

ЛИТЕРАТУРА

1. Larsen L. H. Internal waves incident upon a knife edge barrier // Deep-Sea Res.— 1969.— V. 16, N 5.
2. Robinson R. M. The effect of a vertical barrier on internal waves // Deep-Sea Res.— 1969.— V. 16, N 5.
3. Коробкин А. А., Стурова И. В. Генерация поверхностных и внутренних волн в жидкости переменной глубины // Методы гидрофизических исследований: Матер. III Всесоюз. шк.-семина., Светлогорск, май 1989 г.— Горький: Ин-т прикл. физики АН СССР, 1990.
4. Букреев В. И., Гаврилов Н. В. Экспериментальное изучение возмущений впереди крыла, движущегося в стратифицированной жидкости // ПМТФ.— 1990.— № 2.
5. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика.— М.: Физматгиз, 1963.— Т. 1.
6. Букреев В. И., Гусев А. В., Стурова И. В. Неустойчивое движение кругового цилиндра в двухслойной жидкости // ПМТФ.— 1983.— № 6.
7. Lee J. J., Ayer R. M. Wave propagation over rectangular trench // J. Fluid Mech.— 1981.— V. 110.

г. Новосибирск

Поступила 25/XII 1989 г.,
в окончательном варианте — 2/IV 1990 г.

УДК 532.529

Т. Р. Аманбаев, А. И. Ивандаев

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ТРЕХФАЗНЫХ СМЕСЯХ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ И КАПЛЯМИ

Исследуются особенности распространения слабых возмущений и структура ударных волн (УВ) в смесях газа с крупными каплями жидкости и мелкими твердыми частицами при наличии осаждения частиц на каплях. Получены зависимости волнового числа от частоты возмущений. Проанализировано влияние определяющих параметров на коэффициент затухания и фазовую скорость звука, а также на течение в релаксационной зоне УВ.

Некоторые теоретические и экспериментальные исследования распространения волн в двухфазных средах имеются в [1—11]. Структура УВ в смесях газа с твердыми частицами изучалась в [1]. В [2] исследовано влияние фазовых превращений (испарения, конденсации) на течение в релаксационной зоне волн уплотнения в газовзвеси капель жидкости. При наличии дробления капель структура УВ изучалась в [3]. В [4] рассмотрено течение в зоне релаксации сильных УВ с учетом эффекта плавления частиц. Подробный обзор исследований распространения УВ в газовзвесах имеется в [5].

В [6] изучены особенности распространения слабых возмущений в смесях газа с твердыми инертными частицами, а в [7, 8] — в смесях газа и пара с каплями жидкости при наличии фазовых превращений. Влияние нестационарных составляющих межфазового взаимодействия на высокочастотные возмущения рассмотрено в [9].

1. Основные допущения и уравнения состояния фаз. Примем обычные допущения механики многофазных сред [12]. Дополнительно будем полагать, что капли несжимаемы, одного размера, не сталкиваются и не дробятся, эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах взаимодействия газовой фазы с твердой и жидкой фазами, имеет место взаимодействие крупных капель с мелкими частицами, при этом частицы сталкиваются с каплями и захватываются ими.

Размеры твердых частиц настолько малы, что их смесь с газом можно рассматривать как односкоростную и однотемпературную сплошную среду со своими особыми теплофизическими свойствами. Такую среду далее будем называть эффективным газом.

В рамках принятых допущений запись уравнений движения рассматриваемой газовзвеси не составляет особой трудности (их можно получить, например, из уравнений в [3, 12]). Здесь приведем лишь уравнения состояния и законы взаимодействия фаз, которые показывают некоторые особенности течения газовзвеси при наличии осаждения частиц на каплях. Газ будем считать калорически совершенным, твердую и жидкую фазы — несжимаемыми средами с постоянными теплоемкостями. Тогда

уравнения состояния эффективного газа и крупных капель можно записать в форме

$$\begin{aligned} p &= \rho_1^0 R_1 T_1, \quad e_1 = c_1 T_1, \quad e_{1p} = c_p T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad R_1 = x_{1g} R_g, \quad c_1 = c_{gV} x_{1g} + \\ &+ c_p x_{1p}, \quad c_2 = c_l x_{2l} + c_p x_{2p}, \quad x_{1g} + x_{1p} = 1, \quad x_{2l} + x_{2p} = 1; \quad \rho_1^0, \rho_p^0, R_g, \\ c_{gV}, c_p, c_l &= \text{const}, \quad x_{1g} = \rho_{1g}/\rho_1, \quad x_{1p} = \rho_{1p}/\rho_1, \quad x_{2l} = \rho_{2l}/\rho_2, \quad x_{2p} = \rho_{2p}/\rho_2, \\ \rho_1 &= \rho_{1g} + \rho_{1p}, \quad \rho_2 = \rho_{2l} + \rho_{2p}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \rho_1 = \alpha_1 \rho_1^0, \quad \alpha_1 = \alpha_{1g} + \\ &+ \alpha_{1p}, \quad \alpha_2 = \alpha_{2l} + \alpha_{2p}, \quad \alpha_{2l} = \rho_{2l}/\rho_l^0, \quad \alpha_{2p} = \rho_{2p}/\rho_p^0, \quad \alpha_{1p} = \rho_{1p}/\rho_p^0. \end{aligned}$$

Здесь p, e_1, e_2, T_1, T_2 — давление в газе, внутренние энергии и температуры эффективного газа и крупных капель; e_{1p} — внутренняя энергия мелких частиц; $\rho_1, \rho_2, \rho_{1g}, \rho_{1p}, \rho_{2l}, \rho_{2p}$ — приведенные плотности эффективного газа, крупных капель и их составляющих; $\rho_1^0, \rho_p^0, \rho_l^0$ — истинные плотности эффективного газа, мелких частиц и жидкой составляющей крупных капель; $\alpha_{1g}, \alpha_{1p}, \alpha_{2l}, \alpha_{2p}$ — объемные содержания составляющих смеси; R_g, c_{gV}, c_p, c_l — газовая постоянная, теплоемкости газа (при постоянном объеме), мелких частиц и жидкой составляющей крупных капель.

2. Законы взаимодействия фаз. Для определения интенсивности захвата мелких частиц крупными каплями используем элементарную схему подсчета столкновений между частицами и каплями. Рассмотрим одиночную каплю диаметра d , движущуюся со скоростью $\mathbf{v}_2$ в равновесной смеси газа с мелкими частицами, имеющими скорость $\mathbf{v}_1$. За единицу времени с этой каплей будут сталкиваться все частицы, находящиеся в данный момент времени в объеме $\pi d^2 |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/4$. Однако при подходе к капле некоторые частицы под действием газового потока могут изменить свои траектории и не столкнуться с каплей, а некоторые при столкновении с каплей могут зеркально отражаться от ее поверхности. Учитывая эти обстоятельства, выражение для интенсивности захвата мелких частиц каплей запишем в виде

$$(2.1) \quad j = \eta \kappa (\pi d^2/4) \rho_{1p} |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|, \quad \eta = \eta(d_p, \rho_p^0, \mu_g, d, \dots).$$

Здесь η — поправочный коэффициент, характеризующий эффективность столкновения частиц с каплей и зависящий от условий обтекания крупной капли смесью газа с мелкими частицами (обычно коэффициент η выражают как функцию $\sqrt{\text{Stk}}$ или $\sqrt{\psi} = \sqrt{L_{pv}/d}$ [13], где $\text{Stk} = 2L_{pv}/d$ — число Стокса, а L_{pv} — характерная длина изменения скорости частиц при подходе к капле); d_p — диаметр мелких частиц; μ_g — коэффициент динамической вязкости газа; κ — коэффициент осаждения, показывающий долю захваченных каплей частиц, столкнувшихся с ней (остальная доля частиц $1 - \kappa$ зеркально отражается от поверхности капли).

Силу взаимодействия капли с несущей средой зададим следующим образом:

$$(2.2) \quad f = (\pi d^2/8) \rho_{1g}^0 C_d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$$

(C_d — коэффициент сопротивления капли). В широком диапазоне изменения определяющих параметров для C_d можно использовать формулу [4, 14]

$$(2.3) \quad C_d = \begin{cases} 27 \text{Re}_{12}^{-0.84}, & \text{Re}_{12} < 80, \\ 0.27 \text{Re}_{12}^{0.217}, & 80 \leq \text{Re}_{12} < 10^4, \\ 2, & 10^4 \leq \text{Re}_{12}, \quad \text{Re}_{12} = \rho_{1g}^0 d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / \mu_g \end{cases}$$

(Re_{12} — число Рейнольдса относительного обтекания капли).

Интенсивность притока тепла к капле со стороны несущей фазы можно задавать в виде [2, 5]

$$(2.4) \quad q = \pi d \lambda_g \text{Nu}_1 (T_1 - T_2), \quad \text{Nu}_1 = 2 + 0.6 \text{Re}_{12}^{0.5} \text{Pr}_1^{0.3}, \quad \text{Pr}_1 = \frac{c_{gp} \mu_g}{\lambda_g}.$$

Здесь Nu_1 , Pr_1 — число Нуссельта и Прандтля; c_{gp} , λ_g — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и коэффициент его теплопроводности. При малых числах Рейнольдса ($Re_{12} \ll 1$) для C_d и Nu_1 можно принять более простые соотношения [5, 12]: $C_d \cong 24/Re_{12}$, $Nu_1 \cong 2$.

Следует отметить, что инерционный эффект при столкновениях частиц с каплями существен в том случае, если $Stk = 2L_{pv}/d$ принимает достаточно большие значения ($Stk \gg 1$). При малых числах Стокса ($Stk \ll 1$) осаждение мелких частиц происходит в основном за счет их диффузии к поверхности капель. Вклад инерционного эффекта в процесс захвата частиц каплями в этом случае достаточно мал ($\eta \cong 0$) [13], так как мелкие частицы при подходе к капле успевают изменить свои траектории движения и, следуя линиям тока газа, обтекают ее. Учитывая эти обстоятельства, а также то, что некоторые частицы при столкновении с каплей могут отражаться от ее поверхности, выражение для интенсивности осаждения мелких частиц на одной капле в диффузионном режиме запишем в виде $j = -\beta \chi \pi d^2 m_p (n_{p\Sigma} - n_p)$. Здесь $n_{p\Sigma}$, n_p — концентрации мелких частиц соответственно на поверхности капли и вдали от нее; m_p — масса одной мелкой частицы; β — диффузионная скорость, зависящая от свойств мелких частиц, капель и несущей среды и определяемая экспериментально или из каких-либо других соображений; коэффициент χ , как и в выражении (2.1), показывает долю осевших среди столкнувшихся с каплей частиц. Далее будем полагать, что $\chi = 1$ и $n_{p\Sigma} = 0$ (т. е. все частицы, попадающие на поверхность капли, полностью оседают на ней).

Отметим, что диффузионную скорость β можно представить как отношение коэффициента диффузии частиц к характерной толщине диффузионного (концентрационного) слоя у поверхности капли [15]. К настоящему времени надежные экспериментальные и теоретические данные по определению диффузионной скорости частиц у поверхности капли отсутствуют.

3. Дисперсионные соотношения. Рассмотрим распространение плоских периодических волн в газопылекапельной смеси. При этом будем считать, что в невозмущенном состоянии газопылекапельная смесь находится в термодинамическом равновесии ($v_{10} = v_{20}$, $T_{10} = T_{20}$), а осаждения мелких частиц на каплях нет.

Для изучения распространения слабых возмущений в такой среде (когда $Re_{12} \ll 1$, $Stk \ll 1$) линеаризуем уравнения движения и будем искать решение полученной линейной системы в виде затухающей бегущей волны $\exp[i(kx - \omega t)]$. Условие существования нетривиального решения такого типа приводит к следующей связи между волновым вектором k и безразмерной частотой возмущения $\sigma = \omega \tau_T / ag$:

$$(3.1) \quad k^2 = \sigma^2 \frac{\alpha_{1g0} \gamma_g (s - i\sigma \tau_m / \tau_T) (\Pi_1 - \bar{\alpha}_{10} i\sigma \tau_v / \tau_T) (C_V - i\sigma C_{1V})}{r_g \tau_T^2 (C_V - i\sigma C_{1V}) (\Pi_2 + \Pi_3) + \Pi_4 / \gamma_g},$$

$$\Pi_1 = \bar{\alpha}_{10} + \alpha_{20}, \quad \Pi_2 = \alpha_{20} (1 - \bar{\alpha}_{10} i\sigma \tau_v / \tau_T) [s + (1 - 1/r_p) - i\sigma \tau_m / \tau_T],$$

$$\Pi_3 = (1 - \alpha_{10} i\sigma \tau_v / \tau_T) [s(\alpha_{1g0} + r_p \alpha_{1p0}) - \alpha_{10} i\sigma \tau_m / \tau_T],$$

$$\Pi_4 = (1 - i\sigma) (s - i\sigma \tau_m / \tau_T) [1 - (\alpha_{10}^2 + \bar{\alpha}_{10} \alpha_{20}) i\sigma \tau_v / \tau_T],$$

$$C_V = C_{gV} + m_{1p} C_p + m_2 C_l, \quad C_{1V} = C_{gV} + m_{1p} C_p,$$

$$m_{1p} = \rho_{1p0} / \rho_{1g0}, \quad m_2 = \rho_{20} / \rho_{1g0}, \quad s = \alpha_{20} / r_p \alpha_{1p0},$$

$$\tau_m = ag t_m, \quad \tau_v = ag t_v, \quad \tau_T = ag t_T,$$

$$i_m = \frac{0,17d}{\beta r_p \alpha_{1p0}}, \quad t_v = \frac{\rho_l^0 d^2}{18\mu_g}, \quad t_T = \frac{\rho_l^0 d^2 c_l}{12\lambda_g},$$

$$r_g = \rho_{1g0}^0 / \rho_l^0, \quad r_p = \rho_p^0 / \rho_l^0, \quad \bar{\alpha}_{10} = r_g \alpha_{1g0} + r_p \alpha_{1p0},$$

$$C_{gV} = c_{gV} / \gamma_g R_g, \quad C_p = c_p / \gamma_g R_g, \quad C_l = c_l / \gamma_g R_g.$$

Здесь t_m , t_v и t_T — характерные времена соответственно изменения массы одиночной капли за счет осаждения на ней мелких частиц, а также ре-

лаксации ее скорости и температуры в стоксовом режиме обтекания; τ_m , τ_v , τ_T — приведенные времена релаксации, имеющие размерность длины; m_{1p} , m_2 — относительные массовые содержания мелких частиц и крупных капель; γ_g и a_g — показатель адиабаты газа и скорость звука в нем.

Из (3.1) предельным переходом могут быть получены соотношения для равновесной $a^e(\sigma \rightarrow 0)$ и замороженной $a^f(\sigma \rightarrow \infty)$ скоростей звука в газопылекапельной среде при наличии осаждения пыли (мелких частиц) на крупных каплях:

$$(3.2) \quad a^e = a_g \left[\frac{\Gamma - 2\alpha_{1p0}(1 - r_p)}{\gamma_g \alpha_{1g0}(1 + m_{1p} + m_2)} \right]^{1/2},$$

$$a^f = a_g \left[\frac{r_g^2}{\gamma_g} \frac{m_*}{1 + m_{1p}} \Gamma_1 \right]^{1/2},$$

$$\Gamma = \frac{C_{gP} + m_{1p}C_p + m_2C_l}{C_{gV} + m_{1p}C_p + m_2C_l}, \quad \Gamma_1 = \frac{C_{gP} + m_{1p}C_p}{C_{gV} + m_{1p}C_p},$$

$$m_* = (1/r_g + m_{1p}/r_p)^2 + m_2(1 + m_{1p}).$$

При отсутствии процесса осаждения мелких частиц на каплях ($j \equiv 0$) дисперсионное соотношение имеет форму

$$k^2 = \sigma^2 \frac{\alpha_{1g0} (\Pi_1 - \bar{\alpha}_{10} i \sigma \tau_v / \tau_T) (\gamma_g C_P / C_{1P*} - i \sigma) (C_{1P*} / C_{1P})}{r_g \tau_T^2 [1 - (\alpha_{10}^2 + \bar{\alpha}_{10} \alpha_{20}) i \sigma \tau_v / \tau_T] (\Gamma C_P / C_{1P} - i \sigma)},$$

$$C_P = C_{gP} + m_{1p}C_p + m_2C_l, \quad C_{1P} = C_{gP} + m_{1p}C_p, \quad C_{1P*} = \gamma_g C_{1V}.$$

В этом случае выражения для равновесной и замороженной скоростей звука следующие:

$$(3.3) \quad a_n^e = a_g \left[\frac{\Gamma}{\gamma_g \alpha_{1g0}^2 (1 + m_{1p} + m_2)} \right]^{1/2}, \quad a_n^f = a^f.$$

Сравнивая выражения (3.2) и (3.3), можно заметить, что при $\alpha_{1p0} \ll 1$ наличие осаждения частиц на каплях оказывает незначительное влияние на равновесную скорость звука a^e , причем оно может привести как к увеличению (при $r_p > 1$) равновесной скорости, так и к ее уменьшению ($r_p < 1$). На замороженную скорость звука a^f наличие осаждения частиц на каплях никак не влияет. Интересно то, что при $r_p = \rho_k^0 / \rho_l^0 = 1$ процесс осаждения частиц на каплях не оказывает никакого влияния на зависимость волнового вектора от частоты внешнего возмущения.

4. Постановка задачи и условия подобия структур УВ. Пусть в бесконечном пространстве, заполненном смесью газа с мелкими частицами и крупными каплями, распространяется со скоростью v_{10} плоская УВ, а $v_{10} > a^e$, a^f . Тогда УВ будет иметь впереди себя скачок в эффективном газе, на котором параметры эффективного газа удовлетворяют соотношениям Ренкина — Гюгонио, а параметры крупных капель практически не меняются. Неравновесности по скоростям и температурам за скачком приводят к образованию релаксационной зоны, где происходит обмен массой, импульсом и теплом между каплями и эффективным газом.

Параметры составляющих смеси за скачком определяют граничные условия в некоторой точке $x = x_f$, соответствующей положению скачка уплотнения, и позволяют рассчитать структуру зоны релаксации в области $x > x_f$.

Теперь пусть $a^e < v_{10} < a^f$. Тогда УВ не имеет впереди себя скачка, т. е. параметры смеси в волне уплотнения меняются непрерывно от равновесного состояния перед волной до равновесного за ней [2, 5]. В этом случае для постановки граничных условий можно использовать решение линеаризованной системы уравнений движения смеси в окрестности начального состояния перед волной. Более подробно постановка граничных условий для расчета структур УВ в газопылекапельных смесях рассмотрена в [2, 3].

Выполним оценку характерных времен изменения скорости, температуры и массы капли за фронтом УВ. При больших числах Рейнольдса ($Re_{12} \gg 1$), когда реализуются условия ньютонова относительного обтекания капель газом, характерные времена релаксации скорости t_v^N и температуры t_T^N капли имеют вид [16]

$$t_v^N \cong \frac{2,6\rho_l^0 d}{\rho_{1g0}^0 v_{10}}, \quad t_T^N \cong \frac{\rho_l^0 d^2 c_l}{5,1\lambda_g (Re_{0s} M)^{0,5} Pr_1^{0,33}},$$

$$Re_{0s} = \rho_{1g0}^0 da_{g0}/\mu_g, \quad M = v_{10}/a_{g0}.$$

Здесь Re_{0s} , M — характерные числа Рейнольдса и Маха. Оценки показывают, что $t_T^N/t_v^N \gg 1$, т. е. при $Re_{12} \gg 1$ характерное время выравнивания температур газа и капли значительно превышает время выравнивания их скоростей.

В случае, когда капля движется в равновесной смеси газа с мелкими частицами, характерное время изменения массы капли (за счет инерционного захвата частиц) $t_m^N \cong 0,2\rho_l^0 d/\eta\rho_{1p0}v_{10}$. Из выражений для t_v^N и t_m^N следует соотношение $t_m^N/t_v^N \cong 0,08\rho_{1g0}^0/\eta\rho_{1p0}$. Видно, что при $\rho_{1g0}^0 \sim \rho_{1p0}$ и $\eta \sim 1$ между t_m^N и t_v^N выполняется условие $t_m^N \ll t_v^N$, т. е. характерное время увеличения массы капли за счет захвата ею мелких частиц намного меньше характерного времени релаксации скорости капли. Необходимо отметить, что выражение для t_m^N получено без учета влияния изменения скорости капли на процесс захвата ею частиц (т. е. оно получено при допущении постоянства скорости движения капли в эффективном газе), а выражение для t_v^N — для случая, когда в потоке газа отсутствуют мелкие частицы. В связи с этим оценка t_m^N и t_v^N имеет в основном методический характер.

Для анализа условий подобию структур УВ в смеси газа с мелкими частицами и крупными каплями рассмотрим три случая.

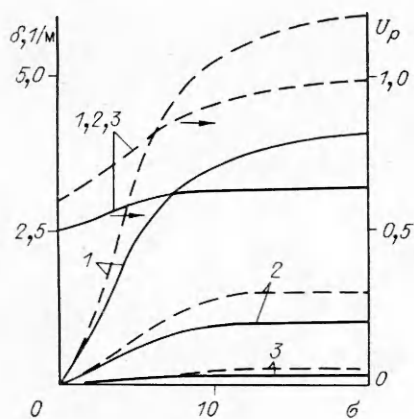
А. Смесь состоит из газа с каплями (без мелких частиц). При этом критериями подобию будут семь безразмерных параметров: γ_g , M , $m_2 = \rho_{20}/\rho_{10}$, α_{1g0} , $C = c_l/c_{gv}$, Re_{0s} , Pr_1 . Определяющее влияние на структуру волн в газовзвесьях обычно оказывают эффекты межфазного трения, поэтому основными критериями приближенного подобию течений в зоне релаксации можно считать γ_g , M и m_2 .

Б. Смесь состоит из газа с мелкими частицами и крупными каплями, причем взаимодействие между частицами и каплями отсутствует ($j = 0$). Тогда в число основных параметров приближенного подобию структур УВ войдет относительное массовое содержание мелких частиц перед волной $m_{1p} = \rho_{1p0}/\rho_{1g0}$.

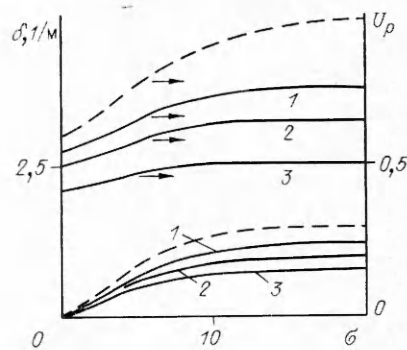
В. В смеси газа с мелкими частицами и крупными каплями имеет место взаимодействие мелких частиц с каплями ($j \neq 0$). В этом случае основными критериями приближенного подобию структур УВ будут безразмерные параметры γ_g , M , m_{1p} , m_2 , η .

5. Анализ результатов расчета. Исследовалось влияние процесса осаждения мелких частиц на крупных каплях, а также основных определяющих параметров на характер дисперсионных зависимостей и структуру УВ. Рассматривалось распространение слабых возмущений в смесях воздуха с мелкими частицами древесного угля и крупными каплями воды при нормальных условиях ($p_0 = 0,1$ МПа, $T_{10} = 293$ К). Определяющие параметры (массовые содержания капель $m_2 = \rho_{20}/\rho_{1g0}$ и мелких частиц $m_{1p} = \rho_{1p0}/\rho_{1g0}$, диаметр крупных капель d) варьировались в диапазонах $m_2 = 0,5 \div 2$, $m_{1p} = 0 \div 2$, $d = 10 \div 50$ мкм.

На рис. 1, 2 приведены кривые, отображающие характер зависимостей фазовой скорости $U_p = v_p/a_g$ и коэффициента затухания δ от безразмерной частоты внешнего возмущения $\sigma = \omega_T/a_g$. Расчеты показали, что в широком диапазоне изменения диффузионной скорости частиц $10^{-4} < \beta < 10$ м/с процесс осаждения мелких частиц на каплях практи-



Р и с. 1



Р и с. 2

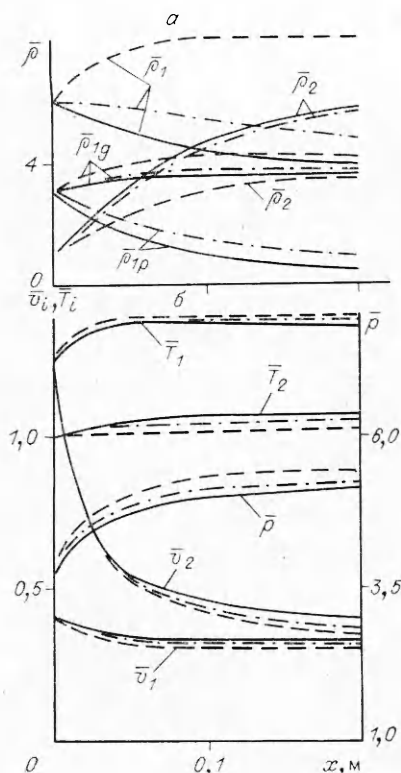
чески не влияет на зависимости U_ϕ и δ от частоты σ . В связи с этим на рисунках одна и та же кривая соответствует как наличию осаждения мелких частиц на каплях, так и его отсутствию. Рис. 1 иллюстрирует влияние диаметра капель на зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости от частоты внешнего возмущения при наличии ($m_{1p} \neq 0$) и отсутствии ($m_{1p} = 0$) мелких частиц в составе эффективного газа. Кривые 1—3 отвечают $d = 10, 20$ и 30 мкм при одном и том же их массовом содержании ($m_2 = 1$), штриховые и сплошные линии — массовым содержаниям мелких частиц $m_{1p} = 0$ и $m_{1p} = 1$.

Видно, что изменение размера капель сильно влияет на коэффициент затухания возмущений. При этом уменьшение диаметра капель приводит к более быстрому затуханию звука. Наиболее существенным процессом, влияющим на дисперсионные зависимости, как правило, является трение между фазами. С уменьшением размера капель возрастает интенсивность межфазного трения, что приводит к увеличению вязкостной диссипации энергии возмущений. Интересно, что изменение диаметра капель практически не влияет на зависимость фазовой скорости U_ϕ от безразмерной частоты возмущений σ .

Влияние массовых содержаний мелких частиц m_{1p} на коэффициент затухания и фазовую скорость возмущений показано на рис. 2. Кривые 1—3 соответствуют массовым содержаниям мелких частиц $m_{1p} = 0,5$; 1 и 2, штриховые линии — отсутствию мелких частиц в смеси ($m_{1p} = 0$). Массовое содержание крупных капель и их диаметр фиксированы: $m_2 = 1$, $d = 20$ мкм. Видно, что увеличение массового содержания мелких частиц в смеси приводит к заметному уменьшению коэффициента затухания и фазовой скорости возмущений.

Отметим, что в рассматриваемом диапазоне изменения частоты внешнего возмущения ($0 < \omega t_T \leq 20$) вклад нестационарных сил Бассэ, Архимеда и присоединенных масс в суммарную силу межфазного взаимодействия достаточно мал. Однако при очень больших частотах ($\omega t_T \geq 10^2$) указанные межфазные силы из-за существенной нестационарности обтекания капли потоком газа сравнимы с квазистационарной силой межфазного трения Стокса (2.2) или даже превышают ее. При этом учет нестационарных эффектов межфазного взаимодействия в основном влияет на коэффициент затухания возмущений, а на фазовую скорость — достаточно слабо [9, 12].

Исследовалась также структура УВ в смеси воздуха с мелкими частицами графитовой пыли и крупными каплями воды. Считалось, что перед волной смесь находится в термодинамическом равновесии ($v_{10} = v_{20}$, $T_{10} = T_{20}$) при давлении $0,1$ МПа. Уравнения движения газовой смеси с замыкающими соотношениями (2.1)—(2.4) и соответствующими граничными условиями численно интегрировались модифицированным методом Эйлера. Точность вычислений контролировалась по выполнению



Р и с. 3

веса частиц каплями приведенная плотность мелких частиц $\bar{\rho}_{1p}$ в релаксационной зоне уменьшается, в то время как при отсутствии осаждения частиц на каплях она увеличивается (рис. 3, а). На приведенную плотность частиц влияют два существенных фактора: торможение эффективного газа из-за градиента давления (приводящее к увеличению концентрации мелких частиц) и их осаждение на каплях. В зависимости от того, какой из этих факторов преобладает, приведенная плотность мелких частиц в зоне релаксации волны может как увеличиваться, так и уменьшаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rudinger G. Some properties of shock relaxation zone in gas flows carrying small particles // Phys. Fluids.— 1964.— V. 7, N 5.
2. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 5.
3. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 2.
4. Федоров А. В., Фомин В. М. Структура ударной волны в смеси газа и плавающих частиц // ПМТФ.— 1986.— № 2.
5. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1981.— Т. 16.
6. Meyer zur Capellen F. Ausbreitung von Wellen kleiner Amplitude in einem relaxierenden und strahlenden Gas-Teilchen-Gemisch // Acta mech.— 1981.— V. 36, N 1—2.
7. Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Особенности распространения слабых возмущений в двухфазных средах с фазовыми переходами // ПМТФ.— 1970.— № 5.
8. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Скорость и затухание звука в парогазокапельных системах. Роль тепломассообменных процессов // ПМТФ.— 1987.— № 3.
9. Гумеров Н. А., Ивандаев А. И. Особенности распространения высокочастотных акустических возмущений в паро- и газовзвешях // ПМТФ.— 1985.— № 6.
10. Temkin S., Dobbins R. A. Measurement of attenuation and dispersion of sound by an aerosol // J. Acoust. Soc. Amer.— 1966.— V. 40, N 5.
11. Scott D. S. A new approach to the acoustic conditioning of industrial aerosol emissions // J. Sound and Vibr.— 1975.— V. 43, N 4.

первых интегралов массы, импульса и энергии. Расчеты проводились для волн с $M = v_{10}/a_{g0} = 0,6 \div 1,2$. Относительные массовые содержания мелких частиц и крупных капель варьировались от 0,5 до 2. Диаметр крупных капель изменялся в диапазоне от 50 до 200 мкм. Коэффициент эффективности захвата частиц каплями η считался постоянным и варьировался от 0 до 0,8 ($\eta = 0$ отвечает отсутствию осаждения частиц на каплях).

Некоторые результаты расчетов, иллюстрирующие влияние процесса захвата частиц каплями на течение смеси в релаксационной зоне волны интенсивности $M = 1,2$ при $m_2 = 1$, $m_{1p} = 1$ и $d = 200$ мкм, представлены на рис. 3. Штриховые, штрихпунктирные и сплошные линии соответствуют $\eta = 0$; 0,5 и 0,8. Показано поведение плотностей эффективного газа $\bar{\rho}_1 = \rho_1/\rho_{1g0}$, его составляющих $\bar{\rho}_{1g} = \rho_{1g}/\rho_{1g0}$, $\bar{\rho}_{1p} = \rho_{1p}/\rho_{1g0}$ и капель $\bar{\rho}_2 = \rho_2/\rho_{1g0}$, а также их скоростей $\bar{v}_i = v_i/a_{g0}$, температур $\bar{T}_i = T_i/T_{10}$ ($i = 1, 2$) и давления газа $\bar{p} = p/p_0$ в релаксационной зоне (дополнительный нижний индекс 0 отвечает условию перед волной).

Видно, что при наличии процесса зах-

12. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.
13. Ranz W. E., Wong J. B. Impaction of dust and smoke particles // Industr. and Eng. Chem.— 1952.— № 6.
14. Гонор А. Л., Ривкинд В. Я. Динамика капли // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1982.— Т. 17.
15. Райст П. Аэрозоли.— М.: Мир, 1987.
16. Ивандаев А. И. Об оценке характерных времен динамического и теплового взаимодействия фаз в задачах волновой динамики газовзвесей // ПМТФ.— 1982.— № 2.

г. Чимкент, г. Тюмень

Поступила 19/VII 1988 г.,
в окончательном варианте — 3/IV 1990 г.

УДК 533.6.011

И. Г. Брыкина, В. В. Русаков, В. Г. Щербак

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ НА ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛАХ

Среди задач гиперзвуковой аэродинамики в последнее время одними из наиболее важных являются пространственные задачи вязкого обтекания, связанные с разработкой аппаратов, движущихся в верхних слоях атмосферы. Применение к решению таких задач численных методов требует больших затрат машинного времени и оперативной памяти ЭВМ, поэтому весьма актуальна разработка приближенных методов, которые, обладая достаточной точностью, могут применяться в инженерной практике. Много приближенных методов разработано для больших чисел Рейнольдса Re . Они основаны на использовании теории пограничного слоя и требуют знания параметров невязкого течения на поверхности тела. В то же время пока не существует аналогичных методов, пригодных для решения трехмерных задач вязкого обтекания при малых и умеренных числах Рейнольдса ($Re \leq 10^3$), когда вязкость существенна во всей области возмущенного течения и классическая теория пограничного слоя становится неприменимой.

В настоящей работе на основе приближенного решения уравнений трехмерного гиперзвукового вязкого ударного слоя получено аналитическое решение для определения тепловых потоков и напряжения трения на боковой поверхности затупленных тел при малых и умеренных Re с учетом эффектов скольжения и скачка температуры на поверхности. Для течений с умеренными и большими Re получена простая формула для распределения по поверхности теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения. Эта формула зависит только от геометрии обтекаемого тела. Данная работа — продолжение [1], где аналогичная задача решалась для окрестности плоскости симметрии.

1. Рассмотрим стационарное трехмерное обтекание гладких затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа при малых и умеренных Re . Течение исследуется в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя, аналогичной двухслойной модели, предложенной в [2] для осесимметричного обтекания и обобщенной в [3] на случай пространственных течений.

Пусть поверхность обтекаемого тела задана в декартовой системе координат уравнением $z = f(x, y)$, вектор скорости набегающего потока $\mathbf{v}_\infty$ совпадает по направлению с осью z , начало координат помещено в точку торможения потока, а оси x и y расположены в плоскостях главных кривизн поверхности в этой точке. Выберем систему криволинейных неортогональных координат $\{x^i\}$, связанную с обтекаемой поверхностью: x^3 — расстояние по нормали к поверхности, а в качестве двух других, выбранных на поверхности, используются декартовы координаты точки пересечения этой нормали с поверхностью: $x^1 = x$, $x^2 = y$, $z = f(x^1, x^2)$.

Уравнения трехмерного тонкого вязкого ударного слоя в системе координат $\{x^i\}$ имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\rho u^\alpha \sqrt{\frac{g}{g_{(\alpha\alpha)}}} \right) + \frac{\partial}{\partial x^3} (\rho u^3 \sqrt{g}) = 0,$$

$$\rho \left(\frac{u^\alpha}{\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial u^\gamma}{\partial x^\alpha} + u^3 \frac{\partial u^\gamma}{\partial x^3} \right) + \rho A_{\alpha\beta}^\gamma u^\alpha u^\beta = - \sqrt{g_{(\gamma\gamma)} g^{\beta\gamma}} \frac{\partial p}{\partial x^\beta} + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu}{Re} \frac{\partial u^\gamma}{\partial x^3} \right),$$