

РАСЧЕТ СРЕДНЕСТАТИСТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ СМЕСОВОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СВЯЗУЮЩЕГО

Предложена дальнейшая детализация фронта пламени смесевой системы. Рассмотрено два способа расчета локального анизотропного распределения связующего около зерна окислителя. Получены «звездочки» итогового среднестатистического сечения смесового твердого топлива. На основе разработанного метода возможно объединение существующих моделей горения Кинга и малых ансамблей.

В существующих моделях горения смесевых конденсированных систем [1—8] принято изотропное распределение связующего около частицы окислителя, когда оно расположено вокруг окислителя на поверхности раздела фаз топлива кольцом равной толщины по всем направлениям. По объему конденсированной фазы связующее распределено равномерно между всеми сферическими зернами окислителя, а вокруг зерна — равномерным шаровым слоем.

При условии полного распределения связующего между частицами окислителя сферами (или кругами) невозможно заполнить пространство (или поверхность) без пустот и(или) взаимного проникновения друг в друга горючих, принадлежащих соседним частицам. Следовательно, в реальных условиях около каждой частицы окислителя «его» связующее должно распределяться по разным направлениям с разной толщиной, т.е. оно должно располагаться в пределах некоторой «звездочки», а не равномерным слоем. Подобное локальное анизотропное распределение связующего (ЛАРС) рассмотрено в [9] и в настоящей работе.

Частицы по объему и поверхности топливного образца распределены хаотически, и, согласно стереологическому принципу [8, 10], суммарная площадь сечений всех частиц постоянна на любых равных площадях в произвольно секущей топливо плоскости, а поверхностная доля площади окислителя равна его объемной доле во всем топливе. В первых моделях горения [11, 12] принимается, что с течением времени вид горящей поверхности не меняется и представляет собой застывшую картину хаотически расположенных одинаковых очагов горения сферических частиц окислителя по так называемому среднестатистическому сечению.

Согласно модели малых ансамблей [13, 14], вид поверхности с течением времени меняется: частицы хаотически появляются на поверхности, через некоторое время воспламеняются, сгорают или улетают в газовую фазу. Каждая из равновеликих частиц выгорает по одинаковому закону, но как бы сдвинута по фазе на постоянную величину. Суммарное соотношение площадей окислителя и связующего сохраняется. Частицы окислителя будут иметь разные диаметры сечения, но к каждой «прилагается» одинаковое по площади количество связующего. Следовательно, локальные соотношения окислителя и связующего будут разными. Соответственно формы пламен также различны. Полный набор этих пламен включается в одну малую группу и располагается беспорядочно по поверхности горения. Выводы модели справедливы, если принять вид поверхности горения и форму пламен около частиц неизменными по времени. Таким образом, горящий образец можно представить застывшим разноликим фронтом горения.

В модели [15] анализируется выгорание ячейки топлива в виде прямоугольного параллелепипеда с относительными размерами $10 \times 8,66 \times 8,2$. В центре ячейки находится одна сферическая частица окислителя, остальной объем заполнен связующим. Частицы по объему топлива расположены в узлах кубической решетки, а на поверхности топлива — в строгом порядке

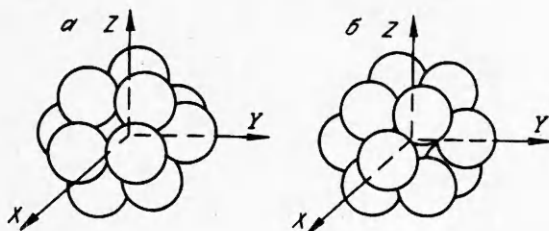


Рис. 1. Элементарные ячейки частиц окислителя.
а — гексагональная плотнейшая упаковка; б — кубическая гране-
центрированная упаковка.

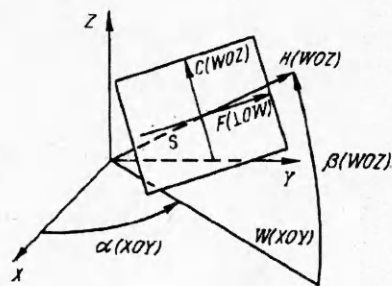


Рис. 2. Взаимное расположение ос-
новной (XYZ) и поверхностной (FCH)
систем координат.

в узлах квадратной сетки. При выгорании образца частицы одновременно появляются на всей поверхности, синхронно горят и одновременно сгорают. В каждый момент времени изменяется соотношение площадей окислителя и связующего, а также мгновенные температуры поверхностного слоя и массовые скорости горения.

В работе [16] теоретически исследовано распространение пламени по заряду смесового твердого топлива монодисперсного состава с почти упорядоченной структурой. Анализ полученного решения показывает, что скорость распространения пламени в некоторую точку в первую очередь зависит от статистических свойств упаковки топлива. Частицы, отстоящие от перпендикуляра к поверхности заряда более чем на несколько диаметров, практически не влияют на скорость горения. Следовательно, при моделировании горения целесообразно рассматривать топливный заряд шириной всего лишь в 2 диаметра частицы.

Для определения локального распределения связующего около сферического зерна окислителя в настоящей работе и в [9] предполагается, что в расположении частиц наблюдается ближний порядок, который соответствует самым плотным кристаллическим упаковкам — гексагональной и гранецентрированной кубической. Исходя из пространственной симметрии, чередование горизонтальных шаровых слоев условно можно описать соответственно последовательностями АВАВВ и АВСАВС [17]. Учитывая результаты [16] и равновероятность всех направлений, в дальнейшем за расчетную элементарную ячейку принимается расположение 13 ближайших друг от друга частиц (рис. 1): центральный шар и 12 равноудаленных от него соседей. Обе упаковки считаются равновероятными. Центры соседних шаров находятся друг от друга на одинаковых расстояниях.

Расположение частиц около центральной в соответствии с одной из кристаллических структур позволяет задать координаты центров шаров элементарной ячейки в декартовой системе координат XYZ с началом в центре ячейки (см. рис. 1). Так как рассматриваемые ячейки расположены и ориентированы внутри топлива беспорядочно, то для анализа распределения связующего на поверхности горения необходимо ввести новую систему координат FCH , связанную с поверхностью топлива FC [9] (рис. 2). Для дальнейшего анализа удобно считать основной систему XYZ , которая при помощи двух поворотов осей координат на углы α и β и одного параллельного переноса на расстояние S переводится в новую систему FCH , связанную с поверхностью горения или с произвольно ориентированной плоскостью сечения FC .

Из рис. 1 видно, что выбранные элементарные ячейки имеют оси симметрии. Координаты этих осей и вероятности появления приведены в таблице. Если расстояние секущей плоскости от центра ячейки $|S| < D_0/2$, то центральная частица будет пересекаться плоскостью, а ее сечение находится всегда в начале координат FC . Так как ячейки ориентированы относительно плоскости горения хаотически, то сечения зерен окислителя этой плоскостью будут на ней распределены беспорядочно. Поэтому для определения суммар-

Оси симметрии элементарных ячеек

Номер оси	Вариант упаковки	Координаты оси		Число повторов оси	Вероятность появления оси	Примечание
		α , град	β , град			
1	ABC ABA	0	35,264 90	8 2	0,10	[15]
2	ABC	45	0	6	0,06	
3	ABC ABA	0 30	0 0	12 6	0,18	
4	ABA ABC	60 0	0 54,736	6 24	0,30	
5	ABA	0	19,471	6	0,06	Аналог оси 1
6	ABA	60	35,264	6	0,06	Аналог оси 2
7	ABA	0	54,736	6	0,06	Аналог оси 3
8	ABA	60	70,529	6	0,06	Аналог оси 4
9	ABA	19,107	28,126	12	0,12	Аналог оси 4

ной площади всех сечений частиц окислителя и ее поверхностной доли справедлив стереологический принцип.

Для распределения связующего между соседними частицами окислителя в плоскости сечения делаем следующие предположения.

Распределение 1. В бесконечно малом секторе вдоль какого-нибудь направления около частицы окислителя площадь принадлежащего ему горючего пропорциональна площади сечения частицы. Если из произвольной точки B на границе раздела связующего AB (рис. 3) провести лучи в центры сечений ближайших частиц окислителя O и P , то, согласно сделанному предположению, вдоль этих лучей получаем следующее отношение площадей (при $\Delta\varphi \rightarrow 0$):

$$\frac{\pi \cdot \Delta\varphi [OB^2 - OM^2]}{\pi \cdot \Delta\varphi [PB^2 - PN^2]} = \frac{\pi \cdot \Delta\varphi OM^2}{\pi \cdot \Delta\varphi PN^2}$$

или
$$PB = \rho \frac{R_1}{R_0}, \quad (1)$$

где $\rho = OB$ — полярный радиус точки B на границе горючего; R_1 и R_0 — радиусы сечений соседних частиц окислителя.

С другой стороны, из треугольника OBP имеем

$$PB^2 = OB^2 - 2OBOP\cos\varphi + OP^2, \quad (2)$$

φ — полярный радиус точки B . Совместное решение уравнений (1) и (2) дает

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0(\cos\varphi - \sqrt{R^0 - \sin^2\varphi}), \\ \rho_0 &= OP/(1 - R^0) = OO_1, \quad R^0 = (R_1/R_0)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Выражение (3) представляет собой уравнение окружности [18] в полярных координатах с $R = \rho_0 \sqrt{R^0}$ и центром в точке $O_1(\rho_0, 0)$ на полярной оси OX (см. рис. 3, а).

Распределение 2 [9]. Граница раздела горючего между соседними частицами окислителя равноудалена от сечений этих частиц. Это предположение для произвольной точки B границы (см. рис. 3, б) запишется следующим образом:

$$MB = BN \text{ или } OB - OM = PB - PN. \quad (4)$$

Из (2) и (4) находим полярный радиус границы связующего

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{c^2 - a^2}{c \cdot \cos\varphi - a}, \\ c &= OP/2, \quad a = (R_0 - R_1)/2. \end{aligned} \quad (5)$$

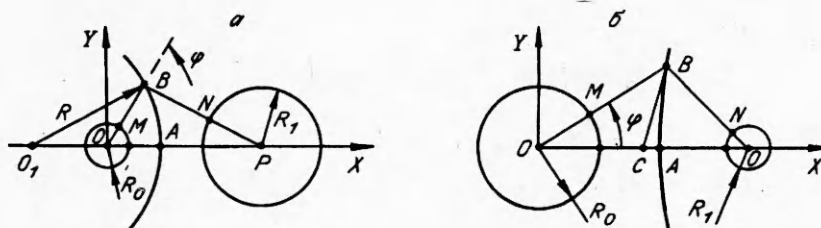


Рис. 3. Определение границы связующего на поверхности горения между соседними частицами окислителя.

a — граница по предположению 1 — дуга окружности радиуса R ; b — граница по предположению 2 — гипербола с центром в точке C .

Зависимость (5) — это уравнение гиперболы [18] в полярных координатах. Действительная ось симметрии совпадает с прямой OX , проходящей через центры сечений. Центр гиперболы находится посередине между центрами сечений частиц в точке $C(c, O)$, реализуется ветвь, наклоненная в сторону малого сечения частицы.

Оба выдвинутых распределения имеют определенный физический смысл. Первое показывает, что на единицу площади окислителя в любом сечении приходится одинаковое количество связующего. По стереологическому принципу отношение связующего и окислителя около каждой частицы остается равным их первоначальному объемному соотношению. Второе распределение вытекает из требования минимального времени диффузии паров связующего к ближайшей окислительной струе в газовой фазе при выгорании топлива. В результате диффузии окислителя от соседних частиц над граничными точками будет наблюдаться наименьшая концентрация паров окислителя.

После проведения границ со всеми соседями около каждого кругового сечения окислителя получается «звездочка» связующего, принадлежащего данному окислителю. На рис. 4 приведены расчетные локальные анизотропные распределения связующего для обоих предположений, полученные с помощью разработанного пакета прикладных программ SECHEM и системы GRAFOR на ЭВМ ЕС-1033. Показано распределение для расчетной оси 3 с координатами $A = 0$ и $B = 0$ (или α и β по таблице) для ячейки ABC , соответствующей гранецентрированной кубической упаковке. Приведено сечение 2 ($j = 2$), которое расположено на расстоянии $S = 0,072$ от центра шара; вероятность данного распределения $psi = 0,014$. Условный диаметр частиц принят $D_0 = 1,0$, их объемная доля $V_0 = 0,60$. Показаны также графики изменения поверхностной доли окислителя $S_{ок}$ и отношение долей окислителя и связующего $S_{ок}/S_{св}$ в плоскости сечения от угла $AFI = \varphi$, отсчитываемого от оси CY .

В работе [9] приведены некоторые другие характерные формы «звездочек», по которым можно определить долю взаимодействия кристаллов окислителя друг с другом через поверхность горения и газовую фазу.

В результате расчета получаем определенный набор локальных соотношений компонентов топлива и вероятность появления каждого соотношения. Сейчас можно построить итоговое сечение топлива, отводя каждому соотношению некоторый угол, пропорциональный его вероятности. Однозначно это сечение построить, видимо, невозможно, вид его будет зависеть от многих факторов, в частности от требования некоторой симметрии, толщины прогретого слоя и целей, поставленных перед исследователем, и т.д. На рис. 5 показаны два вида итогового сечения, полученные при $\Delta S = D_0/\sqrt{192} = 0,0719D_0$ и $\Delta\varphi = 5^\circ$. Расчет велся по всем девяти осям симметрии элементарных ячеек с учетом распределений связующего 1 и 2. Подобные сечения можно построить для каждой оси или их произвольной комбинации при учете нескольких осей для всех сечений, имеющих одинаковый радиус окислителя. Последнее позволяет проанализировать изменения параметров процесса горения при выгорании частицы окислителя.

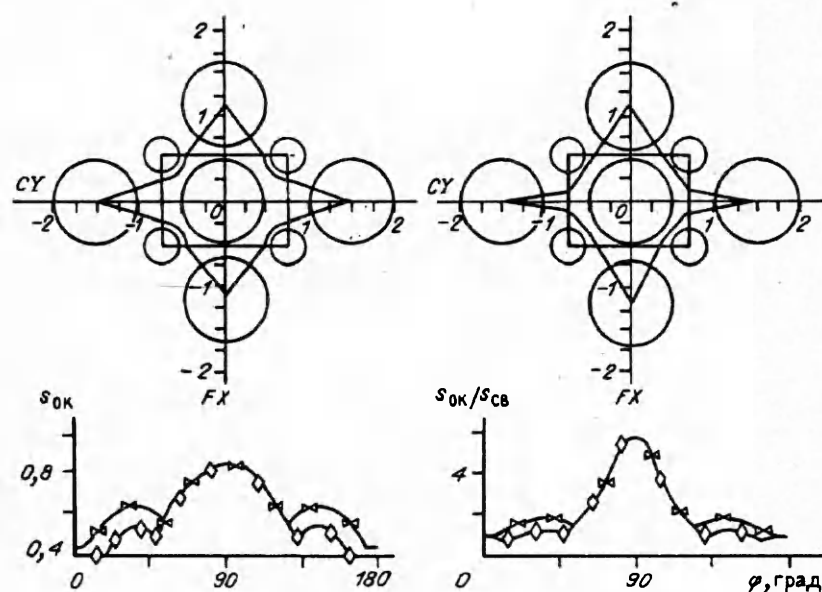
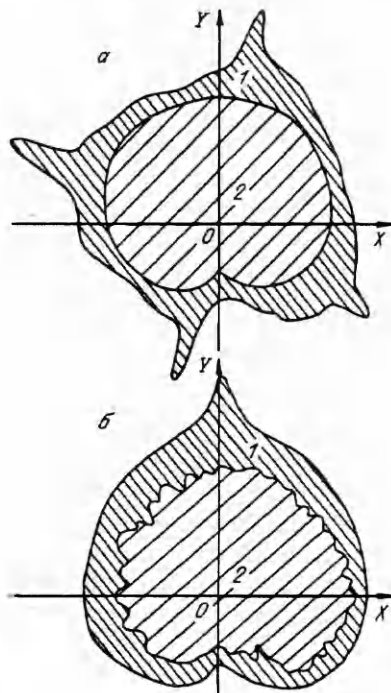


Рис. 4. Локальное анизотропное распределение связующего около центрального зерна окислителя.

Количество учитываемых локальных соотношений зависит от линейной скорости горения или от толщины прогретого слоя. Очевидно, нет необходимости брать шаг ΔS меньше половины толщины прогретого слоя при исследовании квазигомогенных моделей горения [7]. Если за основу брать гомогенные модели, то шаг можно брать меньше и сравнивать его с толщиной зоны химической реакции в конденсированной фазе. Аналогично нужно поступать и при выборе шага $\Delta \varphi$. Процесс получения итогового сечения легко поддается расчету на ЭВМ, и при дальнейшем моделировании можно оперировать только этим сечением. По этому сечению удобно получить осредненный набор равновероятных локальных соотношений окислителя и связующего.



Как основу дальнейшего моделирования процесса горения можно использовать модель малых ансамблей [13, 14] или модель Кинга [15]. В первом варианте все сечения будут расположены беспорядочно по поверхности горения. Поверхностная доля каждого локального соотношения окислителя и горючего будет численно равна вероятности появления этого соотношения. По второму варианту можно предполагать, что все локальные соотношения встретятся при выгорании каждой частицы окислителя в течение времени, доля которого от полного времени выгорания частицы численно равна рассчитанной вероятности события. При объединении обоих вариантов чередование локальных соотношений у соседних частиц окислителя в общем случае будет различно. При этом мгновенные скорости

Рис. 5. Итоговые анизотропные сечения смеси системы.

а — плавное изменение границы окислителя; б — плавное изменение границы связующего. 1 — связка; 2 — окислитель.

выгорания зерен окислителя и принадлежащих им связующих будут разными, что, в свою очередь, вызовет искривление горячей поверхности топлива, которое наблюдается в экспериментах.

При горении топлив около каждой частицы окислителя рассматриваются кинетическое пламя продуктов разложения окислителя и диффузионное пламя продуктов газификации окислителя и горючего [1—6]. Для расчета диффузионного пламени обычно применяют анализ, проведенный Бурке и Шуманном для коаксиальной бунзеновской горелки. В существующих моделях горения из-за постоянной геометрии применяемого изотропного распределения связующего около окислителя пламя всегда находится либо над частицей, либо над связующим. Возникает необходимость введения параметра или какого-нибудь предположения, формально распределяющих тепло, поступающее из газовой фазы, между окислителем и связующим. Предложенное автором анизотропное распределение горючего (см. рис. 4 и 5) избавляет исследователей от необходимости введения формальных «плавающих» параметров и дополнительных предположений, так как в любом сечении диффузионное пламя всегда частично будет располагаться над связующим и частично над окислителем.

Итак, в работе рассмотрены способы расчета «звездочки» локального анизотропного распределения связующего около зерна окислителя в плоскости горения, получены среднестатистические сечения смесевой системы, показаны некоторые примеры учета метода при моделировании горения смесевых твердых топлив.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахман Н.Н., Беляев А.Ф. Горение гетерогенных конденсированных систем. — М.: Наука, 1967. — 228 с.
2. Мержанов А.Г. Теория стационарного гомогенного горения конденсированных веществ. — 1968. — (Препр. ОИХФ АН СССР).
3. Процессы горения топлив в РДТТ. Итоги науки и техники. Авиационные и ракетные двигатели. — М.: ВИНТИ, 1974. — Т. 1. — 217 с.
4. Смаль Ф.В., Чулков А.В. Стационарное горение твердых ракетных топлив // Ракетные топлива. — М.: Мир, 1975. — С. 24—56.
5. Кишоре К. Модели горения смесевых твердых ракетных топлив // РТК. — 1979. — 17, № 11. — С. 78—90.
6. Козн Н.С. Обзор моделей горения смесевых твердых ракетных топлив // Там же. — 1980. — 18, № 4. — С. 186—209.
7. Гусаченко Л.К., Зарко В.Е. и др. // Моделирование процессов горения твердых топлив. — Новосибирск: Наука, 1985. — 182 с.
8. Гусаченко Л.К., Зарко В.Е. Анализ современных моделей стационарного горения смесевых твердых топлив // ФГВ. — 1986. — 22, № 6. — С. 3—15.
9. Решетников С.М., Фролов В.М. Учет локального распределения связующего смесевой системы в плоскости горения // Моделирование процессов в двигателях и энергоустановках летательных аппаратов. — Казань: КАИ, 1990. — С. 46—52.
10. Чернявский К.С. Стереология в металловедении. — М.: Металлургия, 1977.
11. Германс К.Е. Модель горения смесового ракетного топлива, учитывающая гетерогенность на поверхности и генерацию тепла // РТК. — 1966. — 4, № 9. — С. 160—171.
12. Бекстед М.В., Дерр Р.А., Прайс К.Ф. Модель горения смесевых твердых ракетных топлив, базирующаяся на нескольких типах пламен // Там же. — 1970. — 8, № 12. — С. 107—117.
13. Glick R.L., Condon J.A. Statistical analysis of polydisperse, heterogeneous propellants combustion: Steady state // 13th JANNAF Comb. Meeting, CPIA 281, 1976. — V. 11. — P. 313—345.
14. Condon J.A., Osborn J.R. The effect of oxidizer particle size distribution on the steady and nonsteady combustion propellants // AFRPL-JR-78-17, Purdue university, School of mechanical engineering, West Lafayette, Ind., Juny, 1978.
15. King M.K. Model for steady state combustion of unimodal composite solid propellants // AIAA Paper, 78—216.
16. Штрале В.К. Некоторые статистические аспекты процесса горения смесевых твердых топлив // РТК. — 1978. — 16, № 8. — С. 95—102.
17. Даниэль Ф., Олберти Р. Физическая химия. — М.: Мир, 1978. — С. 580—582.
18. Корн Т., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1984. — 831 с.

610042, г. Киров,
Политехнический институт

Поступила в редакцию 4/VIII 1993,
после доработки 5/I 1994