

УДК 550.83.017

ТРЕХМЕРНЫЕ СЕЙСМОПЛОТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ КОРЫ И СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ТЕКТОНИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ СРЕДНЕГО УРАЛА

Д.Д. Бызов, П.С. Мартышко, И.В. Ладовский, А.Г. Цидаев

Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН, 620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 100, Россия

Для территории Среднеуральского сегмента построена сеточная плотностная модель верхней части литосферы высокого разрешения с шагом дискретизации 500 м до глубины 80 км — первого регионального уровня изостатической компенсации. Пространственный каркас плотностных разрезов служит основой трехмерной модели интерполированной плотности — модели начального приближения. Уточняющие поправки к плотностной модели начального приближения находятся из решения линейной обратной задачи гравиметрии на практически содержательных множествах корректности плотностных эквивалентов. В качестве последних выбираются достаточно тонкие горизонтальные слои сеточной плотностной модели. Способ и технология расчета трехмерного распределения плотности с привязкой к двумерным данным по опорным сейсмическим разрезам заложены в методику количественной интерпретации потенциальных полей с построением объемных геофизических моделей. Рельеф внутренних граничных поверхностей верхней, средней и нижней коры сопоставлен со структурной схемой тектонического районирования по поверхности фундамента. Для построения тектонических схем также используются аномалии литостатического давления, вычисленные по обобщающей интегральной характеристике — массе плотностных колонок от земной поверхности до заданной глубины. Аномалии литостатического давления для каждого слоя трехмерной сеточной плотностной модели пропорциональны избыточной плотности в слое, так что плотностная модель легко перестраивается в литостатическую. Трехмерные аномалии литостатического давления отчетливо конфигурируют блочное строение земной коры на разных глубинных срезах. В проекции на поверхности средней и нижней коры контуры литостатических аномалий соответствуют схеме тектонического районирования фундамента, построенной по потенциальным полям. Сопоставление «блочных схем» плотностной и литостатической моделей используется для выделения разнорядковых структурных элементов глубинного тектонического районирования на разных глубинных срезах.

Плотностные разрезы по сейсмическим профилям, трехмерная модель интерполированной плотности, линейная обратная задача гравиметрии, класс корректности для двумерных плотностных эквивалентов, послойная фильтрация наблюденного поля, аномалии литостатического давления, районирование геологических структур

3D SEISMIC DENSITY MODELS OF THE EARTH'S CRUST AND STRUCTURAL DIAGRAMS OF TECTONIC ZONING OF THE MIDDLE URALS

Д.Д. Бызов, П.С. Мартышко, И.В. Ладовский, А.Г. Цидаев

For the territory of the Middle Urals segment, a high-resolution grid density model of the upper part of the lithosphere was constructed (grid step is 500 m) to the depth of 80 km — the first regional level of isostatic compensation. The spatial framework of density sections serves as the basis for a three-dimensional (3D) interpolated density model — an initial approximation model. The corrections to the density model of the initial approximation are found from the solution of the linear inverse gravimetry problem of practically meaningful correctness sets of density equivalents. The fairly thin horizontal layers of the grid density model are selected as such sets. The method and technology to calculate 3D density distribution with reference to 2D data along reference seismic sections are embedded in the methodology for quantitative interpretation of potential fields with the construction of 3D geophysical models. The relief of the internal boundary surfaces of the upper, middle and lower crust is compared to the structural scheme of tectonic zoning along the surface of the basement. To construct tectonic schemes, lithostatic pressure anomalies are also used; they are calculated from a general integral characteristic — the mass of density columns from the earth's surface to a given depth. Anomalies of lithostatic pressure for each layer of a 3D grid density model are proportional to excessive density within the layer, so that a density model is easily converted into a lithostatic model. 3D anomalies of lithostatic pressure clearly configure the block structure of the earth's crust at different depth sections. In the projection at the surface of the middle and lower crust, the contours of lithostatic anomalies correspond to the tectonic zoning scheme of the basement, built based on potential fields. A comparison of 'block diagrams' of density and lithostatic models is used to identify structural elements of different order of deep tectonic zoning at different depth sections.

Density sections from seismic profiles, 3D interpolated density model, linear inverse gravimetry problem, correctness class for 2D density equivalents, layer-by-layer filtering of the observed field, lithostatic pressure anomalies, zoning of geological structures

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для построения трехмерных плотностных моделей земной коры и верхней мантии используются результаты совместной интерпретации различных геофизических данных (гравиметрических, сейсмометрических, МТЗ) и априорная информация, включающая и субъективные представления о геологическом строении изучаемого региона. Как правило, построение трехмерных плотностных моделей выполняется в интерактивном режиме [Шаров и др., 2020; Муравина и др., 2022; Сидоров, Нурмухамедов, 2022]. Геофизические и, прежде всего, сейсмические исследования показали, что геологическая среда на глубинных горизонтах имеет сложное слоисто-блоковое иерархическое строение и неоднородна как по глубине, так и по латерали. Подобная закономерность проявляется практически на всех геотраверсах и профилях глубинных сейсмических зондирований (ГСЗ), суммарная протяженность которых на исследуемой территории Уральского региона и его обрамления составляет около 7500 км. Область сейсмического покрытия в проекции на земную поверхность ограничена контуром градусной трапеции с координатами $53-65^{\circ}$ с.ш., $48-72^{\circ}$ в.д. Она охватывает приуральскую часть Восточно-Европейской платформы, Уральский складчатый пояс и зону сочленения Восточно-Уральских структур поднятия и погружения с Западно-Сибирской плитой. Сейсмический материал представлен двумерными скоростными разрезами ГСЗ-МОВЗ Баженовской геофизической экспедиции и фрагментами геотраверсов Центра «ГЕОН».

Для сопоставления разномасштабных и разноглубинных 2D скоростных разрезов авторами настоящей статьи выполнена конвертация разнородной геолого-геофизической информации к единому цифровому стандарту — двумерным скоростным сеточным матрицам. Расстояния вдоль профилей пересчитаны в поверхностные координаты картографической проекции Гаусса—Крюгера. В пространственных координатах (поверхность—глубина) сеточные скоростные разрезы представляют собой каркас трехмерной скоростной модели. По эмпирическим соотношениям скорость—плотность скоростные матрицы преобразованы в плотностные. Коэффициенты начальной регрессионной зависимости были уточнены в процессе решения линейной обратной задачи гравиметрии по всем сейсмоплотностным разрезам. Последние образуют опорный базис трехмерной плотностной модели начального приближения. Недостающие пространственные данные заполняются послойно интерполированными значениями плотности с профильных разрезов. Модель интерполированной плотности сохраняет основные структурные элементы глубинного строения в окрестности сейсмических профилей и транслирует их подобие в межпрофильное пространство. Границочное условие изостатической компенсации на глубине дает возможность при моделировании наметить контуры мантийных блоков и найти в них распределение плотности компенсирующих масс. Эта модель используется как модель начального приближения при решении обратной задачи.

Инверсия интегрального оператора прямой задачи позволяет рассчитать уточняющие поправки к плотностной модели начального приближения. Но интеграл Пуассона, заданный на сетках первичных данных, — это оператор суммы на множестве плотностных элементов дискретного разбиения. Найти плотности каждого отдельного элемента только по совокупному гравитационному эффекту практически невозможно. В общей постановке решение обратной задачи гравиметрии является не только неоднозначным, но и неустойчивым. И чем выше размерность задачи, тем она менее устойчива и, следовательно, требуется применение специальных регуляризирующих алгоритмов для ее решения.

В модельных классах корректности плотностных параметров решение линейной обратной задачи гравиметрии является не только устойчивым, но и единственным. Доказано, что латеральная плотность в горизонтальном слое восстанавливается однозначно [Новоселицкий, 1965]. Поэтому разделение плотностного (сеточного) параллелепипеда начальной модели на семейство горизонтальных слоев позволяет реализовать алгоритм поиска слaboединственных решений обратной задачи гравиметрии для трехмерной мультиплективной избыточной плотности на множестве корректности двумерных добавок [Мартышко и др., 2016]. Каждому горизонтальному слою сопоставляются аномалии разделенных полей [Martyshko et al., 2021], по которым вычисляются малые (латеральные) отклонения плотности в слое от начальных значений. Это дает возможность из семейства послойных эквивалентов избыточных плотностей выбрать единственное частное решение с минимальной нормой невязки наблюденного и вычисленного полей. Способ и технология расчета трехмерного распределения плотности с привязкой к двумерным данным по опорным сейсмическим разрезам заложены в разработанную авторами методику количественной интерпретации потенциальных полей.

Последовательный переход от двумерных скоростных разрезов к трехмерной плотностной модели, а также алгоритмическая поддержка решения прямых и обратных задач гравиметрии на трехмерном шаблоне послойных сеточных функций составляют предмет гравитационного моделирования. Авторский пакет прикладных программ многопоточных (параллельных) вычислений адаптирован для постро-

ения трехмерных региональных геофизических моделей глубинного строения верхней части литосферы Уральского региона и, в частности, для территории Северного и Среднего Урала. Сам метод и его апробация на практических примерах изложен в предыдущих статьях [Мартышко и др., 2022; Ладовский и др., 2023]. В таком ключе обе упомянутые работы образуют единое целое. Поэтому для связности рассуждений и удобства читателей мы ограничились (без повторного вывода) компиляцией основных моментов (и особенностей) предложенного метода количественной интерпретации на сетках большой размерности с построением плотностной модели высокого разрешения с шагом дискретизации 500 м. Заметим, что (в отличие от работ других авторов [Муравина и др., 2022; Сидоров, Нурмухамедов, 2022; Шаров и др., 2020]) метод реализован в автоматизированной компьютерной технологии с использованием графических ускорителей, что позволяет в тысячу раз сократить время вычисления значений плотности в узлах сетки.

Для задач тектонического районирования необходимо представление результата в виде структурных карт-схем изменения плотности в заданном интервале глубин. Послойная организация сеточных матриц «цифрового параллелепипеда» позволяет извлечь необходимую информацию по любым сечениям вдоль образующих кривых, заданных в специальном формате граничного файла «.bln». На этой основе авторами реализован алгоритм построения двумерных плотностных разрезов, параметрических карт горизонтальных (или наклонных) сечений, а также структурных карт рельефа изоповерхностей постоянной (или кусочно-переменной) плотности.

Результирующую трехмерную модель подобранной плотности легко перестроить в модель литостатических нагрузок, которая отчетливо конфигурирует блочное расслоение земной коры и верхней мантии по глубине. Распределение литостатических аномалий на внутренних поверхностях неплохо соответствует схематической карте тектонического районирования, построенной по потенциальным полям. Предлагаемая методика и полученные авторами «блочные схемы» распределения литостатических нагрузок использованы для разделения сеточной плотностной модели на разнорядковые структурные элементы глубинного тектонического районирования.

СИСТЕМАТИЗИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ АЛГОРИТМА ТРЕХМЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

При решении обратной задачи (вычисления трехмерного распределения плотности по аномалиям гравитационного поля) авторы используют объемную плотностную модель начального приближения, реконструированную вдоль сейсмических профилей. Современные представления о развитии Урала и его платформенного обрамления учитывались в рамках существующих структурных схем тектонического районирования отдельных геологических провинций. Для Уральской складчатой системы наиболее содержательной является схематическая карта Урала м-ба 1:2 500 000 под редакцией И.Д. Соболева [1969]. Она охватывает меридиональную полосу уральских структур от 56° 30' до 64° 30' в.д. Карта составлена по результатам обобщения геологических съемок разного масштаба и анализа потенциальных полей. В 80-х гг. прошлого столетия структурная карта м-ба 1:1 000 000 значительно детализирована и в ней учтены новые геолого-геофизические и сейсмические данные по профилям ГСЗ Среднего и Южного Урала: Свердловскому, Красноуральскому и Темиртау-Куйбышевскому [Соболев и др., 1983].

Технология построения крупномасштабных трехмерных плотностных моделей должна быть оптимальной по алгоритму вычислений, что предполагает адекватное представление исходного фактического материала. Сеточный формат входных данных позволяет не только выбирать разнорядковые фрагменты сейсмических разрезов и карт наблюденного гравитационного поля, но и сравнительно просто сопоставлять дискретные плотностные модели разного ранга и разной степени детализации.

На рисунке 1 приведен фрагмент гравитационного поля в полной редукции Буге, взятый с комбинированной глобальной модели гравитационного поля XGM2019e_2159 [Zingerle et al., 2020] и представленный в координатах картографической проекции Гаусса—Крюгера. Красным контуром выделен целевой фрагмент области моделирования. Используется цифровая модель высокого разрешения гравитационного поля в полной редукции Буге изучаемой области (56—60° с.ш. и 54—66° в.д.) — сетка с разрешением 500 × 500 м (данные Уральской геолого-съемочной экспедиции, А.В. Чурсин). Положение региональных сейсмических профилей привязано к фрагменту карты поля; структурные схемы тектонического районирования использованы для верификации результатов количественной интерпретации гравиметрических данных.

На территории Северного и Среднеуральского сегментов располагаются десять региональных сейсмических профилей, восемь из которых выполнены Баженовской геофизической экспедицией ПГО «Уралгеология» (три профиля при участии Института геофизики УрО РАН), и два геотраверса Центра региональных геофизических и геоэкологических исследований им. В.В. Федынского (Центр «ГЕОН»).

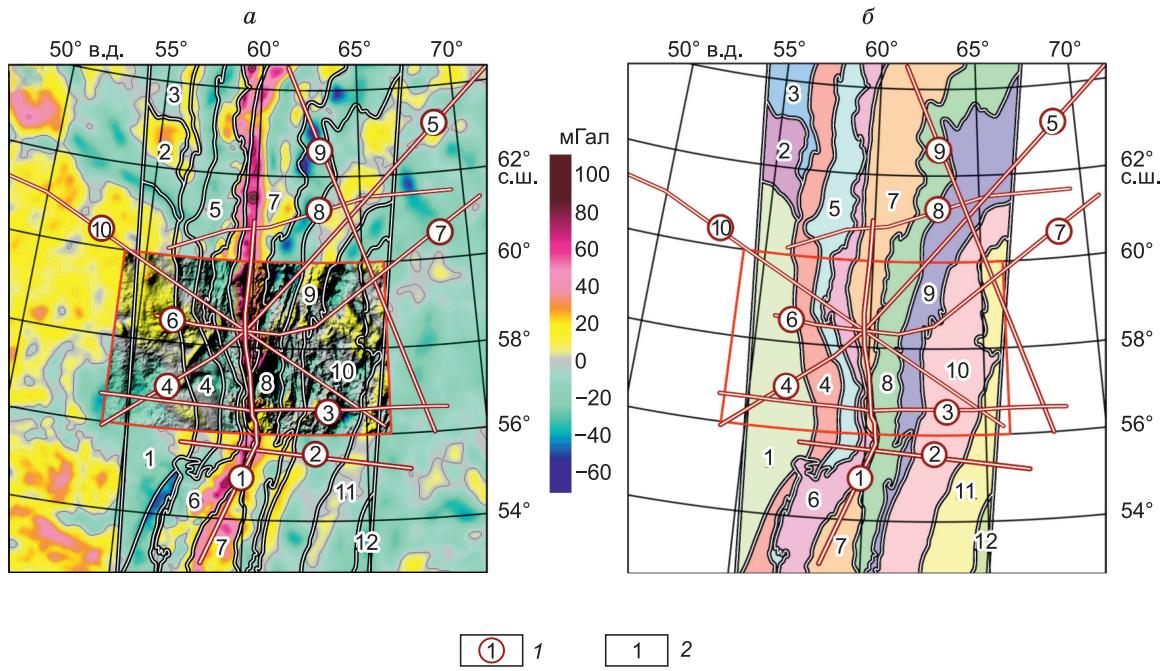


Рис. 1. Положение профилей ГСЗ-МОВЗ:

а — на карте аномалий гравитационного поля; *б* — фрагменте тектонической схемы Северного, Среднего и Южного Урала. Красным контуром выделена целевая область территории исследования. 1 — геотраверсы и профили ГСЗ-МОВЗ: профили Баженовской геофизической экспедиции (при частичном участии Института геофизики УрО РАН): 1 — Вижай—Орск, 2 — Тараташский, 3 — Свердловский, 4 — Гранит, 6 — Красноуральский, 7 — Ханты-Мансийский, 8 — Красноленинский, 9 — Северная Сосьва—Ялуторовск; геотраверсы Центра «ГЕОН»: 5 — Рубин-2, 10 — Рубин-1. 2 — границы структур первого порядка: 1 — Волго-Уральская антеклиза, 2 — Тиманская антеклиза, 3 — Печорская синеклиза, 4 — Предуральский краевой прогиб, 5 — Западно-Уральская внешняя зона складчатости, 6 — Центрально-Уральское поднятие, 7 — Тагильско-Магнитогорский прогиб, 8 — Восточно-Уральское поднятие, 9 — Восточно-Уральский прогиб, 10 — Зауральское поднятие, 11 — Тюменско-Кустанайский прогиб, 12 — Тобольско-Убаганское поднятие.

Все разрезы дополнены границей Мохо (M), положение которой определено по скоростным уровням (7.75—8.25 км/с), а затем откорректировано по результатам интерпретации имеющихся данных по отраженным, обменным и головным волнам. Погрешность построения скоростных разрезов оценивалась при сопоставлении их в местах пересечения (или сближения) профилей. Общая протяженность профилей ГСЗ более 7 500 км.

НАЧАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕРПОЛИРОВАННОЙ ПЛОТНОСТИ

Плотностные модели земной коры и верхней мантии (верхней части литосферы) чаще всего имеют форму бесконечного по простирианию пласта с ограничением по глубине горизонтальной плоскостью [Павленкова, 1978; Павленкова, Романюк, 1991; Романюк, 1995; Дружинин и др., 2014]. Такое ограничение является необходимым условием для вычисления гравитационных аномалий от неоднородного слоя с точностью до постоянной составляющей фона и переходу к расчетному массиву избыточных плотностей [Ладовский и др., 2017]. Глубина нижней границы плоского слоя соответствует региональному уровню изостатической компенсации комбинированной модели Эйри и Пратта. Это одна из реологических гипотез пластического состояния вещества верхней мантии.

По современным сейсмическим и геологическим данным на глубине 80 км выделяется граница, ниже которой меняется реология (текущесть) мантийного вещества. Жесткая часть верхней мантии (применяется термин «литосферная мантия») — это консолидированная блочная структура, которая прослеживается до глубины, порядка 80 км [Павленкова, 2011]. Ниже 100 км горизонтальная неоднородность в слое незначительна, т. е. на этих глубинах вещество более пластично и не способно сохранить блоковую структуру. Разрывные нарушения, сдвиги (или трансформные разломы) разделяют литосферу на блоки до глубины 80—100 км. Ее соотносят с ограничивающей нижней плоскостью жесткой литосферы. Здесь предполагается, что ниже этой глубины верхняя мантия однородна и аномальное поле

Рис. 2. Пространственное положение плотностных разрезов на цифровом планшете карты аномалий гравитационного поля.

Нумерацию профилей см. на рис. 1. Темными линиями выделен макет объемной модели интерполированной плотности.

Δg формируется только плотностными неоднородностями, расположенным выше 80 км [Дружинин и др., 2014].

Для формирования начальной модели интерполированной плотности авторы построили плотностные разрезы до глубины 80 км по десяти сейсмическим профилям. Планшет профильных данных покрывает территорию существенно больше площади целевой области (см. рис. 1). Увеличение длины сейсмических профилей предполагает построение пространственного каркаса оцифрованных разрезов для расширенной территории с последующим замыканием контура интерполяции на требуемый сегмент. Это позволяет снизить влияние градиентных зон расчетного поля из-за разрыва интерполированной плотности на границах планшета.

Двумерные сеточные матрицы с профильных плотностных разрезов формируются в координатах цифрового планшета карты аномалий гравитационного поля. Границные файлы образующих криевых задают положение каждого цифрового фрагмента в площадном варианте. Таким образом учитывается взаимное расположение разрезов в пространстве и происходит переход от 2D массива координат вертикальных сечений к 3D сеточному массиву координат объемной модели, по которому и восстанавливается макет пространственного сейсмического каркаса (рис. 2).

Недостающие данные по плотностям в межпрофильном пространстве заполняются интерполированными значениями плотности с сейсмических разрезов трехмерного каркаса. Интерполяция выполняется по отдельным горизонтальным слоям. Мощности слоев определяются выбранным нами шагом дискретизации 500 м по оси глубин; в горизонтальных плоскостях шаг интерполяции также 500 м. Данные за пределами контура интерполяции не учитываются. Результатом работы программы интерполяции является пакет послойных сеточных файлов четырехмерного массива (x, y, z, σ) и XML-файл, где каждому слою сопоставлена глубина, на которой он расположен:

$$\sigma_0(x, y, z) := \left\{ \sigma_k(x, y); z \in (z_{k-1}, z_k); k = \overline{1, \dots, N} \right\}.$$

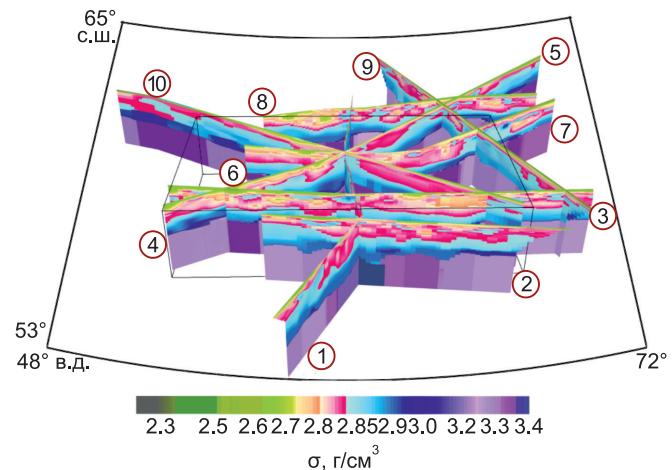
Средние значения плотности по каждому слою приравнены к распределению одномерной гидростатической плотности, зависящей только от глубины:

$$\sigma^0(z) = \iint \sigma_0(x, y, z) dx dy.$$

Трехмерная модель интерполированной плотности представляет собой параллелепипед в координатах 56—60° с.ш., 54—66° в.д. и мощностью 80 км с однородными элементами разбиения — кубиками с ребром 500 м (рис. 3). Внешнее законтурное пространство параллелепипеда заполняется массами с одномерной гидростатической плотностью $\sigma^0(z)$. Последняя приравнивается к плотности относимости. Относительно нее вычисляются избыточные плотности начальной модели:

$$\Delta\sigma_0 = \sigma_0(x, y, z) - \sigma^0(z).$$

Таким образом, параллелепипед добавочных плотностей $\Delta\sigma_0$ будет находиться во вмещающей среде с нулевым гравитационным эффектом [Ладовский и др., 2017]. Расчетное поле такой модели принимается за поле относимости. По амплитудам оно сопоставимо с наблюденным. Разность $\Delta g(x, y, 0)$ наблюденного и поля начальной модели входит в правую часть интегрального уравнения обратной задачи гравиметрии как целевая функция уточняющего подбора избыточных плотностей по разделенным слоям сеточного параллелепипеда.



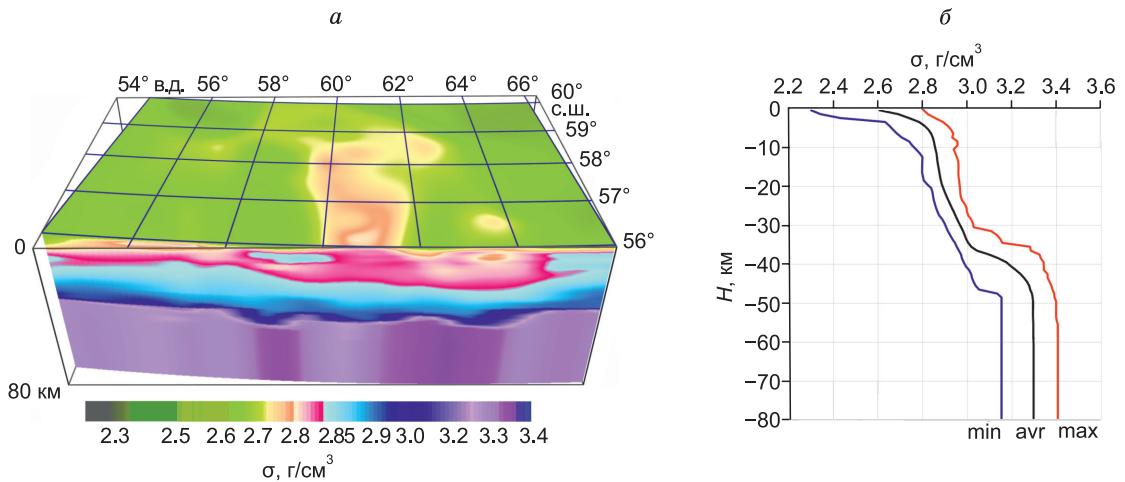


Рис. 3. Элементы плотностной модели начального приближения.

а — сеточный (слоистый) параллелепипед трехмерной интерполированной плотности; б — выборки по глубине послойных значений одномерной плотности: минимальной (min), средней (avr) и максимальной (max).

ФИЛЬТР РАЗДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ ПО ГЛУБИНЕ

Заметим, что без каких-либо априорных ограничений на трехмерное распределение плотности решение обратной задачи не будет корректным, т. е. будет неединственным и неустойчивым. Подбор уточняющих поправок к избыточной плотности следует искать в модельных классах корректности плотностных параметров. Доказано, что в горизонтальном слое латеральная плотность восстанавливается однозначно [Новоселицкий, 1965]. Единственность такого решения опирается на принцип локализации — варианте локально-одномерного проектирования на горизонтальную плоскость слоя соотнесенного с ним внешнего аномального поля [Мартышко, Кокшарев, 2005; Martyshko et al., 2017]. Поэтому разделение плотностного (сеточного) параллелепипеда начальной модели на семейство горизонтальных слоев позволяет реализовать алгоритм поиска слабоединственных решений обратной задачи гравиметрии для трехмерной избыточной плотности на множестве корректности мультиплексивных добавок [Мартышко и др., 2016].

При разделении внешнего (разностного) поля на составляющие от горизонтальных слоев внутренних источников используется алгоритм пересчета (трансформации) поля вверх—вниз на несколько уровней. Инструментом фильтрации является метод сглаживания полей при их пересчете на различные высоты по формуле Пуассона [Тихонов, Самарский, 1999] и последующим аналитическим продолжением на глубину. Спектральные и амплитудные характеристики разноглубинных составляющих разделенных полей зависят от величины параметра регуляризации. Этот параметр подбирается для модели каждого горизонтального слоя с тем, чтобы реализовать допустимое сглаживание «половысотных» трансформант [Мартышко и др., 2023]. При этом устойчивое решение обратной задачи гравиметрии по отдельным плотностным слоям однозначно соотносится с пространственными аномалиями разделенных полей, пересчитанных на уровень земной поверхности.

Зададим разбиение (по глубине) исходного параллелепипеда $D_H : z \in [z_0 = 0; z_k = H]$ на семейство K_H горизонтальных слоев $D_K : z \in [z_{k-1}; z_k]$, $(k = 1, \dots, K_H)$. Разделение полей на составляющие от слоев D_K основано на пересчетах разностного поля Δg на высоты z_{k-1}, z_k соответственно с последующим продолжением вниз на верхнюю и нижнюю границы слоя $\Delta z_k = z_k - z_{k-1}$. Схема пересчета выполняется последовательно тремя этапами [Martyshko et al., 2021]:

$$\Delta g(x, y, 0) \xrightarrow{up(-z_k)} u(x, y, -z_k),$$

$$u(x, y, -z_k) \xrightarrow{down(2z_k)} u(x, y, +z_k),$$

$$u(x, y, +z_k) \xrightarrow{up(0)} \Delta g_k(x, y, 0).$$

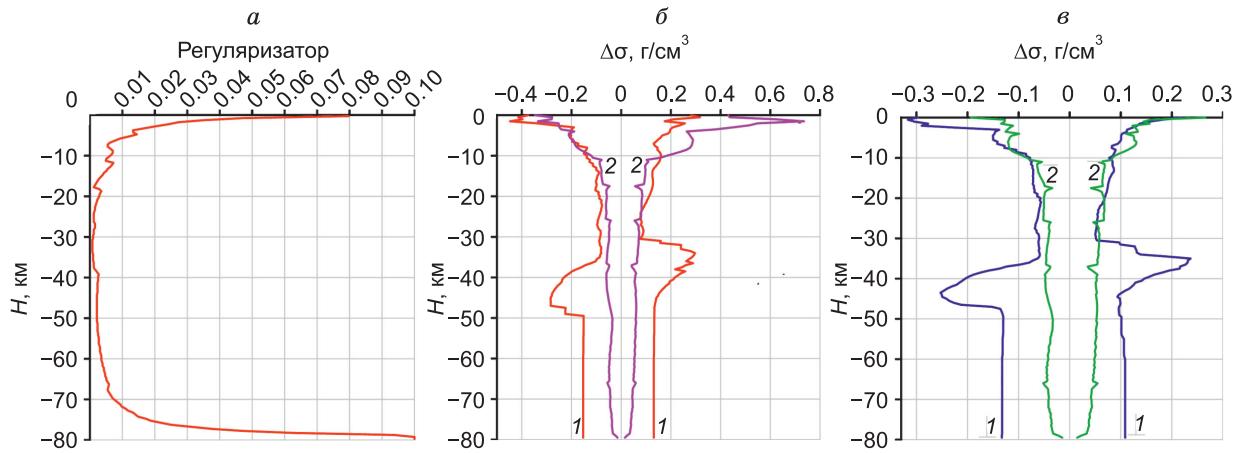


Рис. 4. Переменный регуляризатор и параметры его статистических оценок.

а — переменный по глубине регуляризатор для послойного разделения полей источников с шагом 500 м; б — распределение минимальных и максимальных значений избыточных плотностей: 1 — модели начального приближения; 2 — модели подобранный плотности; в — те же значения избыточной плотности для доверительного интервала 99-го перцентиля.

Разность двух трансформант на уровне земной поверхности приравнивается к полю разделенных источников в слое D_k :

$$\Delta g_{k-1}(x, y, 0) - \Delta g_k(x, y, 0) = \delta g_k(\Delta z_k).$$

В настоящей работе шаг интервальной дискретизации пересчетов и мощности Δz_k горизонтальных слоев источников составляет 500 м. Для построения такой модели высокого разрешения оптимальный параметр регуляризации фильтра разделенных трансформант находится из сравнения доверительных интервалов (99 перцентиль) между максимальными и минимальными значениями подобранный плотности и интервалов избыточной плотности начальной модели в каждом слое (рис. 4).

По найденным значениям переменного (по глубине) регуляризатора строится рабочая схема разделенных полей в виде сеточного параллелепипеда по разноглубинным срезам (рис. 5). Горизонтальное сечение этой модели плоскостью $z = z_k$ есть δg_k . Аномалии $\delta g_k(\Delta z_k)$ вычислены на уровне земной поверхности; шаг трансформации полей $\Delta z_k = 500$ м приравнен к мощности горизонтальных слоев источников.

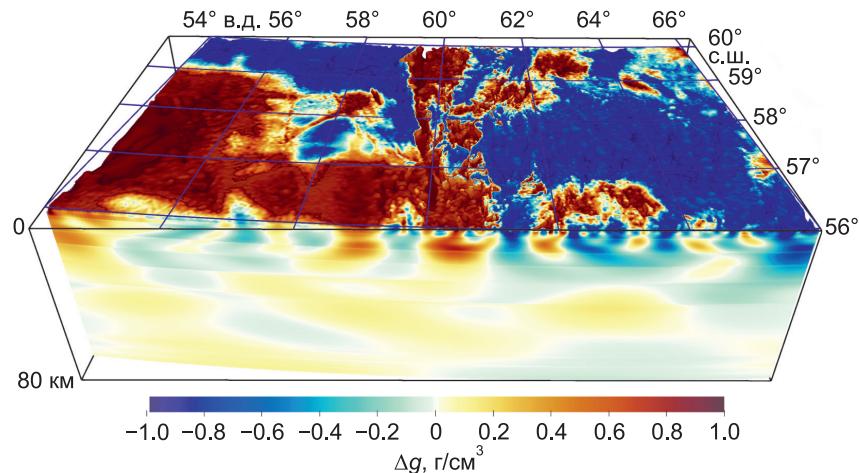


Рис. 5. Аномалии разделенных полей на уровне земной поверхности от разноглубинных источников в горизонтальных слоях.

Рабочая схема практических вычислений реализована по 160 слоям с шагом 500 м для глубин пересчета от 0 до 80 км.

ЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГРАВИМЕТРИИ ДЛЯ РАЗДЕЛЕННЫХ СЛОЕВ

Подбор уточняющих поправок к избыточной плотности $\Delta\sigma_0$ модели начального приближения выполняется в каждом горизонтальном слое $D_K[x, y, (z_k - z_{k-1})]$ по соотнесенным с ними отфильтрованным разностям повышенных трансформант $\delta g_k(x, y, 0)$ на земной поверхности (см. рис. 5). В интервале глубин $z \in [z_k, z_{k-1}]$ поправка $\Delta\sigma_k$ задана в виде мультипликативной функции — произведения одномерной гидростатической плотности начальной модели на переменную по латерали корректирующую добавку [Мартышко и др., 2016]:

$$\Delta\sigma_k(x, y, z_k) = \sigma^0(z_k) \Phi_k(x, y),$$

где $\Phi_k(x, y)$ — латеральная корректирующая добавка избыточной плотности в k -м слое; в выбранном классе двумерных плотностей решение $\Phi_k(x, y)$ единственno.

Функция $\Phi_k(x, y)$ в k -м слое удовлетворяет интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода (γ — гравитационная постоянная):

$$\gamma \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma^0(z_k) dz \iint_{x, y} \frac{\Phi_k(x, y)}{\left((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy = \delta g_k(\xi, \eta, 0).$$

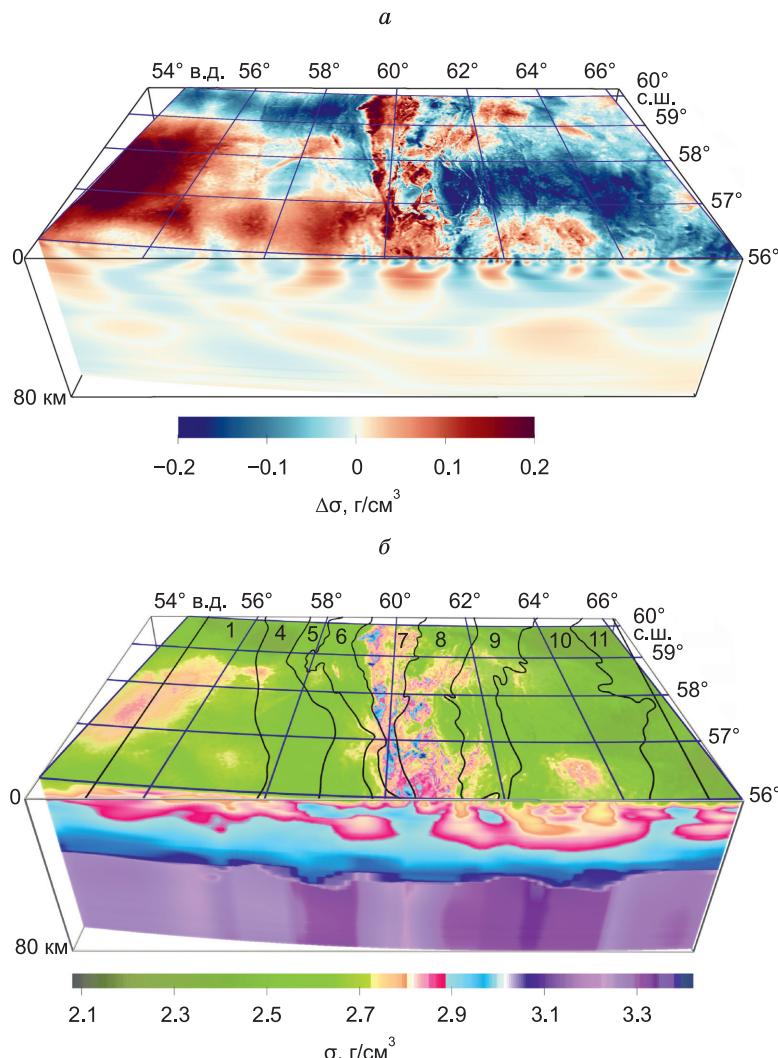


Рис 6. Трехмерная плотностная модель литосферы до глубины 80 км:

α — трехмерное распределение подобранный избыточной плотности; β — плотностная физическая модель с учетом начального распределения плотности, сверху нанесены номера зон структурно-тектонического районирования Среднеуральского региона, по [Соболев, 1969] (см. рис. 1).

Устойчивый алгоритм послойной линейной инверсии реализован в классе двумерных корректирующих добавок $\Phi_k(x, y)$ с нулевым средним значением. Последовательная схема итеративных вычислений применена для каждого отдельного слоя, независимо от других. Таким образом, удалось сократить до минимума число возможных вариантов подбора и построить трехмерную модель избыточных плотностей в относительных единицах по всем k -м слоям: $\Delta\sigma_k(x, y, z_k) = \sigma^0(z_k)\Phi_k(x, y)$. Сумма подобранных избыточных плотностей и интерполированная плотность начальной модели дают искомое значение физической плотности в абсолютных значениях:

$$\sigma(x, y, z) = \sigma_0(x, y, z) + \sum_{k=1}^{K_H} \sigma^0(z_k) \Phi_k(x, y).$$

В границах $56\text{--}60^\circ$ с.ш., $54\text{--}66^\circ$ в.д. искомые решения обратной задачи гравиметрии послойно спроектированы на равномерную сетку с шагом 500 м. На рисунке 6 показана результирующая плотностная модель высокого разрешения для сеточного параллелепипеда размером $500 \times 750 \times 80$ км с равномерным шагом дискретизации по трем осям 500 м. Финальная модель дана в двух вариантах: параллелепипед послойно-подобранный избыточной плотности $\Delta\sigma_k$ и физическая плотностная модель $\sigma(x, y, z) + \sum_k \Delta\sigma_k$ в абсолютной мере.

СТРУКТУРНОЕ РАЙОНИРОВАНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ. ЛИТОСТАТИЧЕСКИЕ АНОМАЛИИ

Для задач тектонического районирования необходимо представление результата в виде структурных карт-схем изменения плотности в заданном интервале глубин. Представление выходного формата трехмерной плотностной модели в виде послойных сеточных функций позволяет легко переходить к сканированию структурного рельефа вещественных комплексов земной коры по интервальным значениям параметра подобранный плотности.

По данным сейсмических методов в земной коре выделяются уровни, на которых скорости продольных и поперечных волн изменяются достаточно резко. Эти уровни вполне обоснованно отождествляются с границами слоев. Наиболее существенные изменения скоростей продольных волн (до $1\text{--}2$ км/с) связываются с поверхностью консолидированной коры и кровлей верхней мантии [Вольвовский, 1973]. На рисунке 7 (справа) представлена крупноблочная модель верхней части литосферы Среднеуральского региона, разделенная по двум поверхностям с переменной плотностью: кровле консолидированного фундамента и кровле верхней мантии. Границы переменных значений плотности (и скорости) по кровле консолидированной коры и кровле верхней мантии вырезаются из итоговой модели (см. рис. 7, слева) по интервальным значениям вычисленных параметров: кровля фундамента ($\sigma = 2.40\text{--}2.65$ г/см 3 ; $v_p = 5.40\text{--}5.75$ км/с); кровля верхней мантии ($\sigma = 3.24\text{--}3.42$ г/см 3 ; $v_p = 7.75\text{--}8.20$ км/с).

Теплогенерация пород земной коры — накапливаемая концентрация радиогенетных элементов, обобщающая геофизические критерии распределения плотности и основности по глубине. Оценки ее

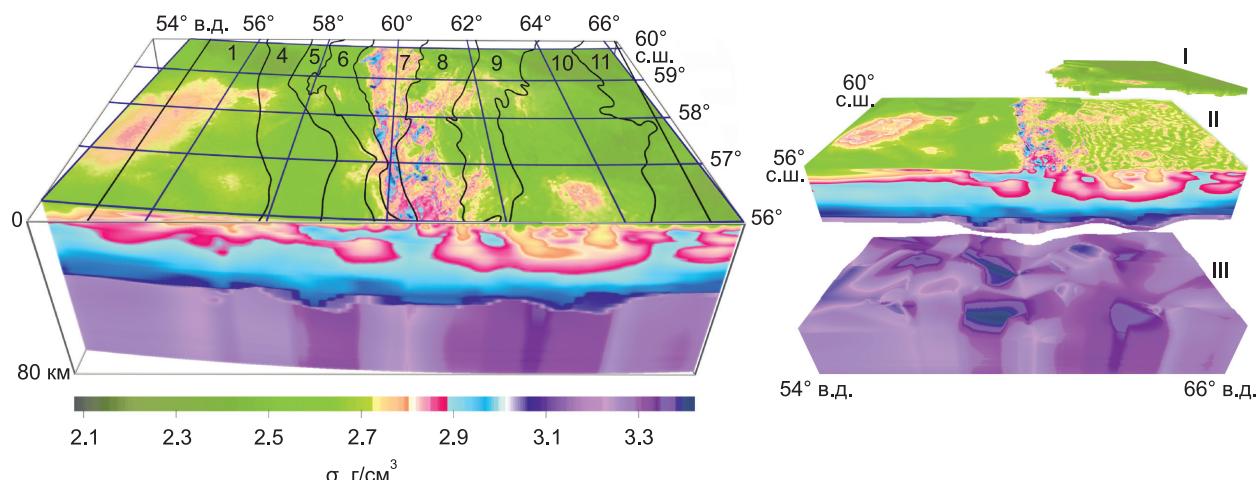


Рис. 7. Трехмерная плотностная модель высокого разрешения, разделенная по кровле консолидированного фундамента и кровле верхней мантии.

Выделены осадочный чехол мезокайнозоя (I); консолидированная кора (II); верхняя мантия (III).

Сопоставление теплогенерации и граничных скоростей в слоях литосферы

Слой литосферы	Теплогенерация (A), мкВт/м ³	Граничная сейсмическая скорость (v_p), км/с
Гранитометаморфический	1.550	5.1—6.3
Верхняя часть	2.310	5.1—5.7
Нижняя часть	1.260	5.7—6.3
Базальтовый	0.460	6.3—8.3
Верхняя часть	0.670	6.3—7.3
Нижняя часть	0.250	7.3—8.3
Верхняя мантия	0.008	8.3—8.4

величины для казахстанской части Центрально-Азиатского складчатого пояса были получены по данным о среднем содержании теплогенерирующих элементов в слоях, ограниченных сейсмическими поверхностями с определенными граничными скоростями v_p [Khutorskoi, Polyak, 2016] (таблица).

Близкие значения приведены для Южно-Уральского (Троицкого) профиля [Kukkonen et al., 1997]; в том же диапазоне получены послойные реперные значения теплогенерации для Северо- и Среднеуральского региона, реконструированные по нашей объемной плотностной модели [Ladovskiy et al., 2020].

Петрофизическими исследованиями установлены устойчивые связи между теплогенерацией, скоростью продольных волн и плотностью пород земной коры [Cermak et al., 1990]. Резко градиентная зависимость между плотностью пород (2.6—2.9 г/см³) и их эффективной теплогенерацией (2.30—0.01 мкВт/м³) позволяет расчленить плотностные слои земной коры по расчетным значениям тепловых параметров до глубин ~20—25 км (гранитометаморфический и базальтовый слои). Расчленить нижний базитовый и ультрабазитовый слой по теплогенерации невозможно; в этом случае опираются на сейсмические данные ГСЗ по отражающим и преломляющим горизонтам земной коры.

Консолидированная кора Среднеуральского региона по морфологии близка к стандартизованной схеме континентальной (без осадочного чехла) коры, предложенной В.В. Белоусовым и Н.И. Павленковой [1989]. Базовая трехслойная модель консолидированной коры включает в себя три слоя: верхний гранитометаморфический слой со скоростями продольных волн 6.0—6.4 км/с («верхняя кора»), промежуточный гранулитобазитовый слой со скоростью 6.40—6.75 км/с («средняя кора») и нижний ультрабазитовый слой (6.8—7.2 км/с, «нижняя кора»). Иногда в низах коры выделяется переходный (дунит-перидотитовый) комплекс коры—мантия со скоростью 7.3—7.5 км/с, но это редкие случаи [Павленкова и др., 2016]. Термины «верхняя» (гранитная) и «средняя» (базальтовая) кора условны и исторически связаны с выделением разделяющей их границы Конрада ($v_p = 6.2$ —6.4 км/с). Это физическая температурная граница размагничения пород. На всех наших скоростных и плотностных разрезах, построенных для Уральского региона (см. рис. 2), граница между гранитным и базальтовым слоями выделяется по всем профилям и трассируется по изоповерхностям с граничным значением продольных волн первых вступлений $v_p = 6.4$ км/с ($\sigma = 2.88$ г/см³).

В каждом из трех интервалов переменных значений приграничной скорости по кровле верхней, средней и нижней земной коры выберем наименьшие, сопоставим им граничные значения постоянной плотности, по которым обрисовывается рельеф внутриструктурных поверхностей сеточной модели. На рисунке 8, *a* показана модель консолидированной земной коры — слой с границами переменной плотности от кровли палеозойского (доюрского) фундамента до кровли верхней мантии. На рисунке 8, *б* построены схемы изогипс рельефа внутренних границ, выделенных по постоянному значению плотности: верхняя кора ($\sigma = 2.8$ г/см³, $v_p = 6.0$ км/с); средняя кора ($\sigma = 2.88$ г/см³, $v_p = 6.40$ км/с); нижняя кора ($\sigma = 2.95$ г/см³, $v_p = 6.75$ км/с). Двойной линией нанесены контуры схемы тектонического районирования Среднеуральского региона.

Структурная схема тектонического районирования Среднеуральского региона (см. рис. 1, *б*) приурочена к поверхности консолидированного фундамента. Ее субмеридиональная зональность отражает морфологию поверхностных аномалий гравитационного поля, т. е. в схеме учитывается не только геологическое строение фундамента, но и геофизические поля [Соболев и др., 1983]. Гравитационное поле (в редукции Буге) создается всей массой плотностной модели до глубины 80 км. Однако характерные формы приповерхностных аномалий связаны с распределением масс в гравиактивном слое до глубины 10—15 км. Поэтому попытка установить связь между схемами структурного районирования по потенциальным полям и распределением плотности на глубинных горизонтах чаще всего оканчиваются неудачей.

Особенности строения внутриструктурных поверхностей (см. рис. 8) дополняют сказанное. Контуры тектонической схемы [Соболев, 1969] нанесены на изогипсы рельефа внутриструктурных поверхностей: кровли верхней (1), средней (2) и нижней (3) коры. Для верхней коры чередование структурных зон геологических поднятий и погружений хорошо вписывается в схему районирования по аномалиям гра-

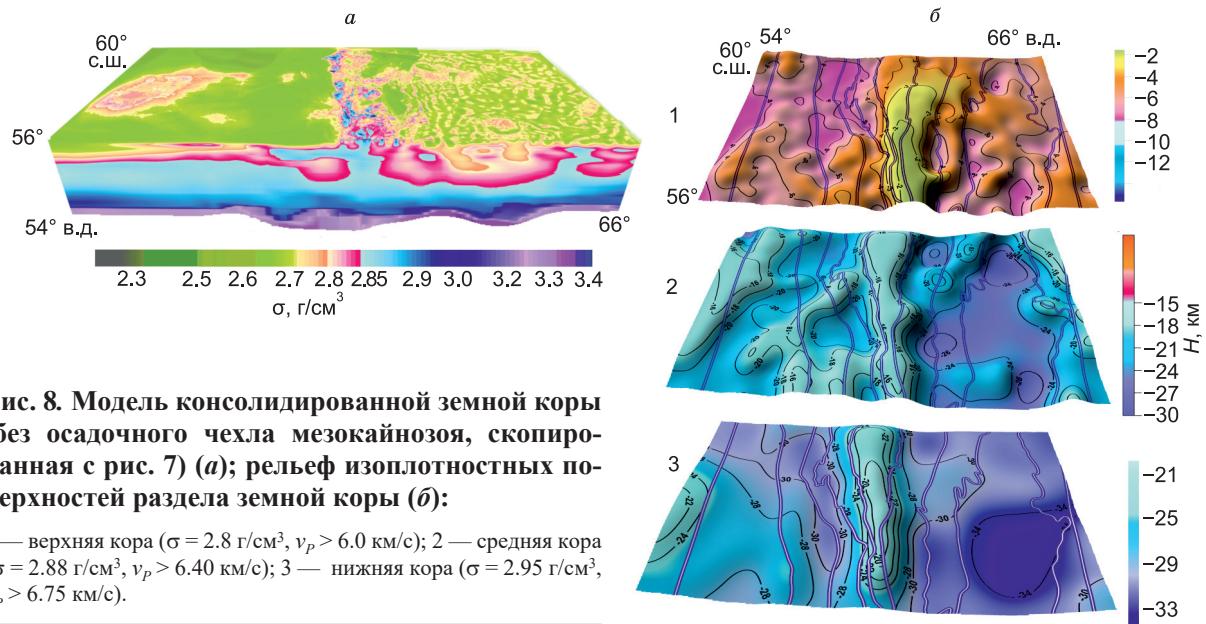


Рис. 8. Модель консолидированной земной коры (без осадочного чехла мезокайнозоя, скопированная с рис. 7) (а); рельеф изоплотностных поверхностей раздела земной коры (б):

1 — верхняя кора ($\sigma = 2.8 \text{ г}/\text{см}^3$, $v_p > 6.0 \text{ км}/\text{с}$); 2 — средняя кора ($\sigma = 2.88 \text{ г}/\text{см}^3$, $v_p > 6.40 \text{ км}/\text{с}$); 3 — нижняя кора ($\sigma = 2.95 \text{ г}/\text{см}^3$, $v_p > 6.75 \text{ км}/\text{с}$).

витационного поля. В этом смысле геофизические и геологические аспекты тектоники приповерхностной части земной коры (до 10 км) практически совпадают. С ростом глубины залегания модельных сейсмоплотностных границ (15 км и более) такая связь утрачивается. По кровле средней коры (2) прослеживается только Приуральский прогиб (Тагило-Магнитогорский синклиниорий). По кровле нижней коры (3) частично трассируется южная оконечность Центрально-Уральского поднятия и северная часть Приуральского прогиба. Все другие тектонические зоны не усматриваются в рельефе плотностной модели средней и нижней коры.

По результатам вычислительного эксперимента можно заключить следующее. Элементы блочной структуры земной коры рассчитываются по трехмерным сеточным матрицам подобранный (градиентной) плотностной модели. Положение блоков в плане соответствует изолиниям рельефа (с выбранным шагом дискретизации) внутриструктурных поверхностей (см. рис. 8). Однако размещение плотностных блоков в пространстве априори не подчиняется какой-либо закономерности [Мартышко и др., 2011]. С ростом глубины увеличивается не только поперечный размер и мощность блоков земной коры, но и кардинально меняется их конфигурация. Тектонические схемы, построенные по поверхности фундамента, не содержат информацию о глубинном строении земной коры.

Меридиональная зональность аномалий гравитационного поля и тектонические схемы по поверхности консолидированного фундамента сформированы распределением масс в верхней части гравиактивного слоя. На глубине схемы районирования плотностных границ будут другие. Чтобы отследить изменение рельефа геологических структур от поверхности фундамента на всю мощность земной коры, предпочтительнее использовать интегральные характеристики — массы столбцов единичной площади, вычисленные до некоторой глубины по послойным сеточным файлам трехмерного распределения плотности. Полная масса плотностных колонок отчетливо конфигурирует блочную модель земной коры в аномальных полях литостатических нагрузок.

Для преобразования трехмерной модели подобранный плотности в аналогичную модель распределений литостатических нагрузок авторами выполнено последовательное суммирование послойных сеточных плотностей и перенормировка интегральных масс на заданной глубине в литостатическое давление вышележащих слоев. Параметром оценки блочной структуры послужили литостатические аномалии, под которыми понимается разность между литостатическим и гидростатическим давлением на глубине z . Литостатическое давление равно весу неоднородной плотностной колонки подобранный плотности $\sigma(x, y, z)$; гидростатическое давление на той же глубине равно весу однородной колонки с одномерной гидростатической плотностью $\sigma_0(z)$. Для каждого слоя модели аномалии литостатического давления пропорциональны избыточной плотности в слое так, что плотностная 3D модель легко перестраивается в литостатическую, сохраняя характер изменения по глубине средних значений плотности и гидростатического давления. Для каждой глубины z рассчитывается отклонение $\Delta P(x, y, z)$ литостатического давления $P(x, y, z)$ от его среднего (гидростатического) значения $P_0(z)$ на том же уровне [Бызов, Цидаев, 2015]:

$$\Delta P(x, y, z) = P(x, y, z) - P_0(z) = g_a \int_z^0 [\sigma(x, y, \zeta) - \sigma_0(\zeta)] d\zeta,$$

где $g_a = 9.80665 \text{ м/с}^2$ — среднее значение ускорения свободного падения. Данная формула не учитывает давление слоя рельефообразующих пород. Для корректного расчета $\Delta P(x, y, z)$ мы добавили отклонение литостатического давления слоя, заключенного между поверхностью относимости ($z = 0$) и поверхностью рельефа (по моделиETOPO1-2250), с плотностью 2.66 г/см^3 от его среднего значения на поверхности $z = 0$. Отметим, что диапазон аномалий литостатического давления слоя рельефообразующих пород на поверхности $z = 0$ составил $-4 \dots 27 \text{ МПа}$.

На рисунке 9 построены проекции аномалий литостатических нагрузок на изоповерхности постоянной плотности по кровле верхней (1), средней (2) и нижней (3) коры (см. рис. 8).

Значительная часть земной коры находится в состоянии изостатического равновесия, которое в случае нарушения сравнительно быстро восстанавливается благодаря наличию реологически ослабленной литосферной мантии и пластической разуплотненной астеносфера. Изостатически уравновешенные блоки земной коры характеризуются близкими к нулю значениями амплитуд литостатических аномалий; ненулевые значения подчеркивают степень несоответствия выделенных блоков состоянию изостатического равновесия. Положительные (или отрицательные) величины литостатических анома-

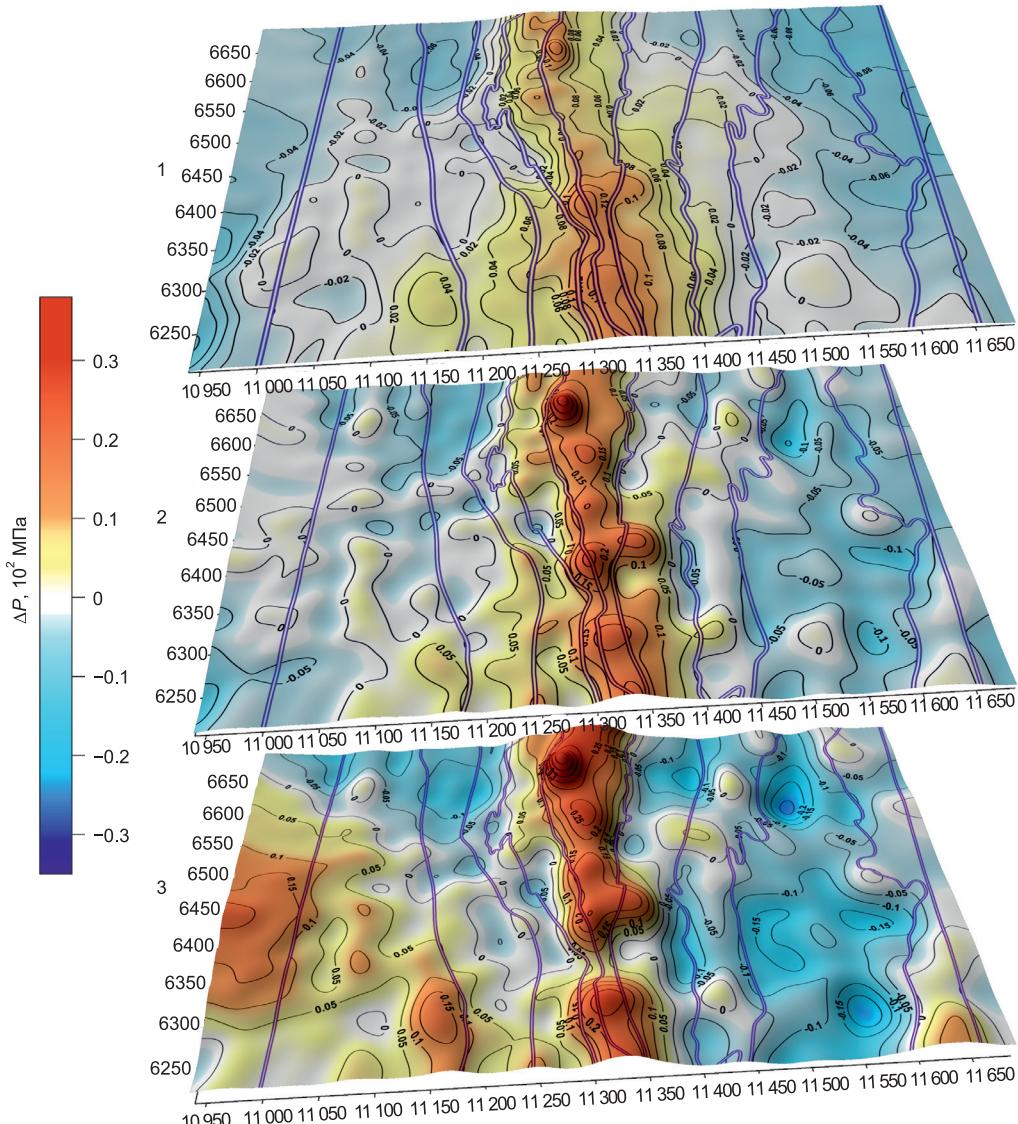


Рис. 9. Проекции литостатических аномалий Среднеуральского региона на кровлю верхней (1), средней (2) и нижней (3) коры.

лий на любом уровне указывают на избыток (или недостаток) изостатической компенсации масс в вышележащих слоях. Проекция литостатических нагрузок на изоповерхности постоянной плотности дает представление о крупноблочном расслоении земной коры и вертикальной устойчивости разнорядковых структурных элементов в поле уравновешивающих сил изостатической компенсации (см. рис. 9).

По верхней коре литостатические аномалии не дифференцируются: слишком мала мощность слоя аккумуляции интегральных масс. Складчатый Урал целиком выделяется на однородном фоне отрицательных литостатических аномалий сопредельных платформ. По средней коре отчетливо трассируются контуры Тагило-Магнитогорского синклиниория и намечаются контуры Зауральских структур. Значительной разницы в тектонике Восточно-Европейской платформы и Западно-Сибирской плиты не наблюдается. По нижней коре контуры Зауральских структур утрачиваются. На фоне консолидированной положительной аномалии Приуральского прогиба (Тагило-Магнитогорского синклиниория) выделяется отрицательная аномалия Зауральского поднятия. На всю мощность земной коры рельефно выделяется Приуральский прогиб; Зауральские структуры находятся в устойчивом состоянии; нарушение равновесия раннедокембрийского фундамента Восточно-Европейской платформы наблюдается на глубинах более 30 км.

Распределение литостатических нагрузок по кровле средней и нижней коры увязываются со схематической картой тектонического районирования, построенной по потенциальным полям [Соболев, 1969; Соболев и др., 1983].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные авторами устойчивые адаптивные алгоритмы и их программная реализация позволяют оперативно конструировать модели послойного строения земной коры, удобные для всестороннего геолого-геофизического анализа. Все разработки объединены в один программный продукт и предназначены для построения крупномасштабных математических моделей земной коры как основы реальных геологических проектов. Предлагаемая методика и полученные нами блочные схемы распределения литостатических нагрузок по глубине использованы для разделения сеточной плотностной модели на разнорядковые структурные элементы глубинного тектонического районирования.

1. Для территории Среднеуральского сегмента построена плотностная модель высокого разрешения (шаг по сетке 500 м) до глубины 80 км — первого регионального уровня изостатической компенсации. Модель послойно-интерполированной плотности, рассчитанная на основе сеточных плотностных разрезов по десяти сейсмическим профилям, использовалась как модель начального приближения. Уточняющие поправки к плотностной модели начального приближения определялись из решения линейной обратной задачи гравиметрии на практически содержательных множествах корректности плотностных эквивалентов. В качестве последних выбираются слои на горизонтальных сетках плотностной модели. Каждому горизонтальному слою сопоставляются отфильтрованные аномалии пересчитанного разностного поля, по которым вычисляются малые (латеральные) отклонения плотности в слое от начальных значений. Инструментом фильтрации служит метод сглаживания полей при их пересчете на различные высоты и последующим аналитическим продолжением на глубину.

2. Сеточный параллелепипед градиентного распределения подобранной плотности построен в пределах градусной трапеции с географическими координатами 56—60° с.ш., 54—66° в.д. и переформирован к стандартам крупноблочной модели. Выделены граничные поверхности переменной плотности по кровле консолидированного фундамента и кровле верхней мантии. Тектоническая схема структур фундамента прослеживается по глубине вплоть до граничной поверхности по кровле верхней коры. Ниже ее отличительные признаки утрачиваются. Рельеф плотностных границ по кровле средней и нижней коры не соответствуют схеме тектонического районирования, построенной по аномалиям гравитационного поля.

3. Трехмерная сеточная плотностная модель перестроена в литостатическую. Аномалии литостатического давления вычисляются по обобщающей интегральной характеристике — массе плотностных колонок от земной поверхности до заданной глубины. Эти аномалии отчетливо конфигурируют блочное строение земной коры на разных глубинных срезах. В проекции на поверхности средней и нижней коры контуры литостатических аномалий практически повторяют тектоническую схему районирования фундамента. По верхней коре литостатические аномалии не дифференцируются, так как мощность слоя аккумуляции интегральных масс недостаточна для этого.

Структурные формации различного генезиса по-разному проявляются в аномальных полях плотностной и литостатической модели. Рельеф блочных структур средней и нижней коры обрисовывается изолиниями литостатических нагрузок, рельеф близповерхностных пологозалегающих структур верхней коры — изолиниями избыточной плотности. В любом случае контуры тектонической схемы по поверхности фундамента можно проследить на всю мощность земной коры, сопоставляя распределение

литостатических нагрузок (интегральных масс) по глубине с моделью подобранным трехмерного распределения избыточной плотности.

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ № 20-17-00058.

ЛИТЕРАТУРА

- Белоусов В.В., Павленкова Н.И.** Типы земной коры Европы и Северной Атлантики // Геотектоника, 1989, № 3, с. 3—14.
- Бызов Д.Д., Цидаев А.Г.** Методика построения 2D плотностной модели верхней мантии с учетом условия изостатической компенсации на глубине // Уральский геофизический вестник, 2015, № 1 (25), с. 33—36.
- Вольвовский И.С.** Сейсмические исследования земной коры в СССР. М., Недра, 1973, 208 с.
- Дружинин В.С., Мартышко П.С., Начапкин Н.И., Осипов В.Ю.** Строение верхней части литосферы и нефтегазоносность недр Уральского региона. Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 2014, 226 с.
- Ладовский И.В., Мартышко П.С., Бызов Д.Д., Колмогорова В.В.** О выборе избыточной плотности при гравитационном моделировании неоднородных сред // Физика Земли, 2017, № 1, с. 138—147.
- Ладовский И.В., Мартышко П.С., Цидаев А.Г., Колмогорова В.В., Бызов Д.Д.** Плотностная модель литосферы Среднеуральского сегмента // Физика Земли, 2023, № 2, с. 62—77, doi: 10.31857/S0002333723020084.
- Мартышко П.С., Кокшаров Д.Е.** Об определении плотности в слоистой среде по гравитационным данным // Геофизический журнал, 2005, т. 27, № 4, с. 678—684.
- Мартышко П.С., Дружинин В.С., Начапкин Н.И., Осипов В.Ю., Федорова Н.В., Колмогорова В.В., Цидаев А.Г.** Методика и результаты создания объемной геолого-геофизической модели верхней части литосферы Северного и Среднего сегментов Уральского региона // Динамика физических полей Земли. М., 2011, с. 9—30.
- Мартышко П.С., Ладовский И.В., Бызов Д.Д.** Об устойчивых методах интерпретации данных гравиметрии // ДАН, 2016, т. 471, № 6, с. 1—4, doi: 10.7868/S0869565216360160.
- Мартышко П.С., Цидаев А.Г., Колмогорова В.В., Ладовский И.В., Бызов Д.Д.** Скоростные и плотностные разрезы верхней части литосферы Североуральского сегмента // Физика Земли, 2022, № 3, с. 12—25, doi: 10.31857/S0002333722030048.
- Мартышко П.С., Ладовский И.В., Гемайдинов Д.В.** О выборе параметра регуляризации в задаче аналитического продолжения гравитационных полей (разделение аномалий от разноглубинных источников) // Геология и геофизика, 2023, т. 64 (1), с. 112—122, doi: 10.15372/GiG2021185.
- Муравина О.М., Глазнев В.Н., Воронова Т.А., Терентьев Р.А.** Трехмерная плотностная модель верхней коры в области сочленения Лосевского и Воронцовского террейнов (Воронежский кристаллический массив) // Вестник Камчатской региональной ассоциации «Учебно-научный центр». Серия: науки о Земле, 2022, № 3 (55), с. 45—57, doi: 10.31431/1816-5524-2022-3-55-45-57.
- Новоселицкий В.М.** К теории определения изменения плотности в горизонтальном пласте по аномалиям силы тяжести // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 5, с. 25—32.
- Павленкова Н.И.** Комплексная интерпретация данных глубинного сейсмического зондирования и гравиметрии // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1978, № 2, с. 38—51.
- Павленкова Н.И.** Реологические свойства верхней мантии Северной Евразии и природа региональных границ по данным сверхдлинных сейсмических профилей // Геология и геофизика, 2011, т. 52 (9), с. 1287—1301.
- Павленкова Н.И., Романюк Т.В.** Комплексные геофизические модели литосферы Сибири // Геология и геофизика, 1991 (5), с. 98—109.
- Павленкова Н.И., Кашубин С.Н., Павленкова Г.А.** Земная кора глубоких платформенных впадин Северной Евразии и природа их формирования // Физика Земли, 2016, № 5, с. 150—164, doi: 10.7868/S0002333716050124.
- Романюк Т.В.** Сейсмоплотностное моделирование коры и верхней части мантии вдоль геотраверса «КВАРЦ» // Физика Земли, 1995, № 9, с. 11—23.
- Сидоров М.Д., Нурмухамедов А.Г.** Модель глубинного строения Южной Камчатки по результатам плотностного 3D-моделирования и комплексу геолого-геофизических данных // Тихоокеанская геология, 2022, т. 44, № 2, с. 25—43, doi: 10.30911/0207-4028-2022-41-2-25-43.
- Соболев И.Д.** Тектоническая схема Северного, Среднего и северо-восточной части Южного Урала м-ба 1:2 500 000. Геология СССР. Т. XII, ч. 1, кн. 2. / Ред. А.В. Сидоренко. Приложение. М., Недра, 1969, 304 с.

Соболев И.Д., Автонеев С.В., Белковская Р.П., Петрова Т.Ю., Сюткина Р.А. Тектоническая карта Урала м-ба 1:1000 000. Объяснительная записка. Свердловск, 1983, 168 с.

Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие, 6-е изд., испр. и доп. М., Изд-во МГУ, 1999, 799 с.

Шаров Н.В., Бақунович Л.И., Белашев Б.З., Журавлев В.А., Нилов М.Ю. Геолого-геофизические модели земной коры Беломорья // Геодинамика и тектонофизика, 2020, т. 11, № 3, с. 566—582, doi: 10.5800/GT-2020-11-3-0491.

Cermak V., Bodri L., Rybach L., Buntebarth G. Relationship between seismic velocity and heat production: comparison of two sets of data and test of validity // Earth Planet. Sci. Lett., 1990, v. 99, p. 48—57, doi: [10.1016/0012-821X\(90\)90069-A](https://doi.org/10.1016/0012-821X(90)90069-A).

Khutorskoi M.D., Polyak B.G. Role of radiogenic heat generation in surface heat flow formation // Geotectonics, 2016, v. 50, p. 179—195, doi: [10.1134/S0016852116020047](https://doi.org/10.1134/S0016852116020047).

Kukkonen I.T., Golovanova I.V., Khachay Yu.V., Druzhinin V.S., Kosarev A.M., Schapov V.A. Low geothermal heat flow of the Urals fold belt — implication of low heat production, fluid circulation or palaeoclimate? // Tectonophysics, 1997, v. 276, p. 63—85, doi: [10.1016/S0040-1951\(97\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S0040-1951(97)00048-6).

Ladovskii I.V., Martyshko P.S., Tsidaev A.G., Byzov D.D. A method for quantitative interpretation of stationary thermal fields for layered media // Geosciences, 2020, v. 10 (5), 199, doi: [10.3390/geosciences10050199](https://doi.org/10.3390/geosciences10050199).

Martyshko P.S., Ladovskii I.V., Byzov D.D., Tsidaev A.G. On stable solution of 3D gravity inverse problem // Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics. ICNAAM-2016, 2017, v. 1863 (1), 050007, doi: [10.1063/1.4992204](https://doi.org/10.1063/1.4992204).

Martyshko P., Ladovskii I., Byzov D. Parallel algorithms for solving inverse gravimetry problems: application for Earth's crust density models creation // Mathematics, 2021, v. 9 (22), 2966, doi: [10.3390/math9222966](https://doi.org/10.3390/math9222966).

Zingerle P., Pail R., Gruber T., Oikonomidou X. The combined global gravity field model XGM2019e // J. Geod., 2020, v. 94 (7), 66, doi: [10.1007/s00190-020-01398-0](https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0).