнению Клапейрона — Клаузиуса следует присоединить уравнение теплового баланса на свободной поверхности (7), одно из условий (11), а также кинематическое соотношение $u_2 = \frac{d\bar{\xi}_\delta}{d\tau}$.

При расчете характеристик процесса воспользуемся интегральным методом, широко распространенным в теории горения конденсированных систем [4]. В связи с этим, основываясь на физических соображениях о качественном характере изменения температуры, определим ее в слое жидкости пространственно-временными функциями следующего вида:

$$\frac{\Theta_2 - \Theta_0}{\Theta_\delta - \Theta_0} = (b + 1) f_2(\bar{\xi}) \varphi_2(\bar{\xi}_\delta) - b [f_2(\bar{\xi}) \varphi_2(\bar{\xi}_\delta)]^2, \quad (15)$$

$$\Theta_3 / \Theta_\delta = (b + 1) f_3(\bar{\xi}) \varphi_3(\bar{\xi}_\delta) - b [f_3(\bar{\xi}) \varphi_3(\bar{\xi}_\delta)]^2, \quad (16)$$

где $\Theta_i = (T_i - T_{3*}) / T_{1*}$; $\bar{\xi} = \xi / \xi_m$; $\bar{\xi}_\delta = \xi_\delta / \xi_m$; ξ_m — масштабная длина; $\xi_\delta = \xi_\delta(\tau)$ — координата границы раздела реагирующая жидкость — подложка; $f_2(\bar{\xi})$ и $f_3(\bar{\xi})$ — функции, удовлетворяющие условиям: $f_2(0) = 0$, $f_2(\bar{\xi}_\delta) = 1/\varphi_2(\bar{\xi}_\delta)$, $f_3(\bar{\xi}_\delta) = 1/\varphi_3(\bar{\xi}_\delta)$, $f_3(-\infty) = 0$; $\varphi_2(\bar{\xi}_\delta)$ и $\varphi_3(\bar{\xi}_\delta)$ — некоторые функции $\bar{\xi}_\delta$; $b(\tau)$ — параметр температурного профиля².

При задании распределения температуры в виде (15), (16) число параметров, подлежащих определению, увеличивается до восьми. Поэтому к приведенным ранее соотношениям присоединим еще одно — уравнение теплового баланса для слоя реагирующей жидкости. Последнее получим интегрируя по $\bar{\xi}$ от 0 до $\bar{\xi}_\delta$ уравнение (2), записанное в виде

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} + \bar{\xi}_\delta \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} = \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial \bar{\xi}^2}, \quad (17)$$

$$\bar{\tau} = \tau / \tau_m; \quad \tau_m = \xi_m^2 / a_2; \quad \bar{\xi}_\delta' = \frac{\partial \bar{\xi}_\delta}{\partial \tau}.$$

² При $T_\delta = \text{const}$ $T_{3*} = T$.

В результате получим:

$$\int_0^{\bar{\xi}_\delta} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} d\bar{\xi} + \bar{\xi}'_\delta (\Theta_\delta - \Theta_0) = \left[\left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=\bar{\xi}_\delta} - \left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=0} \right]. \quad (18)$$

Так как $\int_0^{\bar{\xi}_\delta} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} d\bar{\xi} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\int_0^{\bar{\xi}_\delta} \Theta_2 d\bar{\xi} \right) - \bar{\xi}'_\delta \Theta_\delta$, то уравнение (18) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\int_0^{\bar{\xi}_\delta} \Theta_2 d\bar{\xi} \right) - \Theta_\delta \bar{\xi}'_\delta = \left[\left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=\bar{\xi}_\delta} - \left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=0} \right]. \quad (19)$$

Преобразуем сначала выражение (19) с учетом первого из условий (11). С этой целью определим предварительно зависимость Θ_0 от Θ_δ .

Подстановка в условие $\lambda_2 \left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=\bar{\xi}_\delta} = \lambda_3 \left(\frac{\partial \Theta_3}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=\bar{\xi}_\delta}$ формул (15) и (16)

приводит к соотношению

$$\Theta_0 = (1 - N) \Theta_\delta, \quad (20)$$

где

$$N = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \frac{f_3'(\bar{\xi}_\delta)}{f_3(\bar{\xi}_\delta)} \frac{f_2(\bar{\xi}_\delta)}{f_2'(\bar{\xi}_\delta)}.$$

Подстановка выражений (15) и (20) в (19) приводит к уравнению

$$(\Theta_\delta F_1)'_{\tau} + \Theta_\delta (N - 1) \bar{\xi}'_\delta = N \Theta_\delta \varphi_2 [(1 - b) f'_{2\delta} - (1 + b) f'_{20}]. \quad (21)$$

Здесь

$$F_1(\bar{\xi}_\delta, b) = (1 - N) \bar{\xi}_\delta + b N \varphi_2 (I_1 - \varphi_2 I_2) + N \varphi_2 I_1;$$

$$I_1 = \int_0^{\bar{\xi}_\delta} f_2 d\bar{\xi}; \quad I_2 = \int_0^{\bar{\xi}_\delta} f_2^2 d\bar{\xi};$$

$$(\Theta_\delta F_1)'_{\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} (\Theta_\delta F_1); \quad f'_{2\delta} = \left(\frac{df_2}{d\bar{\xi}} \right)_\delta, \quad f'_{20} = \left(\frac{df_2}{d\bar{\xi}} \right)_0.$$

Для определения параметра $b(\tau)$ используем уравнение теплового баланса на свободной поверхности [1]

$$\left(1 + \frac{\theta}{\bar{\Omega}} - \bar{T}_0 \right) |k_1| - \lambda_{21} \left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=0} = \frac{q_{\text{нр}2} u_2}{\lambda_1 T_{1*}}, \quad (22)$$

где $\lambda_{21} = \lambda_2 / \lambda_1$. Вычислив с помощью (15) и (20) значение производной $\left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=0}$, получим

$$\left(1 + \frac{\theta}{\bar{\Omega}} - \bar{T}_0 \right) |k_1| - \lambda_{21} N \Theta_\delta f'_{20} \varphi_2 (1 + b) \bar{\xi}_m^{-1} = \frac{q_{\text{нр}2} u_2}{\lambda_1 T_{1*}}. \quad (23)$$

Решая совместно уравнения (14) и (23), найдем

$$(b + 1) = \frac{\xi_m \lambda_{12}}{N \Theta_\delta f'_{20} \varphi_2} \frac{\sqrt{8\pi}}{L} \sqrt{\frac{\bar{\Omega} - \beta}{\bar{\Omega} + 1}} \left(1 + \frac{\theta}{\bar{\Omega}} - \bar{T}_0 - \theta_{\text{н}} \frac{1 + \beta}{\bar{\Omega} - \beta} \right), \quad (24)$$

где $\lambda_{12} = \lambda_1 / \lambda_2$. Из (24) найдем входящую в формулу (21) производную

$$b' = (1 + b) [A_1 \beta' + A_2 \bar{\xi}'_\delta + A_3 \Theta'_\delta]. \quad (25)$$

Здесь

$$A_1 = -\frac{1}{2(\bar{\Omega} - \beta)} \left[1 + 2\vartheta_{\pi} \frac{\bar{\Omega} + 1}{A_4(\bar{\Omega} - \beta)} \right];$$

$$A_2 = \left[\frac{N'_{\bar{\xi}_\delta} \Theta_\delta}{A_4} - \frac{(N\varphi_2)'_{\bar{\xi}_\delta}}{N\varphi_2} \right]; \quad A_3 = \left[\frac{N-1}{A_4} - \frac{1}{\Theta_\delta} \right];$$

$$A_4 = 1 - \frac{\vartheta}{\bar{\Omega}} - \bar{T}_0 - \vartheta_{\pi} \frac{1+\beta}{\bar{\Omega}-\beta};$$

b' и Θ'_δ — производные по переменной $\bar{\tau}$; $N'_{\bar{\xi}_\delta}$ и $(N\varphi_2)'_{\bar{\xi}_\delta}$ — производные по переменной $\bar{\xi}_\delta$, а $\beta' = \frac{d\beta}{d\bar{\tau}}$ определяется из уравнения Клапейрона — Клаузиуса

$$\beta' = \beta \frac{\vartheta_{\pi}}{[(1-N)\Theta_\delta + \omega_3]^2} \left[(1-N)\Theta'_\delta - N'_{\bar{\xi}_\delta} \bar{\xi}'_\delta \Theta_\delta \right], \quad (26)$$

После подстановки (26) в соотношение (25) получаем

$$b' = (1+b)(B_1 \bar{\xi}'_\delta + B_2 \Theta'_\delta), \quad (27)$$

где $B_1 = A_2 - A_5 N'_{\bar{\xi}_\delta} \Theta_\delta$; $B_2 = A_3 + A_5(1-N)$; $A_5 =$

$$= A_1 \beta \frac{\vartheta_{\pi}}{[(1-N)\Theta_\delta + \omega_3]^2}.$$

Соотношения (12) — (14), (20) — (23) и уравнение Клапейрона — Клаузиуса образуют замкнутую систему, из которой могут быть определены все параметры задачи. При задании второго из граничных условий (11) $T_\delta = \text{const}$ уравнение теплового баланса для слоя реагирующей жидкости примет вид³

$$(\Theta_0 F'_2)'_{\bar{\tau}} - \Theta_0 \bar{\xi}'_\delta = \Theta_0 \varphi_2 [(b-1)f'_{2\delta} + (b+1)f'_{20}], \quad (28)$$

$$F_2 = -(b+1)\varphi_2 I_1 + b\varphi_2^2 I_2 + \bar{\xi}_\delta.$$

На рис. 2—4 приведены результаты расчета горения жидкости при задании на границе раздела первого из условий (11) и следующих параметров: $\Omega = 3,5$, $\vartheta = 83,3$, $\vartheta_{\pi} = 0,667$, $n = 17,4$, $c_{a*} = 0,23$, $T_{1*} = 300$ К. При проведении численных расчетов приняты следующие выражения для аппроксимирующих функций:

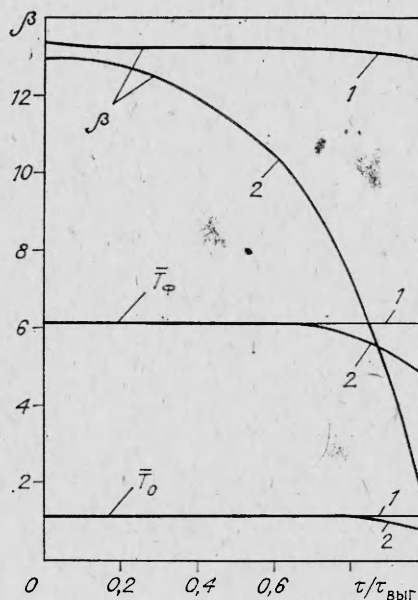
$$f_2 = 1 - \exp(\bar{\xi}), \quad f_3 = \exp(-\bar{\xi}),$$

$$\varphi_2 = [1 - \exp(\bar{\xi}_\delta)], \quad \varphi_3 = \exp(\bar{\xi}_\delta).$$

При горении слоя конечной толщины температура фронта пламени, а также температура свободной поверхности и концентрация пара на ней монотонно уменьшаются (см. рис. 2). Наиболее сильное изменение T_ϕ , T_δ и β наблюдается на заключительной стадии процесса, когда происходит выгорание толстого слоя жидкости. Это объясняется значительным ростом теплопотерь при приближении свободной поверхности к поверхности подложки. Увеличение температуры последней — рост параметра ω_3 — оказывает стабилизирующее влияние на тепловой режим горения. Существенно, что из-за экспоненциальной зависимости $\beta(T_0/T_{1*})$ незначительное снижение температуры свободной поверхности ведет к заметному уменьшению концентрации пара и скорости горения.

³ При принятой аппроксимации распределения температуры условие $\lambda_2 \left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{\xi}} \right)_{\bar{\xi}=\bar{\xi}_\delta} = 0$ эквивалентно равенству $(\Theta_\delta - \Theta_0)[(b+1) - 2bf_2(\bar{\xi}_\delta)\varphi_2(\bar{\xi}_\delta)]\varphi_2(\bar{\xi}_\delta) \times \times f'_2(\bar{\xi}_\delta) = 0$, т. е. $\Theta_\delta = \Theta_0$ или $b = 1$. В последнем случае невозможно удовлетворить условиям (14) и (23).

Рис. 2. Изменение в процессе выгорания температур фронта пламени и свободной поверхности, концентрации пара на границе раздела фаз ($\lambda_3 = 0,138 \text{ Вт/(м·К)}$).
1 — $\omega_3 = 1,1$; 2 — $\omega_3 = 0,933$.



На рис. 3 приведены данные по изменению скорости горения. Они показывают, что во всех случаях уменьшение теплоотвода в подложку (увеличение ω_3 или уменьшение λ_3) ведет к снижению интенсивности затухания скорости горения по мере выгорания слоя и к сокращению времени горения (см. рис. 4). Следует отметить, что при допущении бесконечно большой скорости реакции уменьшение T_0 , β и u_2 не приводит к срыву горения. В действительности при определенных (критических) значениях T_0 и соответственно β и T_ϕ скорость реакции снижается столь значительно, что существование стационарного режима горения становится невозможным. Для оценки величины $T_{0 \text{ кр}}$ можно использовать приближенный метод анализа теплового режима горения жидкостей, развитый в работе [3].

Нестационарное горение жидкостей изучалось в ряде экспериментальных работ, результаты которых обобщены в [5]. Опыты, как правило, проводились со смесевыми топливами (нефть, дизельное топливо, тракторный керосин и т. д.) в условиях, когда заметное влияние на процесс оказывают лучистые теплопотери и теплоотдача по жидкости в боковые стенки резервуара. Эти обстоятельства, не учтенные в настоя-

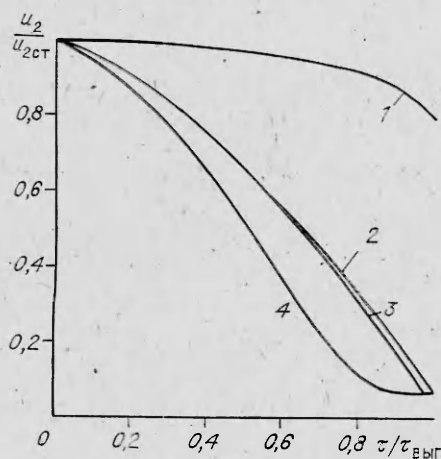


Рис. 3. Зависимость скорости выгорания от времени ($u_{2 \text{ ст}}$ — скорость стационарного горения).
 $\lambda_3 = 0,138$ (1,3), 10^{-2} (2), 10^2 (4) Вт/(м·К), $\omega_3 = 1,1$ (1), 0,933 (2 — 4).

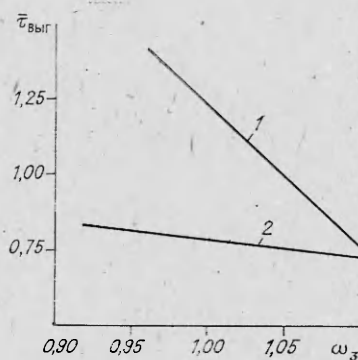


Рис. 4. Зависимость времени выгорания слоя от параметра ω_3 .
1 — нестационарное горение; 2 — стационарный расчет.

щей работе, исключают возможность количественного сопоставления с опытными данными. В то же время выводы теории качественно согласуются с имеющимися опытными данными [5]. Это относится, в частности, к эффектам снижения скорости горения при уменьшении толщины слоя активной жидкости и увеличении теплопроводности подложки. Со-

гласуется с опытными данными и поведение температуры свободной поверхности, характеризующееся во времени сначала слабым, а затем все возрастающим ее убыванием.

Поступила в редакцию 26/III 1984,
после доработки — 13/VIII 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Мильков, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1985, 21, 1.
2. С. Н. Мильков, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1985, 21, 2.
3. С. Н. Мильков, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1985, 21, 3.
4. Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. Б. Либрович. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
5. В. И. Блинов, Г. Н. Худяков. Диффузионное горение жидкостей. М.: Изд-во АН СССР, 1961.

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ ТЕРМИТНЫХ СИСТЕМ

А. В. Дворанкин, А. Г. Струнина, А. Г. Мержанов
(Черноголовка)

Для распространения волны горения по способному к экзотермическому превращению веществу необходимо выполнение определенных условий. Как показано в работе [1], стационарная тепловая волна может иметь место лишь при

$$\Gamma = \gamma - \beta = cRT_0T_r/QE < 0,1, \quad (1)$$

где E — энергия активации; Q — тепловой эффект реакции; c — удельная теплоемкость вещества; T_0 — начальная температура; T_r — температура горения; R — универсальная газовая постоянная. С увеличением Γ происходит вырождение стационарной тепловой волны: выгорание вещества перед фронтом горения становится все более ощутимым, и при $\Gamma > 0,1$ скорость волны уже не может оставаться постоянной во времени из-за объемного протекания реакции в веществе.

Достаточные условия отвечают определенному тепловому балансу процесса: теплотери из зоны горения не должны превышать некоторое критическое значение. Так, для газовых сред [2] процесс затухает при снижении адиабатической температуры горения на один характеристический интервал $(RT_{ад}^2/E)$ и адиабатической скорости горения в $\sqrt{e}$ раз.

При горении конденсированных систем необходимые условия сохраняются такими же, а достаточные несколько видоизменяются из-за специфических особенностей процесса. В конденсированных системах увеличение теплотери приводит к потере устойчивости — появлению автоколебаний [3] и других разновидностей нестационарного горения [4—6]. Критерий устойчивости горения [3], выраженный в параметрах γ и β , имеет вид

$$K = 9,1\gamma - 2,5\beta > K_{кр} = 1, \quad (2)$$

где $\beta = RT_r/E$; $\gamma = cRT_r^2/EQ$. При $K > K_{кр}$ горение устойчиво, а при $K < K_{кр}$ имеют место различные нестационарные эффекты процесса. Дальнейший рост уровня теплотери приводит к затуханию горения. На пределе горения конденсированных систем $v_{ад}/v_{пр} < \sqrt{e}$ [7].

Достаточные условия для распространения тепловой волны горения конденсированных систем в настоящее время практически всегда решаются экспериментально. Последовательность режимов горения этих систем от стационарного до потухания исследована в работах [6, 8—10] на термитных составах. Проанализирована смена режимов горения при изменении: