ПМТФ, № 1, 1967

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ ПОРОХОВ, ИМЕЮЩИХ ПЕРЕМЕННУЮ ТЕМПЕРАТУРУ ПОВЕРХНОСТИ

Б. В. Новожилов

(Москва)

Рассматриваются нестационарные процессы (горение при изменяющемся давлении, потухание и воспламенение) для модели пороха, скорость горения u и температура поверхности T_1 которого зависят от давления p и начальной температуры T_0. Все процессы, происходящие в реакционном слое конденсированной фазы и в газовой фазе, считаются безынерционными. Показано, что теория нестационарного горения для такой модели может быть построена по аналогии с теорией Я. Б. Зельдовича [1,2], в которой температура поверхности пороха считается неизменной. Исследовано изменение скорости горения во времени при малых внезапных изменениях давления. Выяснены причины, по которым может произойти потухание пороха при достаточно быстром и глубоком спаде давления. Качественно рассмотрен процесс воспламенения пороха.

1. Стационарные и нестационарные законы горения. В стационарных условиях скорость горения и температура поверхности пороха зависят от начальной температуры и давления

$$u = u^\circ (T_0,p), \qquad T_1 = T^\circ{}_1 (T_0, p) \tag{1.1}$$

Для случая постоянной температуры поверхности Я. Б. Зельдовичем [1,2] был указан метод исследования нестационарных процессов при горении. Суть метода состоит в том, что стационарная зависимость скорости горения $u^\circ (T_0,p)$ от начальной температуры и давления преобразуется в зависимость $u\ (f, p)$, где f — градиент температуры на поверхности пороха. Полученная связь справедлива и в нестационарных условиях (поэтому и опущен индекс у скорости горения), так как градиент определяет температуру в зоне горения, от которой и зависит скорость горения. Переход от $u^\circ (T_0,p)$ к $u\ (f,p)$ осуществляется при помощи известной связи между градиентом, скоростью горения и начальной температурой

$$\varkappa f^\circ = u^\circ (T^\circ{}_1 - T_0) \tag{1.2}$$

справедливой в стационарных условиях ($\varkappa$ — коэффициент температуропроводности пороха). При таком подходе к изучению нестационарных явлений пренебрегается, конечно, инерционностью всех процессов, за исключением теплопроводности в конденсированной фазе.

В том же предположении о главной роли инерционности прогретого слоя конденсированной фазы автором [3] было показано, что стационарную связь температуры поверхности с начальной температурой и давлением при помощи (1.2) можно перевести в зависимость $T_1\ (f,\ p)$, которая будет справедлива и при переменном давлении.

Таким образом, и в случае переменной температуры поверхности нестационарные явления при горении порохов могут быть исследованы при помощи нестационарных законов

$$u = u\ (f, p), \qquad T_1 = T_1\ (f,\ p) \tag{1.3}$$

которые получаются из стационарных законов горения (1.1) применением соотношения (1.2).

Стационарные законы горения могут быть получены либо из теории горения, учитывающей конкретные физико-химические процессы, протекающие в конденсированной и газовой фазах, либо из опытов по стационарному горению порохов при различных давлениях и начальных температурах.

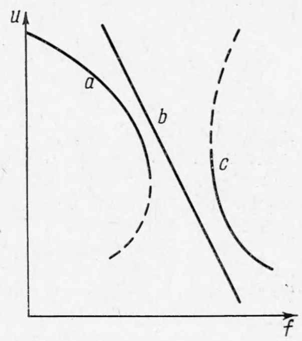
Я. Б. Зельдовичем было показано, что в случае постоянной температуры поверхности устойчивый стационарный режим горения может осуществляться только при условии

$$k < 1, \qquad k = (T_1{}^\circ - T_0)\left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial T^\circ}\right)_p \tag{1.4}$$

Так как

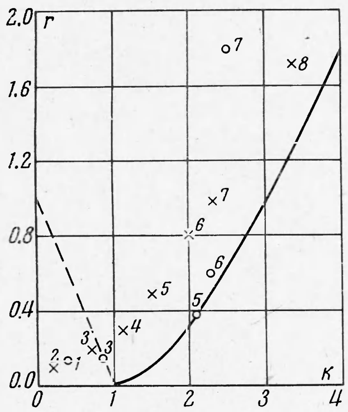
$$\left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln f}\right)_p = \frac{k}{k-1}$$

то очевидно, что горение пороха возможно только на тех участках кривой $u\ (f)$, на которых производная $du\,/\,df$ отрицательна. В частности, в случае экспоненциальной зависимости скорости горения от начальной температуры $u^\circ \sim \exp \beta T_0$ (эта связь следует из аррениусовского закона для скорости химической реакции в газовой фазе) кривая $u\ (f)$ при постоянном давлении имеет вид, показанный на фиг. 1 (кривая a). Участок кривой, изображенный пунктиром, отвечает неустойчивым режимам горения $k > 1$, т. е. низким начальным температурам, так как $k = \beta\ (T_1{}^\circ - T_0)$.

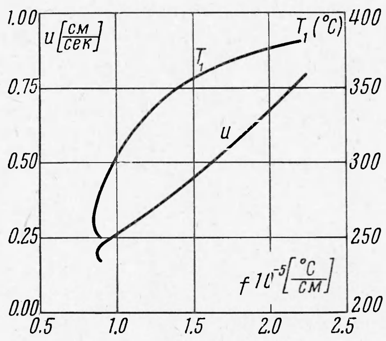


Фиг. 1

Обработка экспериментальных данных по стационарному горению порохов часто приводит к закону $u^\circ\ (T_0)$, отличному от экспоненциального. При этом, конечно, изменяется и вид кривой $u\ (f)$. Так, например, интерполяция зависимости $u^\circ\ (T_0)$ в виде $u^\circ \sim (1 - \beta T_0)^{-1}$, использованная в [4], дает линейную связь между скоростью горения и градиентом (кривая b). Можно себе представить и зависимость $u\ (f)$, противоположную случаю a. Если заинтерполировать скорость горения законом $u^\circ \sim \exp \beta T_0{}^2$, то при малых значениях начальной температуры скорость будет уменьшаться с ростом градиента, а при больших — возрастать (кривая c). Однако при любой зависимости скорости горения от градиента устойчивым режимам соответствуют участки кривых $u\ (f)$, на которых $du\,/\,df < 0$ (они изображены сплошной линией).



Фиг. 2



Фиг. 3

Иначе обстоит дело, если температура поверхности пороха сама меняется с начальной температурой. В этом случае критерий устойчивости стационарного режима горения при постоянном давлении имеет вид [3].

$$r > (k-1)^2\,/\,(k+1), \qquad r = (\partial T_1{}^\circ\,/\,\partial T_0)_p \tag{1.5}$$

где k имеет прежний смысл, а r — производная температуры поверхности по начальной температуре, измеренная в стационарном режиме.

Экспериментальные данные для пороха H — единственной системы, для которой сделаны в настоящее время измерения [5], с точностью до ошибок опыта удовлетворяют критерию (1.5). На фиг. 2 приведена кривая $r = (k-1)^2\,/\,(k+1)$ и точки, соответствующие режимам горения при разных давлениях и начальных температурах. Крестики отвечают давлению $p = 20$ *атм*, кружки — $p = 1$ *атм*. Цифры *1—8* соответствуют начальной температуре — 200°С, —150 °С, —100 °С, 0 °С, 50 °С, 100 °С и 140 °С. При повышении начальной температуры параметры k и r возрастают.

Обратимся теперь к зависимости $u\,(f)$. Характер ее, как и в случае постоянной температуры поверхности, будет определяться конкретными стационарными законами $u^\circ\,(T_0)$ и $T_1\,(T_0)$. Но устойчивым стационарным режимам отвечают участки кривой $u\,(f)$ как с отрицательными, так и с положительными значениями производной $du/\,df$. Действительно, как показано в [3], при переменной температуре поверхности имеем

$$\left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln f}\right)_p = \frac{k}{k+r-1}, \qquad \frac{1}{T_1{}^\circ - T_0}\left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln f}\right)_p = \frac{r}{k+r-1}$$

поэтому знак производных $du\,/\,df$ и $dT_1\,/\,df$ определяется знаком $k + r - 1$. На фиг. 2 пунктиром проведена прямая $r = 1 - k$. Из чертежа видно, что в устойчивых режимах, т. е. при выполнении условия (1.5), могут осуществляться случаи как положительных, так и отрицательных производных скорости горения и температуры поверхности по градиенту. На фиг. 3 изображены зависимости $u(f)$ и $T_1(f)$ при давлении $p = 20$ *атм* для пороха H.

Переменность температуры поверхности пороха приводит к ряду существенных эффектов, отсутствующих в модели с постоянной температурой: увеличивается область устойчивого горения пороха [3]; порох имеет собственную частоту, так что зависимость амплитуды скорости горения от частоты приложенного гармонически меняющегося давления имеет резонансный характер; наконец, возможны нелинейные незатухающие колебания скорости горения при постоянном давлении [6,7]. Естественно ожидать, что поведение пороха при изменяющемся давлении, т. е. нестационарное горение, будет также иным, чем в случае постоянной температуры поверхности, рассмотренном Я. Б. Зельдовичем. Ниже исследуются некоторые эффекты нестационарного горения при наличии переменной температуры поверхности пороха.

2. Малые изменения давления. Рассмотрим зависимость скорости горения от времени при изменении давления от некоторого начального значения p° до конечного $p_1 = p^\circ\,(1 + h)$. Инерционность конденсированной фазы $(x < 0)$, учитываемая уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u \frac{\partial T}{\partial x}, \qquad T\,(-\infty) = T_0, \qquad T\,(0) = T_1 \tag{2.1}$$

приводит к тому, что скорость горения $u\,(t)$ не соответствует своему стационарному значению $u^\circ(p)$ при мгновенном значении давления $p\,(t)$. Для полной постановки задачи кроме (2.1) нужно задать еще нестационарные законы горения $u\,(f,\ p)$ и $T_1\,(f,\ p)$ и зависимость давления от времени $p\,(t)$. Перейдем прежде всего к безразмерным переменным

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1{}^\circ - T_0}, \qquad \xi = \frac{u^\circ\,(p^\circ)}{\varkappa}\,x, \qquad \tau = \frac{[u^\circ\,(p^\circ)]^2}{\varkappa}\,t$$
$$\vartheta = \frac{T_1 - T_0}{T_1{}^\circ - T_0}, \qquad v = \frac{u}{u^\circ\,(p^\circ)}, \qquad \eta = \frac{p}{p^\circ}, \qquad \varphi = \frac{f}{f^\circ} \tag{2.2}$$

В этих переменных задача формулируется следующим образом. Найти зависимость скорости горения от времени при заданной функции давления от времени, причем скорость и температура поверхности определенным образом связаны с градиентом и давлением

$$v = v\,(\varphi,\ \eta), \qquad \vartheta = \vartheta\,(\varphi,\ \eta) \tag{2.3}$$

а температура внутри пороха удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - v\,\frac{\partial \theta}{\partial \xi}, \qquad \theta\,(-\infty) = 0, \qquad \theta\,(0) = \vartheta \tag{2.4}$$

Так как уравнение теплопроводности нелинейно, то точное решение задачи при произвольных соотношениях (2.3) и $\eta\,(\tau)$ наталкивается на значительные математические трудности. В связи с этим исследуем сначала случай малых изменений давления, т. е. рассмотрим линейное приближение.

Представим температуру, скорость, градиент и давление в виде

$$\theta = e^{\xi}(1+\theta_1), \quad \vartheta = 1+\vartheta_1, \quad v = 1+v_1, \quad \varphi = 1+\varphi_1, \quad \eta = 1+\eta_1$$

причем (2.5)

$$\varphi_1 = \vartheta_1 + \left.\frac{\partial\theta_1}{\partial\xi}\right|_{\xi=0}$$

Линеаризуя уравнение теплопроводности, получим

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta_1}{\partial\xi^2} + \frac{\partial\theta_1}{\partial\xi} - v_1, \qquad \theta_1(-\infty) = 0, \qquad \theta_1(0) = \vartheta_1 \tag{2.6}$$

Соотношения (2.3), согласно [6], записываются в виде

$$v_1 = \frac{k}{k+r-1}\varphi_1 + \frac{\delta-\nu}{k+r-1}\eta_1, \qquad \vartheta_1 = \frac{r}{k+r-1}\varphi_1 - \frac{\delta+\mu}{k+r-1}\eta_1 \tag{2.7}$$

Здесь k и r определяются посредством (1.4) и (1.5); ν и μ — параметры, характеризующие зависимость скорости горения и температуры поверхности от давления

$$\nu = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln p}\right)_{T_0}, \qquad \mu = \frac{1}{T_1^\circ - T_0}\left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln p}\right)_{T_0} \tag{2.8}$$

Наконец,

$$\delta = \nu r - \mu k \tag{2.9}$$

Для решения задачи воспользуемся преобразованием Лапласа

$$F(p) = p\int_0^\infty e^{-p\tau}F(\tau)\,d\tau$$

Из (2.6) имеем

$$p\theta_1(p) = \theta_1''(p) + \theta_1'(p) - v_1(p), \qquad \theta_1(p)|_{\xi=-\infty} = 0, \quad \theta_1(p)|_{\xi=0} = \vartheta_1(p)$$

где штрих обозначает дифференцирование по ξ. Решение этого уравнения с учетом граничных условий есть (2.10)

$$\theta_1(p) = [\vartheta_1(p) + v_1(p)/p]\,e^{z\xi} - v_1(p)/p, \qquad z = -{}^1/_2 + \sqrt{p + {}^1/_4}$$

Отсюда преобразованная по Лапласу поправка к градиенту

$$\varphi_1(p) = \vartheta_1(p) + z\,[\vartheta_1(p) + v_1(p)/p] \tag{2.11}$$

Преобразовав (2.7), получим еще два уравнения для определения $v_1(p)$, $\vartheta_1(p)$ и $\varphi_1(p)$

$$\begin{aligned} v_1(p) &= \frac{k}{k+r-1}\varphi_1(p) + \frac{\delta-\nu}{k+r-1}\eta_1(p) \\ \vartheta_1(p) &= \frac{r}{k+r-1}\varphi_1(p) - \frac{\delta+\mu}{k+r-1}\eta_1(p) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Из последних трех уравнений находим (2.13)

$$v_1(p) = \frac{\nu+\delta z}{1-k+(r+k/p)z}\eta_1(p), \qquad \vartheta_1(p) = \frac{\mu+\delta(1-z/p)}{1-k+(r+k/p)z}\eta_1(p)$$

$$\varphi_1(p) = \frac{\nu z/p + \mu(1+z) + \delta(1+z-z/p)}{1-k+(r+k/p)z}\eta_1(p)$$

При $p \ll 1$ эти выражения соответствуют очень медленному изменению давления (квазистационарный режим). Ограничиваясь первым членом разложения по p, имеем для скорости

$$v_1(p) = \nu\eta_1(p) + k(\nu-\mu)\,p\eta_1(p)$$

Первообразная от первого слагаемого есть просто поправка к скорости горения при изменении давления в стационарных условиях $\nu\eta_1(\tau)$. Второе же слагаемое пропорционально производной давления по времени (η_1 при $\tau = 0$ равно нулю). Таким образом, в квазистационарном режиме имеем

$$v_1(\tau) = \nu\eta_1(\tau) + k(\nu - \mu)\ d\eta_1/d\tau, \quad \vartheta_1(\tau) = \mu\eta_1(\tau) + r(\mu - \nu)d\eta_1/d\tau$$

$$\varphi_1(\tau) = (\nu + \mu)\eta_1(\tau) + (\nu - \mu)(k + r - 1)d\eta_1/d\tau \qquad (2.14)$$

т. е. при медленном изменении давления скорость горения, температура на поверхности и градиент отличаются от их стационарных значений при мгновенном значении давления $\eta_1(\tau)$ на величины, пропорциональные скорости изменения давления. Этот результат для модели с постоянной температурой поверхности был получен Я. Б. Зельдовичем [2]. Выражение (2.14) для скорости горения при $r = \mu = 0$ переходит в соотношение, полученное в указанной работе.

Рассмотрим теперь случай резкого изменения давления. Пусть в момент времени $\tau = 0$ давление изменяется от $\eta_1 = 0$ до $\eta_1 = h$, а в дальнейшем не меняется.

Такая постановка задачи является в определенной мере абстрактной. Во-первых, реально нельзя осуществить внезапного подъема или спада давления, и, во-вторых, при построении исследуемой модели пороха считаем равными нулю времена релаксации процессов, происходящих в газовой фазе и реакционном слое конденсированной фазы. В действительности, они отличны от нуля. Однако рассмотрение нестационарных явлений при такой простой зависимости давления от времени позволяет выяснить ряд существенных моментов в характере изменения скорости, температуры поверхности и градиента и перейти затем к исследованию реального случая изменения давления с конечной скоростью.

Малым временам соответствуют большие значения переменной Лапласа. Полагая $p \gg 1$ и $\eta_1(p) = h$, получаем из (2.13)

$$v_1(p) = \frac{\delta}{r}\left[1 + \frac{k(\mu+\delta)}{r\delta\sqrt{p}}\right]h$$

$$\vartheta_1(p) = \frac{\mu+\delta}{r\sqrt{p}}h$$

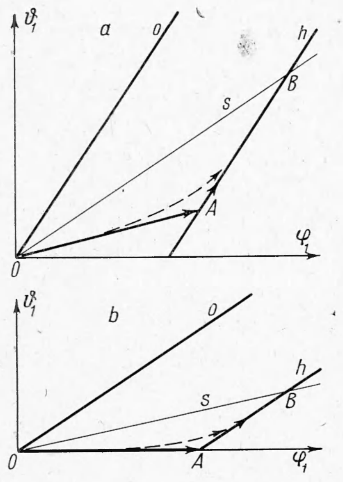
$$\varphi_1(p) = \frac{\mu+\delta}{r}\left[1 + \frac{k+r-1}{r\sqrt{p}}\right]h$$

Следовательно,

$$v_1(\tau) = \frac{\delta}{r}\left[1 + \frac{2k(\mu+\delta)}{r\delta}\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{1/2}\right]h$$

$$\vartheta_1(\tau) = \frac{2(\mu+\delta)}{r}\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{1/2}h \qquad (2.15)$$

$$\varphi_1(\tau) = \frac{\mu+\delta}{r}\left[1 + \frac{2(k+r-1)}{r}\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{1/2}\right]h$$



Фиг. 4

На фиг. 4, a и b, прямые o и h отвечают зависимостям (2.7) соответственно для $\eta_1 = 0$ и $\eta_1 = h$. Исходное состояние пороха изображается точкой O, конечное — точкой B. Стационарным режимам горения отвечают прямые s, уравнения которых

$$v_1 = \frac{\varphi_1}{1 + \mu/\nu}, \qquad \vartheta_1 = \frac{\varphi_1}{1 + \nu/\mu}$$

Эти выражения получены из законов стационарного горения $v_1 = \nu\eta_1$ и $\hat{\vartheta}_1 = \mu\eta_1$ при учете соотношений (2.7). Координаты точки B

$$v_1(B) = \nu h, \qquad \vartheta_1(B) = \mu h, \qquad \varphi_1(B) = (\mu + \nu)h$$

При резком изменении давления, как следует из (2.15), температура поверхности пороха остается постоянной, а скорость и градиент изменяются скачкообразно от нуля до

$$v_1(A) = \frac{\delta}{r} h, \qquad \varphi_1(A) = \frac{\mu + \delta}{r} h$$

Графически изменение состояния пороха в момент $\tau = 0$ изображается стрелками OA.

Из точки A система начинает двигаться по прямой AB в направлении конечного состояния — точки B. Действительно, коэффициенты перед $\sqrt{\tau}$ в выражениях (2.15) положительны: из графика видно, что $k + r - 1 > 0$ (наклон прямых o и h положителен) и $\mu + \delta > 0$ (температура поверхности при данном градиенте уменьшается с ростом давления). При изменении давления с большой, но конечной скоростью изменение состояния системы при малых τ изображается пунктирной кривой.

Физически легко понять, почему при резком изменении давления температура поверхности меняется мало, а скорость и градиент — сильно. Вследствие тепловой инерционности прогретого слоя конденсированной фазы температурный профиль при быстром подъеме давления не может существенно измениться. Однако небольшого увеличения температуры поверхности пороха достаточно для сильного возрастания градиента, а следовательно, и скорости.

Отметим, что в модели с постоянной температурой поверхности пороха при внезапном увеличении давления градиент остается постоянным, а скорость принимает значение

$$v_1(A) = \frac{\nu}{1 - k} h$$

большее, чем ее конечная величина $v_1(B) = \nu h$. Затем начинается постепенное уменьшение скорости до значения $v_1(B)$. При переменной температуре поверхности в первый момент все величины (скорость, температура и градиент) принимают значения меньшие, чем в точке B.

Рассмотрим теперь, как происходит приближение к конечному стационарному режиму. Для этого возьмем выражение (2.13) для скорости горения и, воспользовавшись правилами операционного исчисления [9], найдем оригинал $v_1(\tau)$. Вычисления приводят к следующему результату

$$\begin{aligned} \frac{v_1(\tau)}{h} = \left(\frac{\delta}{r} - \frac{\nu}{2}\right)\Big[2e^{-\lambda\tau}\cos\omega\tau - e^{-1/4\tau}\, U\left(\frac{\omega r}{k-1}\sqrt{\tau}, \frac{k-1}{2r}\sqrt{\tau}\right)\Big] + \\ + \frac{k-1}{2\omega r^2}\left(\frac{k(\delta+\mu)}{r} + \frac{\nu(1-r+k)}{2}\right)\Big[2e^{-\lambda\tau}\sin\omega\tau + \\ + e^{-1/4\tau}\, V\left(\frac{\omega r}{k-1}\sqrt{\tau}, \frac{k-1}{2r}\sqrt{\tau}\right)\Big] + \frac{\nu}{2}\operatorname{erfc}\left(-\frac{\sqrt{\tau}}{2}\right) \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}, \qquad \omega_0 = \frac{\sqrt{k}}{r}, \qquad \lambda = \frac{r(k+1) - (k-1)^2}{2r^2} \tag{2.17}$$

Здесь ω_0 и λ — собственная частота и декремент затухания колебаний скорости горения пороха, введенные в [6]. Функции $U(x, y)$ и $V(x, y)$ связаны с интегралом вероятности от комплексного аргумента простыми соотношениями

$$U(x, y) + iV(x, y) = W(z), \qquad z = x + iy$$

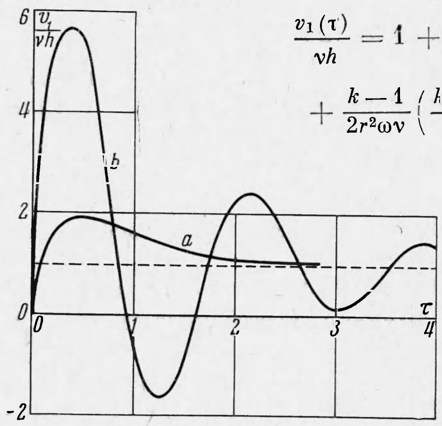
причем

$$W(z) = e^{-z^2}\left[1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{t^2} dt\right]$$

Функция $W(z)$ иротабулирована в [10]. Асимптотически при $\tau \gg 1$

$$\frac{v_1(\tau)}{\nu h} = 1 + \frac{2e^{-\tau/4}}{\sqrt{\pi\tau}} + 2e^{-\lambda\tau}\left[\left(\frac{\delta}{r\nu} - \frac{1}{2}\right)\cos\omega\tau + \right.$$

$$\left. + \frac{k-1}{2r^2\omega\nu}\left(\frac{k(\delta+\mu)}{r} + \frac{\nu(1-r+k)}{2}\right)\sin\omega\tau\right] \qquad (2.18)$$



Фиг. 5

Характер зависимости $v_1(\tau)$ во многом зависит от величины коэффициента затухания λ. Если λ велико, то осциллирующий член быстро затухает. Наоборот, при малом λ колебания скорости горения происходят долго. Изменение температуры поверхности и градиента в этом случае тоже имеет колебательный характер.

На фиг. 5 представлены типичные зависимости скорости горения от времени. Кривая a построена для пороха со следующими параметрами:

$$k = 1.5, \quad r = 0.5, \quad \nu = {}^2/_3, \quad \mu = {}^1/_6.$$

При этом

$$\omega_0 = \sqrt{6}, \quad \lambda = 2, \quad \omega = \sqrt{2}.$$

Такие параметры соответствуют пороху H, горящему при давлении 20 *атм* с начальной температурой 20 °С. Кривая b построена для пороха с параметрами, выбранными так, чтобы коэффициент затухания был мал по сравнению с частотой колебаний. В этом случае

$$k = 2, \ r = 0.4, \ \nu = {}^2/_3 \ \mu = 0, \ \omega_0 = 2.5\sqrt{2}, \ \lambda = 0.625, \ \omega \approx 3.5$$

Как в одном, так и в другом случаях видно существенное превышение нестационарной скорости горения над ее конечным значением $v_1(\infty) = \nu h$. Для кривой a имеем один максимум скорости горения. В случае же осцилляций — многократное прохождение значения νh, причем падение скорости может быть даже ниже ее начального значения.

3. Большие изменения давления. Потухание пороха. При больших изменениях давления линейного приближения уже недостаточно. В этом случае небходимо решать нелинейное уравнение теплопроводности (2.4) при учете нелинейных связей скорости горения и температуры поверхности с градиентом и давлением (2.3). Качественный характер изменения скорости во времени будет, конечно, таким же, как и в разобранном выше случае малых перепадов давления. В частности, останется справедливым вывод о малом изменении температуры и скачках скорости и градиента в начальные моменты времени.

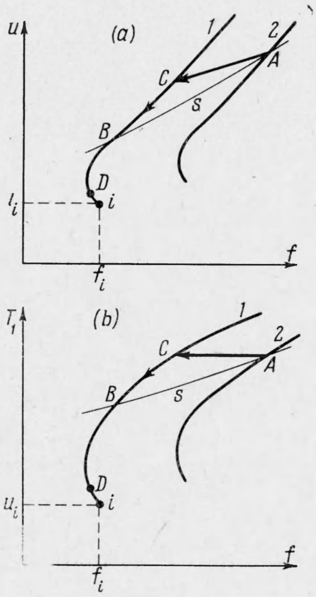
Очевидно, что асимптотика скорости горения при больших временах будет иметь осциллирующую с частотой ω составляющую. Однако при больших амплитудах колебаний скорости горения могут возникнуть незатухающие и даже растущие во времени нелинейные колебания.

Это связано с тем, что декремент затухания λ при учете нелинейных свойств системы начинает зависеть от амплитуды колебаний [7]. Детальное поведение скорости горения при заданном изменении давления может быть получено либо численным интегрированием исходных уравнений, либо каким-нибудь приближенным способом, например методом интегральных соотношений, примененным для модели с постоянной температурой поверхности в [4, 8, 11, 12].

Я. Б. Зельдовичем был рассмотрен вопрос о потухании пороха при быстром уменьшении давления. Это явление связано с тем, что градиент температуры у поверхности пороха в стационарном режиме тем больше, чем выше давление. С другой стороны, в предположении экспоненциальной зависимости $u^\circ \sim \exp \beta T_0$ при любом давлении на кривой $f(u)$ есть максимум (см. фиг. 1, кривая a). Если после сброса давления градиент превышает его максимальное значение при конечном давлении, то горение невозможно, и порох потухает.

Таким образом, для объяснения потухания в модели с постоянной температурой поверхности существен вид кривой $u(f)$. А именно, потухание можно объяснить только в случае кривой a. Для зависимостей $u(f)$, показанных на кривых b и c (фиг. 1), потухание невозможно.

Рассмотрим теперь, как можно объяснить потухание пороха при достаточно быстром и глубоком спаде давления в случае пороха, температура поверхности которого переменна. На наш взгляд, для правильного понимания этого явления необходимо знать поведение кривых $u(f)$ и $T_1(f)$ при достаточно низких u и T_1. Фиг. 3 построена по экспериментальным данным, относящимся к стационарному горению в интервале начальных температур $-200°\,C \leqslant T_0 \leqslant +140°\,C$. Каких результатов следует ожидать при дальнейшем понижении начальной температуры пороха? Может оказаться, что стационарное горение станет невозможным при некоторой температуре. В этом случае кривые $u(f)$ и $T_1(f)$ окончатся в точках (f_i, u_i) и (f_i, T_{1i}). Возможен и другой вариант — стационарное горение существует вплоть до начальной температуры, равной абсолютному нулю. Тогда нестационарные законы $u(f)$ и $T_1(f)$ могут быть получены из стационарных зависимостей $u°(T_0)$ и $T_1°(T_0)$ только лишь до определенных значений скорости и температуры поверхности. Однако нестационарные зависимости имеют смысл и ниже этих значений. Их определение в этой области должно базироваться на опытах с нестационарным горением (например в экспериментах по воспламенению пороха). Естественно ожидать, что и в этом случае горение осуществляется лишь при условии, что температура поверхности выше некоторой, т. е. кривая оканчивается в определенной точке (f_i, T_{1i}). Этой точке соответствует точка окончания кривой скорости (f_i, u_i).



Фиг. 6

На фиг. 6,a и b, изображены зависимости скорости горения и температуры поверхности от градиента при двух значениях давления $p_1 < p_2$ (соответственно кривые *1* и *2*). Кривые s отвечают стационарным режимам горения при данной температуре пороха T_0 и разных давлениях. Рассмотрим качественно поведение пороха при изменении давления от p_2 до p_1. Начальное состояние изображается точкой A, конечное — B. При медленном изменении давления переходный процесс изображается кривой s. В случае быстрого изменения давления температура поверхности меняется мало (в предельном случае внезапного понижения давления — вообще не меняется), а градиент и скорость горения испытывают резкие изменения. Это показано стрелками AC. Температурный профиль внутри пороха за время изменения давления почти не меняется. На фиг. 7 сплошная кривая A соответствует начальному распределению температур, а пунктирная кривая C, отличающаяся слегка от A только вблизи поверхности пороха, изображает профиль температур сразу после сброса давления — температура поверхности изменилась мало от $T_1(A)$ до $T_1(C)$, а градиент на поверхности — сильно. Новому значению градиента соответствует стационарный профиль температур C_1, отвечающий большей начальной температуре пороха. Если в дальнейшем давление остается постоянным и равным p_1, то состояние пороха будет меняться вдоль кривой 1 (см. фиг. 6) в направлении CB. Температура поверхности и скорость горения будут падать. Действительно, для профилей температур C и C_1 вблизи поверхности пороха имеем соотношения

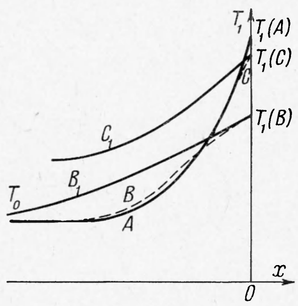
$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{C_1} = 0, \qquad \left(u\,\frac{\partial T}{\partial x}\right)_C = \left(u\,\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{C_1}, \qquad \left(\varkappa\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_C < \left(\varkappa\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{C_1}$$

и, следовательно, из уравнения теплопроводности (2.1)

$$(\partial T \,/\, \partial t)_C < 0$$

Если спад давления был достаточно резким, то при подходе к точке B имеющийся в порохе профиль температур будет сильно отличаться от стационарного (кривые B и B_1 на фиг. 7), что по тем же причинам приведет к дальнейшему понижению скорости горения и температуры поверхности, т. е. к прохождению точки B в направлении точки окончания кривых i.

Дальнейший ход нестационарного процесса зависит от того, насколько глубоким и резким был спад давления. При малой величине $p_2 \,/\, p_1$ или при медленном изменении давления на участке Bi возникает профиль температур, при котором вторая производная температуры около поверхности совпадает со второй производной стационарного профиля. При этом в точке D понижение температуры прекратится и начнется колебательное приближение к стационарному режиму. При больших же и резких спадах давления нестационарный процесс может дойти до точки i, в которой прекращается горение — порох потухает.



Фиг. 7

Таким образом, основная причина потухания пороха в модели с переменной температурой поверхности та же, что и в модели Я. Б. Зельдовича — резкое отличие профилей температуры в исходном и конечном состояниях. Однако детальное поведение скорости и температурного распределения и критерий потухания существенно отличаются. При постоянной температуре поверхности потухание определяется точкой с бесконечной производной на кривой $u\,(f)$; в модели с переменной температурой поверхности пороха — точкой i, соответствующей окончанию кривых $u\,(f)$ и $T_1\,(f)$. При отсутствии потухания релаксация температурного профиля к стационарному распределению происходит в первом случае «вязким» образом, а во втором — носит колебательный характер.

Отметим, что обе модели дают качественно одинаковые зависимости между минимальной глубиной спада и скоростью изменения давления, необходимых для потухания. При увеличении отношения $p_2 \,/\, p_1$ минимальная скорость спада давления, достаточная для потухания, уменьшается. Действительно, возникновение потухания зависит от того, насколько далеко отстоит точка C от точки B, а это расстояние увеличивается с ростом глубины и скорости спада давления. Таким образом, кривые потухания, т. е. зависимости отношения $p_2 \,/\, p_1$, достаточного для потухания, от скорости сброса давления $dp \,/\, dt$ будут иметь качественно такой же вид, как и в модели с постоянной температурой поверхности (кривые потухания для этого случая приближенно рассчитаны в [11]). В связи с этим отметим, что экспериментальные данные (например [13]) качественно объясняются как той, так и другой моделью. Для количественного анализа явления потухания и сопоставления результатов его с опытными данными необходимо знать, конечно, детальный вид зависимостей $u\,(f,\, p)$ и $T_1\,(f,\, p)$. Отсюда и возникает важная, на наш взгляд, экспериментальная задача определения стационарных зависимостей $u^\circ\,(T_0,\, p)$ и $T_1{}^\circ\,(T_0,\, p)$ в более широких, чем это сделано сейчас, интервалах изменения давления и начальной температуры.

4. **О воспламенении порохов.** При постоянной температуре поверхности, как показано Я. Б. Зельдовичем, для воспламенения пороха необходимо нагреть его поверхность до определенной температуры и создать достаточный запас тепла в конденсиро-

ванной фазе так, чтобы градиент температуры был меньше максимально возможного при данном давлении и состояние пороха описывалось бы точкой, лежащей на участке кривой $u(f)$, отвечающем устойчивым режимам горения. Различные режимы воспламенения пороха в зависимости от интенсивности теплоподвода были рассмотрены В. Б. Либровичем [8], который показал, что при достаточно сильном теплоподводе воспламенения вообще не происходит — при газификации пороха устанавливается стационарный режим с градиентом температуры, при котором пламя над поверхностью существовать не может.

Обратимся теперь к случаю переменной температуры поверхности. Очевидно, что воспламенение может произойти лишь после того, как температура поверхности достигнет значения T_{1i}. До начала нагрева $T_1 = T_0$ и $f = 0$. При нагреве пороха начинается рост как температуры поверхности, так и градиента. Тем же способом, который был использован при рассмотрении потухания пороха, легко показать, что если температура поверхности достигла значения T_{1i}, а градиент в этот момент f_0 больше f_i, то после воспламенения температура поверхности должна упасть, т. е. порох должен потухнуть. Действительно, после воспламенения нестационарная связь $T_1(f)$ требует однозначной зависимости между температурой поверхности и градиентом. Поэтому в момент воспламенения температурный профиль должен измениться так, чтобы произошло уменьшение градиента от f_0 до f_i. Но при возникающем после этого температурном распределении температура поверхности будет уменьшаться (вторая производная температуры меньше, чем в стационарном профиле, отвечающем градиенту f_i). Таким образом, быстрый нагрев пороха может привести лишь к его вспышке.

Для воспламенения пороха необходимо нагревать его достаточно медленно, чтобы к моменту достижения температуры поверхности значения T_{1i} градиент на поверхности был бы не больше f_i. Только в этом случае после воспламенения будет происходить повышение температуры поверхности и увеличение скорости горения с последующей релаксацией к стационарному режиму (при этом возможны колебания около конечного стационарного режима).

Автор благодарен О. И. Лейпунскому, А. Г. Истратову, В. Б. Либровичу и А. Д. Марголину за обсуждение и ряд советов.

Поступила 29 IX 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. Ж. эксперим. и теор. физ., 1942, т. 12, № 11—12.
2. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
3. Новожилов Б. В. Критерий устойчивости стационарного режима горения пороха. ПМТФ, 1965, № 4.
4. Гостинцев Ю. А., Марголин А. Д. О нестационарном горении пороха. ПМТФ, 1964, № 5.
5. Зенин А. А., Лейпунский О. П., Марголин А. Д., Нефедова О. И., Похил П. Ф. Поле температур у поверхности горящего пороха и устойчивость горения. Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 3.
6. Новожилов Б. В. Горение пороха при гармонически меняющемся давлении. ПМТФ, 1965, № 6.
7. Новожилов Б. В. Нелинейные колебания скорости горения пороха. ПМТФ, 1966, № 5.
8. Либрович В. Б. К теории воспламенения порохов и взрывчатых веществ. ПМТФ, 1963, № 6.
9. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. Изд. «Высшая школа», 1965.
10. Фаддеева В. Н., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. Гостехиздат, 1954.
11. Истратов А. Г., Либрович В. Б., Новожилов Б. В. О приближенном методе в теории нестационарной скорости горения пороха. ПМТФ, 1964, № 3.
12. Гостинцев Ю. А., Марголин А. Д. О нестационарном горении пороха под действием импульса давления. Научно-технические проблемы горения и взрыва, 1965, № 2.
13. Ciepluch C. C. Effect of rapid pressure decay on solid propellant combustion. ARS Journal, 1961, vol. 31, No. 11.