ПМТФ, № 3, 1973

УДК 533.7 : 537.56/7

ИОНИЗАЦИЯ НЕЙТРАЛЬНОЙ СРЕДЫ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

А. С. Долгов

(Харьков)

Рассчитана функция распределения вторичных электронов по энергиям в окрестности тонкого электронного пучка. Весь энергетический диапазон разбивается на три зоны: кулоновскую, зону линейных сечений ионизации и зону энергий ниже потенциала ионизации. Найдены приближенные выражения для концентрации вторичных электронов и плазменной частоты в зоне пучка.

При прохождении пучка электронов через нейтральную среду наряду с торможением и рассеянием электронов (см. [1–4]) происходит также возмущение среды в некоторой пространственной зоне. Большое значение имеет ионизация нейтральных атомов, обусловливающая появление вторичных электронов. Некоторые из них (достаточно энергичные) способны производить новые акты ионизации. В результате каскадного процесса вокруг пучка образуется плазменная зона. В стационарном случае концентрация свободных зарядов в этой зоне зависит от условий эксперимента и особенностей протекающих процессов.

Известны теоретические исследования энергетической структуры каскада электрон-электронных столкновений в веществе ([5]). Эти расчеты обычно не охватывают весь диапазон энергий от нуля до некоторого максимального значения и не рассматривают пространственных характеристик.

Обсуждаемый процесс связан с возможностью стимулирования пробойных процессов в окрестности электронного пучка, с возбуждением электромагнитных колебаний в плазменной зоне, генерированием квазичастиц и др.

Пусть бесконечно тонкий пучок электронов проходит через среду с концентрацией атомов N. Будем исходить из предположения о цилиндрической симметрии задачи, пренебрегая изменением характеристик вдоль пучка и считая все соударения парными. Энергия падающих электронов — ε_0, скорость — v_0 (считаем ее нерелятивистской), n_0 — число электронов на единицу длины пучка.

Особенности взаимодействия электронов с атомами среды сильно зависят от энергии электронов. Сечение наиболее важного процесса — генерации новых электронов — имеет сложный характер. Как известно [6], при энергиях, близких к потенциалу ионизации, сечение ионизации линейно возрастает, имея нулевое значение при $\varepsilon = \Delta$ (Δ — энергия ионизации). Когда ε достигает значения $m\Delta$, где $m \approx 2 \div 7$, сечение ионизации переходит максимум и далее монотонно снижается. Положение максимума для молекулярных газов N_2 и O_2 соответствует $\varepsilon \approx 5\Delta$. Если $\varepsilon \gg m\Delta$, то зависимость сечения ионизации и распределение передач энергии выбитым электронам приближаются к закономерностям резерфордовского процесса. Таким образом, рассматривая каскадное размножение электронов, целесообразно разбить весь энергетический диапазон на три зоны. Первая зона (кулоновская) охватывает широкую область от $m\Delta$ до энергии электронов пучка ε_0. Вторая зона (зона линейных сечений) соответствует условию $\Delta \leqslant \varepsilon \leqslant m\Delta$. В третьей зоне $\varepsilon < \Delta$. В этой энергетической зоне не появляется новых электронов. Основные процессы здесь—торможение электронов и их рекомбинация с ионами. Трудности теоретического описания этой зоны связаны со сложным характером торможения электронов при малых энергиях и трудностями описания кинетики установления равновесия электронного газа с молекулами. Известно также [6], что коэффициент рекомбинации сильно зависит от энергии. Для этой зоны удобно принять простую феноменологическую расчетную схему. Как будет видно из дальнейшего, наиболее важные с прикладной точки зрения характеристики каскадной области относительно слабо зависят от значения коэффициента рекомбинации.

Так как пробег электронов уменьшается с уменьшением ε, то можно предположить, что размеры возмущенной зоны определяются пробегом электронов с наибольшей энергией (для нестационарного случая расчет, подтверждающий это допущение, выполнен в работе [7]). Можно считать, что электроны во второй и третьей зонах мигрируют слабо, а их пространственное распределение определяется только пространственной дисперсией поступления электронов с более высоких уровней энергии. В первой зоне электроны движутся практически прямолинейно по нормали к пучку.

Кинетические уравнения для зон таковы:

$$\frac{\partial\varphi_1(r,\varepsilon)}{\partial r}+\frac{1}{r}\varphi_1(r,\varepsilon)=\int\limits_{\varepsilon+\Delta}^{\varepsilon_0}\varphi_1(r,\varepsilon')\frac{b}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{(\varepsilon+\Delta)^2}+$$

$$+\int\limits_{\varepsilon+g}^{\varepsilon_0}\varphi_1(r,\varepsilon')\frac{b}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{(\varepsilon'-\varepsilon)^2}-\frac{b}{\varepsilon g}\varphi_1(r,\varepsilon) \qquad (1)$$

$$a\int\limits_{\varepsilon+\Delta}^{m\Delta}\varphi_2(r,\varepsilon')\,d\varepsilon'+a\int\limits_{\varepsilon}^{m\Delta}\varphi_2(r,\varepsilon')\,d\varepsilon'-a\varepsilon\varphi_2(r,\varepsilon)+ \qquad (2)$$

$$+\int\limits_{\varepsilon+\Delta}^{\varepsilon_0}\varphi_1(r,\varepsilon')\frac{b}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{(\varepsilon+\Delta)^2}+\int\limits_{\varepsilon+g}^{\varepsilon_0}\varphi_1(r,\varepsilon')\frac{b}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{(\varepsilon'-\varepsilon)^2}=0$$

$$\alpha n_3^2(r)=\int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon_0}\varphi_1(r,\varepsilon')\frac{b}{\varepsilon'}d\varepsilon'\int\limits_0^{\Delta}\frac{d\varepsilon}{(\varepsilon+\Delta)^2}+2a\Delta\int\limits_{\Delta}^{m\Delta}\varphi_2(r,\varepsilon')\,d\varepsilon' \qquad (3)$$

$$(\varphi_k=vf_k(r,\varepsilon))$$

Здесь f_k — функция распределения электронов по энергиям в k-й зоне; r — радиальная координата, отсчитываемая от инициирующего пучка; a, b — константы, зависящие от плотности вещества; g — минимальная передача энергии в кулоновском соударении; n_k — концентрация электронов k-й зоне, т. е. результат интегрирования функции распределения по энергетической зоне; α — коэффициент рекомбинации.

Краевое условие для уравнения (1) имеет вид

$$\lim_{r\to 0}2\pi r\,\varphi(r,\varepsilon)=cv_0\varepsilon_0^{-1}(\varepsilon+\Delta)^{-2} \qquad (4)$$

где c — константа, пропорциональная линейной плотности электронов пучка n_0 и концентрации N. Можно считать, что

$$c=\pi\beta^2n_0N,\quad \beta=Ze^2$$

где Z — средний заряд мишеней.

Константа b такова:

$$b = \pi\beta^2 N$$

Явное выражение для константы a может быть найдено из условия равенства значений сечения ионизации при энергии $m\Delta$, вычисленных на основе закономерностей первой и второй зон. Это дает

$$a = \pi\beta^2 N / m^2\Delta^2 g$$

В уравнениях (1) — (3) не учитываются электроны в энергетическом диапазоне второй и третьей зон, созданные инициирующим пучком. Их следует рассмотреть отдельно.

Запишем

$$a \int\limits_{\varepsilon+\Delta}^{m\Delta} \varphi_2'(\varepsilon')\, d\varepsilon' + a \int\limits_{\varepsilon}^{m\Delta} \varphi_2'(\varepsilon')\, d\varepsilon' - a\varepsilon\varphi_2'(\varepsilon) + cv_0 / \varepsilon_0 (\varepsilon + \Delta)^2 r_0^2 = 0 \qquad (5)$$

$$\alpha n_3'^2 = 2a\Delta \int\limits_{\Delta}^{m\Delta} \varphi_2'(\varepsilon')\, d\varepsilon' + cv_0 / 2\varepsilon_0 r_0^2 \Delta \qquad (6)$$

В уравнениях (4), (5) r_0 — величина порядка $(\sigma N)^{-1}$, где σ — сечение рассеяния электронов, имеющих энергию $\sim m\Delta$, т. е. наиболее подвижных в двух рассматриваемых энергетических диапазонах.

Анализ может быть выполнен аналитически, на основе использования ряда приближенных операций.

Первое слагаемое справа от знака равенства в уравнении (1) мало́ по сравнению со вторым (минимальное значение выражения $(\varepsilon + \Delta)^{-2}$ есть $[(m + 1)\Delta]^{-2}$, в то время как соответствующего множителя во втором слагаемом — g^{-2}, причем $g \ll \Delta$). Можно опустить это слагаемое, пренебрегая теми актами ионизации в первой зоне, которые идут с большими передачами энергии выбитым электронам. Число таких соударений в кулоновских процессах невелико.

Основной вклад в значение интеграла (второе слагаемое) дают значения ε', близкие к ε. Это позволяет записать

$$\varphi(r, \varepsilon') = \varphi(r, \varepsilon) + (\varepsilon' - \varepsilon)\, \partial\varphi(r, \varepsilon) / \partial\varepsilon$$

Если подставить это соотношение в уравнение (1) и ввести переменную $y = r\varphi$, то получим уравнение

$$\frac{\partial y}{\partial r} \approx -\frac{b}{\varepsilon^2}\eta y + \frac{b}{\varepsilon}\eta\frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \qquad (7)$$

Здесь $\eta \approx 2 \div 4$. Уравнение (7) есть уравнение в частных производных первого порядка. Точное решение его, удовлетворяющее условию (4), может быть найдено.

Для функции φ_1 получаем

$$\varphi_1(r, \varepsilon) = \frac{cv_0}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\varepsilon}{r}(2b\eta r + \varepsilon^2)^{-1/2}[(2b\eta r + \varepsilon^2)^{1/2} + \Delta]^{-2} \qquad (8)$$

Из формулы (8) видно, что плотность электронов первой группы убывает по мере удаления от пучка быстрее, чем r^{-1}. Чем больше r, тем выше средняя энергия электронов зоны, что объясняется повышенным «выеданием» низкоэнергетичных электронов. Пространственное изменение функции распределения для произвольного значения ε имеет следующий характер.

В зоне малых r убывание f_1 слабо отличается от закона r^{-1}. При более значительных r скорость спадания увеличивается и при «больших» r приближается к закону $r^{-7/2}$. Иными словами, граница пространственной области, где имеется заметное количество электронов данной энергии, является довольно резкой.

Зоны больших и малых расстояний r определяются соответственно условиями

$$2b\eta r \gg \varepsilon^2, \qquad 2b\eta r \lesssim \varepsilon^2$$

При изменении интенсивности пучка n_0 пропорционально изменяется функция распределения для всех значений r и ε. Изменение энергии ε_0 влечет за собой обратно пропорциональное изменение $f_1(r, \varepsilon)$. Отметим изменение f_1 с изменением N, т. е. плотности среды. При $r \to 0$ f_1 возрастает пропорционально росту N. Пространственная область возмущения сужается приблизительно пропорционально N^{-1}.

Зная вид функции $\varphi_1(r, \varepsilon)$, можно рассмотреть уравнение (2). Если продифференцировать (2) по ε, то, учитывая, что

$$\varphi_2(r, \varepsilon) = \varphi_2(\varepsilon) + \delta(\varepsilon)\, \partial\varphi_2(r, \varepsilon) / \partial\varepsilon$$

получим приближенно

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial\varepsilon} + \frac{3}{\varepsilon + \delta_1}\varphi_2 = \frac{S_1}{a(\varepsilon + \delta_1)} \tag{9}$$
$$(\delta \lesssim \Delta, \quad \delta_1 \approx {}^1/_3\Delta)$$

Решение линейного уравнения (9) имеет вид

$$\varphi_2(r, \varepsilon) = \frac{1}{a(\varepsilon + \delta_1)^3}\int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon} (u + \delta_1)^2 S_1(u, r) + \varphi_2(m\Delta)\frac{(m\Delta + \delta_1)^3}{(\varepsilon + \delta_1)^3} \tag{10}$$

$$S_1(r, \varepsilon) = -\int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon_0} \varphi_1(\varepsilon')\frac{2b}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{(\varepsilon + \Delta)^3} + \int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon_0} \varphi_1(\varepsilon')_{\varepsilon'}\frac{2b\, d\varepsilon'}{(\varepsilon' - \varepsilon + g)^3} \tag{11}$$

Отметим, что при больших r в выражении для S_1 (11) можно ограничиться только первым слагаемым.

Уравнение (3) дает

$$n_3(r) = \left\{\frac{1}{\alpha}\left[\frac{b}{2\Delta}\int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon_0} \varphi_1(\varepsilon')\frac{d\varepsilon'}{\varepsilon'} + 2a\Delta\int\limits_{\Delta}^{m\Delta} \varphi_2(\varepsilon')\, d\varepsilon'\right]\right\}^{1/2}$$

Итак

$$n(r) = n_1(r) + n_2(r) + n_3(r)$$

Концентрации электронов в первом и втором энергетических диапазонах вычисляются, исходя из формул (8), (10), (11)

$$n_1(r) = \int\limits_{m\Delta}^{\varepsilon_0} \frac{\varphi_1(r, \varepsilon)}{v}\, d\varepsilon, \qquad n_2(r) = \int\limits_{\Delta}^{m\Delta} \frac{\varphi_2(r, \varepsilon)}{v}\, d\varepsilon$$

Пространственное изменение функций n_2, n_3 в значительной степени коррелирует с зависимостью $n_1 = n_1(r)$, которая определяется функцией $\varphi_1(r, \varepsilon)$. Таким образом, представляют интерес значения n_k в ближайшей окрестности пучка, где эти величины максимальны. Обратимся к уравнениям (5), (6).

Выражение для $\varphi_2'(\varepsilon)$, найденное аналогично функции $\varphi_2(\varepsilon)$, записывается так:

$$\varphi_2'(\varepsilon) \approx \frac{2cv_0}{a\varepsilon_0 r_0^2} \frac{1}{(\varepsilon+\delta_1)^3} \left\{ \ln \frac{(m+1)\Delta}{\varepsilon+\Delta} + \frac{1}{2m(m+1)} \right\} \quad (12)$$

Интегрированием выражения (12), деленного на $(2\varepsilon)^{1/2} M^{-1/2}$, находим n_2'

$$n_2' \approx \sqrt{2M}\, cv_0 \,/\, 24a\varepsilon_0 r_0^2 \Delta^{5/2} \qquad (m \approx 5) \quad (13)$$

Для плотности электронов в третьей зоне для тех же значений m получается приближенное выражение

$$n_3' \approx \left(\frac{3}{4} \frac{cv_0}{\alpha\varepsilon_0 r_0^2 \Delta} \right)^{1/2} \quad (14)$$

Складывая выражения (13) и (14), записываем окончательно

$$n' \approx \frac{\sqrt{2M}\, cv_0}{24a\varepsilon_0 r_0^2 \Delta^{5/2}} + \left(\frac{3}{4} \frac{cv_0}{\alpha\varepsilon_0 r_0^2 \Delta} \right)^{1/2}$$

Поскольку $r_0 \sim N^{-1}$, то зависимость n_2' от N является достаточно сильной (n_2' пропорционально N^2). Величина n_3' пропорциональна $N^{3/2}$. При достаточно больших значениях коэффициента рекомбинации зависимость n' от N определяется закономерностями нерекомбинационной зоны. При малых значениях α определяющее влияние на величину n' оказывает n_3', т. е. зона рекомбинации.

Аналогично, при малых значениях α $n' \sim n_0^{1/2}$, а при достаточно интенсивной рекомбинации n' является линейной функцией n_0.

В плазме, окружающей пучок, могут возбуждаться колебания. Запишем выражение для плазменной частоты ω зоны максимальной концентрации, считая, что основной вклад в n' дает величина n_3'

$$\omega = \left\{ \frac{4\pi e^2}{M} \left(\frac{3\pi Z^2 e^4 n_0 \sigma^2 N^3 v_0}{4\alpha\varepsilon_0 \Delta} \right)^{1/2} \right\}^{1/2}$$

Видно, что ω слабо зависит от величин n_0, v_0, α. Оценим ω для случая $\varepsilon_0 = 10$ *кэв*, $\Delta = 15$ *эв*, $N = 10^{17}$ *см*$^{-3}$; $n_0 v_0 = 6 \cdot 10^{17}$ *сек*$^{-1}$. Последняя величина соответствует электронному току 100 *ма*. Вместо Z подставим единицу, так как рассматриваются электрон-электронные столкновения. Величины σ и α возьмем в соответствии с экспериментальными данными. Принимаем, что $\sigma = 10^{-16}$ *см*^{2}, $\alpha = 10^{-12}$ *см*$^3 \cdot$*сек*$^{-1}$. Вычисления дают

$$n' \approx 1.5 \cdot 10^{15}\ см^{-3}, \qquad \omega \approx 2.2 \cdot 10^{12}\ сек^{-1}$$

Записанное значение частоты соответствует длине волны менее 1 *мм*.

Поступила 20 XI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальная ядерная физика, т. 1, М., Изд-во иностр. лит., 1955.
2. Landau L. On the energy loss of fast particles by ionization. J. Phys. Acad. Sci. USSR, 1944, vol. 8, No. 4, pp. 201—205.
3. Долгов А. С., Хижняк Н. А. К теории ионизационных потерь быстрых электронов. I. Изв. вузов, Физика, 1969, № 9.
4. Долгов А. С., Хижняк Н. А. К теории ионизационных потерь быстрых электронов. II. Изв. вузов, Физика, 1969, № 11.
5. Ленченко В. М., Стародубцев С. В. Энергетическая структура каскада столкновений одинаковых частиц в тормозящей среде. Докл. АН СССР, 1967, т. 172, № 1.
6. Хастед Дж. Физика атомных столкновений. М., «Мир», 1965.
7. Долгов А. С., Хижняк Н. А. О пространственном распределении каскадных электронов. В сб. «Радиоэлектроника летательных аппаратов» вып. 3, Харьков, Изд. Харьковск. авиац. ин-та, 1971.