

При плавной зависимости f_n от n величина $\varepsilon_n(t)$ мала при всех t . Пренебрегая этой величиной, находим решение системы (Д.2) в явном виде

$$(Д.3) \quad f_n(t) = \frac{e^{-t/\tau_n}(1-f_n^0)\beta_n + f_n^0 - \beta_n}{e^{-t/\tau_n}(1-f_n^0) + f_n^0 - \beta_n},$$

$$\tau_n^{-1} = K_{n+1,n} - K_{n+1,n+2} + K_{n,n+1} - K_{n,n-1}.$$

Постоянные интегрирования f_n^0 определяются по начальным данным с помощью (Д.4) $b_n f_n^0 = x_{n+1}(0)/x_n(0)$.

Заселенности x_n выражаются через найденные функции f_n с помощью n -кратного применения (Д.4):

$$(Д.4) \quad x_n(t) = x_0(t) \prod_{k=0}^{n-1} b_k f_k(t), \quad x_0(t) = N \left[1 + \sum_{n=1}^{n_0} \prod_{k=0}^{n-1} b_k f_k(t) \right]^{-1}.$$

Петрудно убедиться, что решение (Д.4) обладает всеми свойствами решения (1.5)–(1.8), применимо в отличие от последнего для менее плавных распределений и может быть использовано в п. 2–4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смит К., Томсон Р. Численное моделирование газовых лазеров. М.: Мир, 1981.
2. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980.
3. Дубровский Г. В. Упрощенные кинетические подходы к динамике структурного релаксирующего газа. — ЖТФ, 1982, т. 52, № 10.
4. Генералов Н. А., Куксенко Б. В. и др. Одновременное рассмотрение процессов колебательной релаксации и термической диссоциации двухатомных молекул. — Теор. и эксперим. химия, 1968, т. 4, № 3.
5. Hsu C. T., Maillie F. H. Vibrational relaxation of anharmonic oscillators with vibration-vibration and vibration-translation energy exchanges. — J. Chem. Phys., 1970, vol. 52, N 4.
6. Сафарян Н. М., Скребков О. В. О классическом (диффузионном) и квантово-механическом методах расчета кинетики VT-обмена и радиационной дезактивации двухатомных молекул. Препринт № 56. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1975.
7. Найдис Г. В. Колебательно-поступательная релаксация ангармонических осцилляторов при низких температурах. — ПМТФ, 1976, № 2.
8. Никитин Е. Е., Осипов А. И. Колебательная релаксация в газах. — В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Кинетика и катализ. Т. 4. М.: ВИНИТИ, 1977.
9. Железняк М. Б., Найдис Г. В. Распределение по колебательным уровням, скорости колебательной релаксации и диссоциации двухатомных молекул в неравновесных условиях. — ПМТФ, 1976, № 1.
10. Каланов Т. Э., Осипов А. И., Панченко В. Я., Хабибуллаев П. К. Колебательная релаксация в газовых системах с источниками колебательно-возбужденных молекул. Ташкент: ФАН, 1981.
11. Лосев С. А., Шаталов О. П., Ялович М. С. О влиянии ангармонизма на время релаксации при адиабатическом возбуждении и дезактивации колебаний молекул. — ДАН СССР, 1970, т. 195, № 3.
12. Осипов А. И. О вероятности превращения колебательной энергии кислорода при столкновении с молекулой двуокиси азота. — ДАН СССР, 1961, т. 139, № 2.

Поступила 28/VI 1983 г.

УДК 536.71 : 532.529

ЗАТУХАНИЕ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНЫХ И ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ

Л. В. Альтшулер, Б. С. Кругликов

(Москва)

1. Общие закономерности затухания ударных волн. Для многих направлений использования взрывных процессов существенны характеристики расходящихся ударных волн на разных расстояниях от очага энер-

говыведения. Наибольшее снижение давлений и наиболее эффективная локализация механических эффектов сильного взрыва достигаются в средах, обладающих малой тепловой упругостью (малым коэффициентом Грюнайзена) и большой сжимаемостью. Первый из этих факторов при заданной энергии взрыва определяет амплитуду давлений в ближней зоне, а второй — быстроту затухания ударной волны с расстоянием.

Затухание ударных волн вызывается [1] тремя причинами: взаимодействием разрыва с догоняющими волнами разгрузки, геометрической расходимостью волн и релаксационными процессами. Общая формула затухания под действием двух первых факторов, согласно [1], получена в 1942—1943 гг. Харрисом для сферических, цилиндрических и плоских волн. Для более общего случая волновой поверхности произвольной конфигурации, характеризующейся двумя гауссовыми радиусами кривизны R_1 и R_2 и нормалью N , справедливо уравнение

$$(1.1) \quad D \left[(D-u) + \rho c^2 \left(\frac{du}{dp} \right) \right] \frac{dp}{dN} = [(D-u)^2 - c^2] \left(\frac{\partial p}{\partial N} \right)_\Phi - \rho c^2 u (D-u) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где D — скорость фронта ударной волны (УВ); p , u и ρ — соответственно давление, массовая скорость и плотность среды на фронте УВ; c — скорость звука; dp/dN — производная, определяющая затухание ударного разрыва, а величина $(\partial p/\partial N)_\Phi$ характеризует градиент спада давлений за фронтом УВ.

Для сферической ($n = 3$, $R_1 = R_2 = R$), цилиндрической ($n = 2$, $R_1^{-1} = 0$, $R_2 = R$) и плоской ($n = 1$, $R_1^{-1} = R_2^{-1} = 0$) волн уравнение (1.1) можно представить в компактном виде

$$(1.2) \quad \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{M^2 (D + u D'_u) + D}{D + u D'_u} \frac{d \ln p}{d \ln R} = - (1 - M^2) \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln R} \right)_\Phi - (n - 1),$$

где $M = (D - u)/c$ — число Маха; ρ_0 — начальная плотность среды.

Для сильных ударных волн ($\rho/\rho_0 = \text{const} = h$) адиабата в $p - u$ -координатах имеет касательную $D'_u = D/u$, проходящую через начало координат. В этом случае (1.2) преобразуется к виду

$$(1.3) \quad h (M^2 + 0,5) \frac{d \ln p}{d \ln R} = - (1 - M^2) \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln R} \right)_\Phi - (n - 1).$$

Ниже с использованием (1.3) рассматривается затухание сильной ударной волны в идеальном газе, в пористо-несжимаемой среде Компанейца, а также в равновесной двухфазной смеси. Проведенный анализ привел к выводу о целесообразности исследования затухания ударных волн в специальных каркасных системах, которые моделируются гетерогенной средой на основе двухскоростной двухтемпературной модели [2].

2. Взрыв в идеальном газе. Задача о сильном взрыве в идеальном газе, решенная в [3], приводит к известным соотношениям, согласно которым закон затухания параметров ударной волны на фронте описывается при разной геометрии ($n = 1, 2, 3$) следующими соотношениями для давления, массовой скорости и удельного импульса:

$$(2.1) \quad \frac{d \ln p}{d \ln R} = -n, \quad \frac{d \ln u}{d \ln R} = -\frac{n}{2}, \quad \frac{d \ln I}{d \ln R} = -\frac{n}{2} + i.$$

Удельный импульс I определяется здесь как количество движения $I = R^{-(n-1)} \int_0^R \rho(r) u(r) r^{n-1} dr$, содержащегося в угловом секторе, опирающемся на единичную площадку волнового фронта.

Для сферического точечного взрыва с энерговыведением E в газе с постоянным показателем адиабаты γ и предельным сжатием $h =$

γ	$\alpha(\gamma)$	$q_1(\gamma)$	$\frac{q_1(\gamma)}{(\gamma-1)}$	$q_2(\gamma)$	$q_3(\gamma)$	γ	$\alpha(\gamma)$	$q_1(\gamma)$	$\frac{q_1(\gamma)}{(\gamma-1)}$	$q_2(\gamma)$	$q_3(\gamma)$
1,1	3,4195	0,0446	0,446	0,2060	0,064	1,3	1,1436	0,1217	0,406	0,3253	0,095
1,15	2,2894	0,0650	0,433	0,2459	0,076	1,4	0,8510	0,1567	0,392	0,3613	0,106
1,2	1,7198	0,0846	0,423	0,2773	0,084	5/3	0,4936	0,2431	0,365	0,4270	0,120

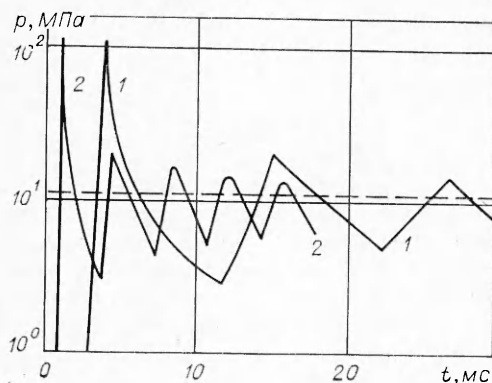
$= (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ плотность, давление, массовая скорость и удельный импульс на фронте УВ представляются следующим образом:

$$(2.2) \quad \rho = h(\gamma) \rho_0, \quad p = q_1(\gamma) \left(\frac{E}{R^3} \right), \quad u = q_2(\gamma) \left(\frac{E}{\rho_0 R^3} \right)^{1/2}, \\ I = q_3(\gamma) \left(\frac{E \rho_0}{R} \right)^{1/2}$$

с коэффициентами $q_1(\gamma) = (8/25)[1/(\alpha(\gamma)(\gamma + 1))]$, $q_2(\gamma) = (4/5)[1/((\gamma + 1)^2 \alpha(\gamma))]^{1/2}$, зависящими от γ [3] ($\alpha(\gamma)$ — постоянный коэффициент в решении Седова). Коэффициент $q_3(\gamma)$ может быть численно рассчитан по известному автомодельному решению [3, 4].

Для разных значений γ величины коэффициентов в (2.2) приведены в таблице. Сравнение коэффициентов $q_1(\gamma)$ и коэффициента Грюнайзена $\Gamma = \gamma - 1$ (см. четвертый столбец таблицы) указывает на их приближенную пропорциональность, что приводит к почти линейной зависимости давления на фронте УВ от тепловой упругости среды Γ . Величина удельного импульса пропорциональна $\rho_0^{1/2}$ и, согласно данным таблицы, является монотонно возрастающей функцией γ .

При рассмотрении взрыва в замкнутом объеме уменьшение импульса за счет снижения начальной плотности среды (декаплинг [5]) происходит за счет сужения во временной шкале профиля волны и соответственно уменьшения времени воздействия давлений на стенку замкнутого объема. Для иллюстрации этого эффекта проведены расчеты действия взрыва



Ф и г. 1

($E = 7,1 \cdot 10^{12}$ Дж) в газе плотностью 1 кг/м^3 (обычный воздух) и в разреженном воздухе ($\rho_0 = 0,1 \text{ кг/м}^3$) в замкнутом объеме радиусом $R = 40 \text{ м}$. Применялась методика расчета [6] по методу конечных разностей. На фиг. 1 показано изменение давления на стенке замкнутого объема со временем для первого 1 и второго 2 случаев. Можно видеть, что многократное воздействие циркулирующих волн в среднем близко к статическому давлению равномерно распределенной энергии взрыва (штриховая линия).

Выражение градиента спада давления за фронтом УВ для произвольного γ получено путем сравнения (1.3) и (2.1). Результатом является соотношение

$$(2.3) \quad \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln R} \right)_\Phi = \frac{n(3\gamma - 1) + 2\gamma(\gamma - 1)}{\gamma^2 - 1}$$

Из (2.3) следует, что пространственная ширина пика давлений не зависит от плотности, но с уменьшением γ профиль сжимается, градиент давлений увеличивается и в пределе при $\gamma = 1$ обращается в бесконечность. Полученное аналитическое выражение является непосредственным следствием теории автомодельного взрыва [3], но в соответствующих монографиях не приводится.

3. Пористо-несжимаемая среда Комнанийца (ПНС). Уравнение состояния и ударная адиабата в ПНС в $p - V$ -координатах представляются вертикальной линией, отстоящей от начала координат на отрезок V_0/h [7] (величина h — параметр уплотнения, равный отношению начального и конечного объемов V_0/V). За фронтом УВ скорость звука в сжатом состоянии бесконечна и $M = 0$. Соотношение (1.3) принимает для ПНС вид

$$(3.1) \quad \frac{h}{2} \frac{d \ln p}{d \ln R} = - \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln R} \right)_\Phi - (n - 1).$$

При больших h в автомодельной волне, прошедшей расстояние R , на внутренней границе уплотненного слоя давление равно нулю. Тогда градиент давлений внутри слоя толщиной R/h постоянен и равен nhp/R . Если $h \gg n - 1$, то на основании (3.1) получим, что с достаточно хорошей точностью выполняются соотношения

$$(3.2) \quad \begin{aligned} d \ln p / d \ln R &= -2n, & d \ln u / d \ln R &= -n, \\ d \ln I / d \ln R &= -n + 1. \end{aligned}$$

Из (3.2) следует, что затухание давлений, скоростей и импульсов в ПНС при больших h происходит намного быстрее, чем в идеальном газе. В частности, для сферической ударной волны вместо (2.2) имеем

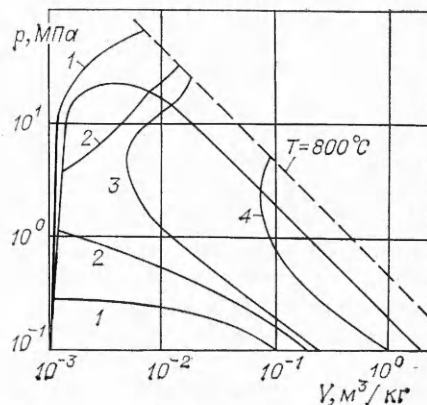
$$(3.3) \quad p \sim 1/R^6, \quad u \sim 1/R^3, \quad I \sim 1/R^2.$$

Соотношения (3.3) можно использовать для описания результатов экспериментов по проведению взрывов в средах, подобных снегу, вермикулиту, водяной пене и т. д. В частности, соотношение (3.3) для импульса естественно объясняет эмпирически найденную в [8] зависимость для затухания импульса в пенной среде. Следует отметить, что вопросы затухания ударных волн в средах пенистой структуры детально исследованы экспериментально и теоретически в [8—10].

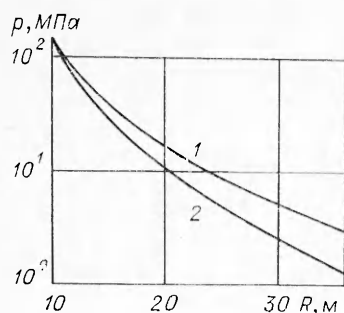
4. Равновесная парожидкостная среда. Рассмотрим равновесную двухфазную смесь воды и водяного пара. Аддитивно рассчитанные по линии равновесия воды [11] адиабаты представлены на фиг. 2. Аналогичный вид адиабат ранее получен в [12, 13] по разработанным авторами этих работ уравнениям состояния воды. Показанные адиабаты 1—4 соответствуют начальным плотностям смеси $\rho_0 = 10; 5; 4$ и 1 кг/м³. Адиабаты типа 1, отвечающие преобладающему весовому содержанию воды, характеризуются аномально малым коэффициентом Грюнайзена ($\Gamma \sim 0,02$) и очень большими значениями предельного сжатия $h \sim 100$ ($h = 1 + 2/\Gamma$). Такое поведение среды физически обусловлено конденсацией пара в ударной волне, уменьшающей грюнайзеновское отношение. Для адиабат типа 4 с преобладающим содержанием пара менее значительное снижение коэффициента Грюнайзена имеет место за счет поглощения скрытой теплоты испарения, несмотря на некоторое увеличение при испарении мольного содержания газовой фазы. На вертикальной ветви адиабаты 1 $D \sim c$, а разность $D - u = Dh^{-1}$. Такие значения $D - u$ и c приводят к исчезающе малым числам Маха.

В результате при определенных начальных плотностях затухание сильных ударных волн в равновесных двухфазных смесях при давлениях, меньших критического p_c , может быть описано на основе модели ПНС.

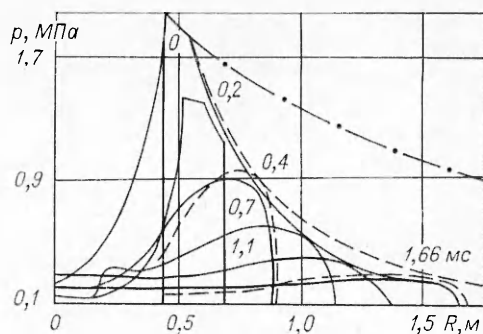
Фактически при взрыве в такой двухфазной среде возникают три области течения: ближняя зона, где $p \gg p_c$, вещество ведет себя подобно идеальному газу, промежуточный



Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

слоем, где давление уменьшается до $p < p_c$, и наружный слой, в котором реализуется модель ПНС, т. е. выполняются в сферическом случае соотношения (3.3).

В случае парожидкостной смеси с адиабатой типа 4 некоторые результаты расчетов по методике [6] для двухфазной парожидкостной литевой смеси с использованием построенного авторами модельного уравнения состояния лития представлены на фиг. 3. Кривая 1 характеризует изменение давления на фронте УВ в идеальном газе ($\gamma = 1,4$) при точечном взрыве ($E = 0,84 \cdot 10^{12}$ Дж). Кривая 2 определяет существенно более сильное затухание в двухфазной литевой среде ($\rho_0 = 1$ кг/м³), расположенной в концентрической области $R \geq 10$ м.

5. Затухание ударных волн в закреплённой каркасной системе. Образование внутренних перегретых областей снижает демпфирующие свойства пористо-несжимаемых и двухфазных сред, рассмотренных выше. Существенное затухание ударной волны достигается введением на пути ее распространения зоны, занимаемой обтекаемым неподвижным каркасом, растягивающим фронт ударной волны и превращающим одномерное течение газа в систему струй, испытывающих торможение при встрече с элементами каркаса.

В первом приближении такая система математически моделируется процессом проникновения ударной волны в гетерогенный слой аэровзвеси с закреплёнными («замороженными») частицами, который естественно описывается двухскоростной двухтемпературной моделью [2]. Расчеты проводились методом крупных частиц [14].

Предполагалось, что для аэровзвеси выполняются традиционные допущения механики многофазных сред (частицы сферические и монодисперсные, расстояния между ними малы по сравнению с характерными масштабами течений, эффекты вязкости и теплопроводности существенны только в процессах взаимодействия фаз, столкновение между частицами, их деформация и дробление отсутствуют). Для иллюстрации ослабляющего действия каркасной системы решена следующая задача. На слой аэровзвеси неподвижных частиц железа протяженностью 1,5 м перед преградой падает плоская волна с треугольным профилем скорости длиной 0,45 м при $M = 4,17$ и максимальном давлении 2 МПа (противодавление равно 0,1 МПа). Диаметр частиц d изменялся в расчетах от 60 до 1200 мкм, а объемное содержание частиц α_V — от 0,1 до 6%, что соответствует изменению параметра системы решеток d/l от 8 до 2 (l — расстояние между центрами частиц). Изучалось изменение параметров в проходящей и отраженной от жесткой стенки ударной волне, включая импульсное воздействие. Показано, что интенсивность затухания ударной волны возрастает при увеличении концентрации и уменьшении размера частиц. На фиг. 4 даны профили давления в проходящей волне в разные моменты времени для частиц с $d = 60$ мкм при $\alpha_V = 0,1\%$ (штриховые линии — профили для случая подвижных частиц), а также изменение амплитудного давления ударной волны с расстоянием для случаев идеального газа без частиц ($\gamma = 1,4$) (штрихпунктирная линия), подвижных (штриховая линия)

и неподвижных частиц (сплошная линия). Можно видеть очень сильное затухание давлений в аэровзвеси (случаи подвижных и неподвижных частиц незначительным образом отличаются друг от друга). При этом давление в отраженной от стенки ударной волне уменьшается в 11 раз, а величина максимального импульса избыточного давления — в 4 раза сравнительно со случаем чистого газа. Близкий результат достигается при одновременном увеличении на порядок размера частиц и их объемного содержания.

6. Каркасная система с испаряющимся компонентом. Полное поглощение механической энергии взрыва достигается при введении в каркасную систему испаряющегося компонента в форме капель, пены или аэрозолей с большой теплотой испарения частиц.

При скрытой теплоте испарения θ минимальная необходимая масса испаряющегося компонента m при энергии взрыва E приближенно находится из соотношения

$$(6.1) \quad m = E/\theta.$$

Численные оценки на основе (6.1) показывают, что для графитового аэрозоля (углерода) $m \approx 0,07 E$, лития $m \approx 0,2 E$ и воды $m \approx 2 E$ (E в тоннах тротилового эквивалента, m в тоннах).

Применение каркасной системы с испаряющимися компонентами может обеспечить эффективное решение ряда практически важных задач. К их числу относятся: создание технологических взрывных камер с минимальными толщинами стенок, защита импульсных реакторов от механических и лучевых повреждений [15], блокирование распространения детонационных волн в горных выработках [16] и т. д.

Авторы выражают глубокую признательность Р. И. Нигматулину за обсуждение результатов данной работы и А. Г. Кутушеву за проведение расчетов по двухскоростной двухтемпературной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Duvall G. Maxwell-like relations in condensed materials. Decay of shock waves.— Iranian J. Science and Technol., 1978, vol. 7, N 1.
2. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967.
4. Кестебойм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв. (Методы расчета. Таблицы.) М.: Наука, 1974.
5. Броуд Г. Л. Ядерные взрывы в подземных полостях.— В кн.: Расчеты взрывов на ЭВМ. Подземные взрывы. М.: Мир, 1975.
6. Альтшулер Л. В., Кругликов Б. С., Шариджанов И. И. Расчеты мощного подводного взрыва с учетом испарения по обобщенному уравнению состояния воды.— ПМТФ, 1980, № 1.
7. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
8. Кудинов В. М., Паламарчук Б. И. и др. Параметры ударных волн при взрыве зарядов ВВ в пене.— ДАН СССР, 1976, т. 228, № 3.
9. Borisov A. A. et al. Shock waves in water foams.— Acta Astron., 1978, vol. 5, N 7.
10. Гельфанд Б. Е., Губанов А. В., Тимофеев Е. И. Особенности распространения ударных волн в пенах.— ФГВ, 1981, т. 17, № 4.
11. Ривкин С. Л., Александров А. А. Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Энергия, 1975.
12. Бобровский С. В., Гоголев В. М. и др. Интерполяционная термодинамическая модель для воды в области однородных и двухфазных состояний.— ПМТФ, 1978, № 5.
13. Кузнецов П. М. Уравнение состояния, изэнтропическая и ударная сжимаемость двухфазной системы вода — пар.— В кн.: Детонация. Материалы II Всесоюз. совещ. по детонации. Вып. II. Черноголовка, 1982.
14. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Численное исследование разлета облака диспергированных частиц или капель под действием взрыва.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 1.
15. Велихов Е. П., Власов В. П. и др. Предварительный анализ схем импульсного термоядерного реактора на релятивистских электронных пучках.— Атомная энергия, 1978, т. 45, № 1.
16. Гурин А. А., Мальин П. С., Савенко С. К. Ударные воздушные волны в горных выработках. М.: Недра, 1983.

Поступила 6/VII 1983 г.