

УДК 622.831.32

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В СЛОИСТОМ ПОРОДНОМ МАССИВЕ  
ПРИ ВЗРЫВЕ СКВАЖИННЫХ ЗАРЯДОВ И ГИДРОРАЗРЫВЕ**

**Е. Н. Шер**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: ensher@gmail.com, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Приведены расчетная схема и результаты расчетов развития разрушения в слоистом породном массиве при взрывных работах и гидроразрыве нефтяных пластов. Для нахождения напряженного состояния упругого породного массива с трещинами использовался метод граничных элементов в трехмерной постановке. Определено влияние прочностных свойств слоев массива на форму радиальных трещин, их размеры и площадь. Установлено, что наличие более прочной прослойки способствует уменьшению поперечного размера, развивающихся в ней трещин по сравнению с размером трещин в окружающем массиве, т. е. неравномерному разрушению массива вдоль скважины и возможному появлению негабаритов. Показана возможность корректировки формы трещин при изменении распределения взрывчатого вещества вдоль скважины. При гидроразрыве наличие ослабленной прослойки приводит к развитию трещины преимущественно вдоль нее.

*Взрыв, горные породы, слоистый породный массив, скважинный заряд, радиальные трещины, гидроразрыв, форма трещин*

DOI: 10.15372/FTPRPI20200604

Взрывные работы по добыче полезных ископаемых в горной промышленности проводятся в основном путем использования массовых взрывов. Во взрываемом блоке породного массива, согласно проектной сетке, предварительно пробуривается большое количество скважин. Такие параметры буровзрывных работ, как расстояние между скважинами в ряду и между рядами, распределение заряда вдоль скважины определяются размерами зон разрушения вокруг скважинных зарядов. Оценки размеров зон разрушения одиночных скважинных зарядов в однородном породном массиве приведены в [1–4]. Для более точной теоретической оценки этих размеров важно учитывать структуру взрываемого массива, так как нередко массив оказывается неоднородным по глубине и в нем могут быть более прочные или слабые пропластки. Аналогичная ситуация возникает при проведении гидроразрыва в слоистой горной породе.

**РАЗВИТИЕ ТРЕЩИН ПРИ ВЗРЫВЕ УДЛИНЕННОГО ЗАРЯДА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ**

При взрыве удлиненных шпуровых и скважинных зарядов в хрупкой монолитной горной породе основной объем разрушений приходится на зону радиальных трещин. Для оценки размеров и формы таких трещин в трехмерной постановке задачи разработана программа расчета развития системы равномерно распределенных по углу плоских радиальных трещин [5].

Согласно зонной модели взрыва [6–8], после детонации заряда вглубь породы от скважины радиусом  $a_0$  распространяется упругая волна сжатия и за ней фронт волны дробления. По мере ее распространения напряжения в упругой волне уменьшаются, фронт волны дробления затормаживается. При снижении скорости ее развития до максимальной скорости распространения трещин и появлении растягивающих азимутальных напряжений возможно образование радиальных трещин [3]. Фронт волны дробления останавливается и фиксируется радиальное смещение упругой среды на границе с раздробленной породой. Достигнутое на первом этапе взрыва расширение упругой среды в последующем сохраняется из-за сопротивления радиальному сжатию раздробленной породы, деформирующейся по закону сухого трения. Такое расширение способствует развитию в упругой зоне породного массива системы радиальных трещин. Так как окончательные размеры радиальных трещин при взрыве оказываются много больше радиуса зоны дробления, при моделировании предполагается, что их образование в упругой плоскости происходит с развития начальной радиальной системы  $N$  равномерно распределенных по углу трещин прямоугольной формы, начинающихся на оси удлиненного заряда и имеющих размеры, равные длине заряда  $L$  и радиальному размеру зоны дробления  $b$ . Берега начальных полосок трещин нагружены постоянным давлением  $p_b$ , обеспечивающим смещение границы упругой зоны и зоны дробления, достигнутой на первом этапе взрывного разрушения. Для нахождения формы радиальных трещин в заключительной стадии их развития, происходящей в динамическом режиме, рассматривается квазистатический процесс роста трещин при последовательном увеличении приложенного к их берегам давления до значения  $p_b$ . На каждом шаге расчета определяется напряженное состояние упругой среды вблизи фронта трещин с целью выявления возможного разрушения среды и развития трещины.

Оценочный расчет величин  $b$  и  $p_b$  можно провести в плоской постановке в цилиндрической системе координат  $(r, \vartheta)$  по схеме квазистатического расчета равновесного развития зоны дробления [3, 8]. В расчете учитывается адиабатическое расширение взрывных газов в полости взрыва радиуса  $a$ , пластическое деформирование раздробленной породы в слое  $a < r < b$  и упругое деформирование при  $r > b$ . Компоненты напряжения в зоне дробления подчиняются закону Кулона–Мора:  $(1 + \alpha)\sigma_\vartheta - \sigma_r - Y = 0$ , где  $Y = 2C \cos \varphi / (1 - \sin \varphi)$ ,  $\alpha = 2 \sin \varphi / (1 - \sin \varphi)$ ,  $C$  — модуль сцепления,  $\varphi$  — угол внутреннего трения. Аналогичный закон предлагается в качестве критерия разрушения породы в упругой зоне деформирования на границе с зоной дробления:  $(1 + \alpha_2)\sigma_\vartheta - \sigma_r - Y_2 = 0$  ( $\alpha_2 = \sigma_c / \sigma_t - 1$ ,  $Y_2 = \sigma_c$ ;  $\sigma_c, \sigma_t$  — прочность породы на сжатие и растяжение). Рассматривается квазистатическое равновесие упругой зоны и зоны дробления, расширяемой под действием давления газов в полости взрыва. При расширении зоны дробления предполагается отсутствие сжимаемости и выполнение закона сохранения массы в виде  $a^2 - a_0^2 = b^2 - (b - u_b)^2$ , где  $u_b$  — радиальное смещение породы на границе упругой зоны и зоны дробления.

С учетом внешнего сжатия горной породы давлением  $P$  давление на границе упругой зоны и зоны дробления равно [8]:

$$p_b = \frac{Y_2 + 2(1 + \alpha_2)P}{2 + \alpha_2}. \quad (1)$$

Относительное смещение внешней границы зоны дробления определяется как

$$\frac{u_b}{b} = \frac{1+\nu}{2+\alpha_2} [Y_2 - 2P(1-\nu(2+\alpha_2))],$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона упругой среды.

Из условия сохранения массы при деформировании зоны дробления удастся вычислить отношение  $b/a$  через относительный радиус полости  $a/a_0$ :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}{k}}, \quad k = \frac{u_b}{b} \left(2 - \frac{u_b}{b}\right). \quad (2)$$

С учетом этого и условия непрерывности напряжения на границе взрывной полости получим уравнения для нахождения относительного радиуса взрывной полости  $\bar{a} = a/a_0$ :

$$p_0 \bar{a}^{-2\gamma} + \frac{Y}{\alpha} - \left(\frac{Y}{\alpha} + p_b\right) \left(\frac{\bar{a}^2 - 1}{\bar{a}^2 k}\right)^{m/2} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $p_0$ ,  $\gamma$  — начальное давление газов детонации в полости взрыва и показатель их адиабаты. В расчетах принималось  $\gamma = 3$ ,  $p_0 = \rho D^2 / 8$  ( $\rho$  — плотность взрывчатого вещества,  $D$  — скорость детонации).

После вычисления  $\bar{a}$  по (3) из (2) находим относительный радиус зоны дробления:

$$\frac{b}{a_0} = \sqrt{\frac{\bar{a}^2 - 1}{k}}. \quad (4)$$

В [9] результаты расчетов по квазистатической схеме сравнивались с результатами расчетов задачи в динамической постановке. Отличие не превышало 20 %.

Для расчетов трехмерного напряженного состояния среды в упругом пространстве с радиальной системой равномерно распределенных по углу плоских трещин, нагруженных внутренним давлением, использовался метод разрывных смещений [10, 11]. Поверхность трещин разбивалась на квадратные элементы с шагом  $\Delta$ , в пределах которых раскрытие и сдвиги берегов трещины считались постоянными. Трещины представлялись набором дислокационных элементов, описываемых векторами Бюргера, компоненты которых могут быть заранее неизвестны. Находились они из требования выполнения граничных условий в напряжениях в центрах дислокационных элементов трещины в результате решения соответствующей системы линейных уравнений относительно неизвестных компонент векторов Бюргера. Согласно методу суперпозиции, коэффициентами влияния являются нормальные и касательные напряжения на  $i$ -х элементах трещины, вызванные единичными нормальными и сдвиговыми разрывами смещений  $j$ -х элементов. Для вычисления коэффициентов влияния использовались формулы Пича–Келлера, позволяющие рассчитать компоненты тензора напряжений в произвольной точке упругого пространства рядом с дислокационным элементом через контурные интегралы вдоль его границы [12].

Эти формулы применялись для расчета напряжений вблизи кромок трещин для определения возможного разрушения и их развития. Критерием разрушения служил критерий Новожилова, согласно которому разрушение происходит, если среднее напряжение на характерном

элементе среды  $\Delta$  превосходит прочность на растяжение  $\sigma_t$ . Критерий Новожилова применительно к развитию трещин тесно связан с критерием Ирвина. Между критическим коэффициентом интенсивности напряжений на кромке трещины и параметрами критерия Новожилова существует связь:

$$K_{IC} = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi\Delta}{2}}. \quad (5)$$

В настоящей работе напряжения, которые сравнивались с  $\sigma_t$ , определялись в центрах дислокационных элементов, примыкающих к кромке трещины. Для расчетов развития трещин при взрыве и гидроразрыве в массиве, содержащем слои с пониженной и повышенной прочностью, разработанные программы [12, 13] модифицированы в [14]. Введен учет прочности среды в зависимости от координаты точки, где проверяется возможность разрушения. Для случая слоистой среды по значению  $z$  (ось  $z$  перпендикулярна слоям) выявлялась принадлежность точки тому или иному слою. Реализованы варианты двухслойной среды и среды с пропластком. В первом случае вводилась координата границы слоев  $z_0$ . При  $z > z_0$  прочность среды  $\sigma_c$  определяется прочностью верхней среды на растяжение  $\sigma_c = \sigma_t$ , при  $z < z_0$  прочность  $\sigma_c = \sigma_t \alpha$ .

В случае среды с пропластком аналогичные условия принимались для внешней среды при  $|z| > z_0$  и пропластка при  $|z| < z_0$ , где  $z_0$  — координата границы пропластка относительно его срединной плоскости. В данной работе, являющейся развитием [14], введен учет внешнего сжатия, вызванного горным давлением. В задачах принималось, что перпендикулярно плоскости трещин действует напряжение  $\sigma_0 = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ .

Для квазистатических расчетов развития трещин при взрыве скважинного заряда на каждом шаге  $m$  рассчитывалось напряженное состояние породного массива с трещинами. После выделения поля напряжений внешнего сжатия рассматривалась задача о нагружении берегов трещин давлением.

На начальных полосках трещин с поперечным размером  $b$  давление независимо от координаты  $z$  принимало значение  $p_1 = p + \sigma_0$ , на остальных элементах трещин  $p_1 = \sigma_0$ . Здесь  $p$  — давление, изменяющееся от 0 по шагам до  $p_b$  — давления, соответствующего смещению границы упругой зоны и зоны дробления, достигнутому на первом этапе разрушения при взрыве скважинного заряда. Принято, что за время разрушения взрывные газы не успевают проникнуть в трещины, и их берега, кроме элементов начальных полосок, свободны от напряжения.

После определения матрицы коэффициентов влияния всех элементов трещины решение задачи строилось следующим образом. Рассматривались две задачи со своими граничными условиями. В первой на всех элементах начальных полосок трещин независимо от координаты  $z$  принималось нормальное напряжение  $\sigma_{n1}^i = -1$ , на остальных элементах  $\sigma_{n1}^i = 0$ . Во второй на всех элементах трещин  $\sigma_{n2}^i = -1$ .

Класс задач о развитии в породном массиве радиальных трещин при взрыве скважинных зарядов и плоских трещин при гидроразрыве отличается тем, что сдвиговые напряжения на берегах трещин отсутствуют и вектора разрыва смещений на элементах берегов имеет только одну

компоненту, отличную от нуля — раскрытие  $d_n^j$ . В этом случае нормальные напряжения на берегах трещин определялись через раскрытия с помощью матрицы коэффициентов влияния  $S^{ij}$  следующим образом:  $\sigma_n^i = S^{ij} d_n^j$ ,  $i, j = 1, \dots, N$  ( $N$  — число элементов трещины).

В результате решения систем линейных уравнений для двух задач, приведенных выше, определялись раскрытия элементов трещин  $d_{n1}^i$  и  $d_{n2}^i$ , по которым с использованием формул Пича–Келлера суммированием по всем элементам трещин рассчитывались напряжения в элементах плоскостей, окружающих трещины и, в частности, примыкающих к их кромке  $\sigma_{n1}$  и  $\sigma_{n2}$ . Дополнительное нормальное напряжение в таких элементах:

$$\sigma_n = p\sigma_{n1} + \sigma_0\sigma_{n2}. \quad (6)$$

Приравнявая значение данного напряжения к прочности среды на растяжение в центре примыкающего к кромке трещины элемента, вычислялось критическое давление в трещине  $p = p_c$ , при котором в этом элементе произойдет разрушение:

$$\begin{aligned} \text{при } z > z_0: \quad p_c &= \frac{\sigma_c - \sigma_0\sigma_{n2}}{\sigma_{n1}}, \\ \text{при } z < z_0: \quad p_c &= \frac{\sigma_c\alpha - \sigma_0\sigma_{n2}}{\sigma_{n1}}. \end{aligned}$$

Проведя такие расчеты для всех элементов окружения трещины, находились элементы, которые разрушатся на данном шаге расчетов развития трещин. Принималось, что разрушаются элементы, у которых  $p_c^* < p_c < k p_c^*$  ( $p_c^*$  — минимальное критическое давление в трещине, вызывающее разрушение, множитель  $k = 1.1-1.3$ ). Такое условие удовлетворительно с точки зрения повторяемости результатов при его варьировании и ограничения расчетного времени. При подготовке следующего шага ( $m+1$ ) новые разрушенные элементы присоединялись к ранее разрушенным, рассчитывались элементы матрицы коэффициентов влияния, строилось новое окружение трещины, после этого цикл расчетов повторялся.

Пример расчета форм трещин, образующихся при взрыве удлиненного заряда в двухслойном породном массиве в безразмерном виде, приведен на рис. 1. В качестве единиц длины взяты значения размера квадратного элемента расчетной сетки  $\Delta$ , принятого равным половине радиуса зоны дробления  $b$ , соответствующего заряда. Расчеты выполнялись для случая развития двух диаметрально противоположных трещин, расположенных в плоскости  $(x, z)$ . Кривые 1 соответствуют начальным размерам трещин, кривые 2–7 — формам трещин, образованных при взрыве шпурового заряда аммонита радиусом  $a_0 = 4.2, 8.5, 11.5, 21.0, 33.8$  и 55.0 мм. Таким зарядам соответствуют значения радиуса зоны дробления  $b = 11, 22, 30, 56, 88$  и 130 см. Расчет проводился применительно к граниту при модуле Юнга среды  $E = 50$  ГПа, коэффициенте Пуассона  $\nu = 0.3$ , прочности среды на сжатие 150 МПа, трещиностойкости  $K_{IC} = 2.55 \cdot 10^6$  МПа·м<sup>0.5</sup>, начальном давлении взрыва заряда аммонита 1500 МПа, параметрам закона Кулона–Мора  $\alpha = 4$ ,  $\alpha_2 = 11$ . По этим данным и методике квазистатического расчета развития зоны дробления вычислялся размер зоны дробления  $\bar{b} = b/a_0 = 26$  и давление, раскрывающее трещины  $p_b = 11.7$  МПа (формулы (1), (4)). Прочность среды на растяжение  $\sigma_t$  определялась по соотношению (5). Размер квадратного элемента расчетной сетки принимался  $\Delta = b/2$ , множитель в условии разрушения  $k = 1.3$ .

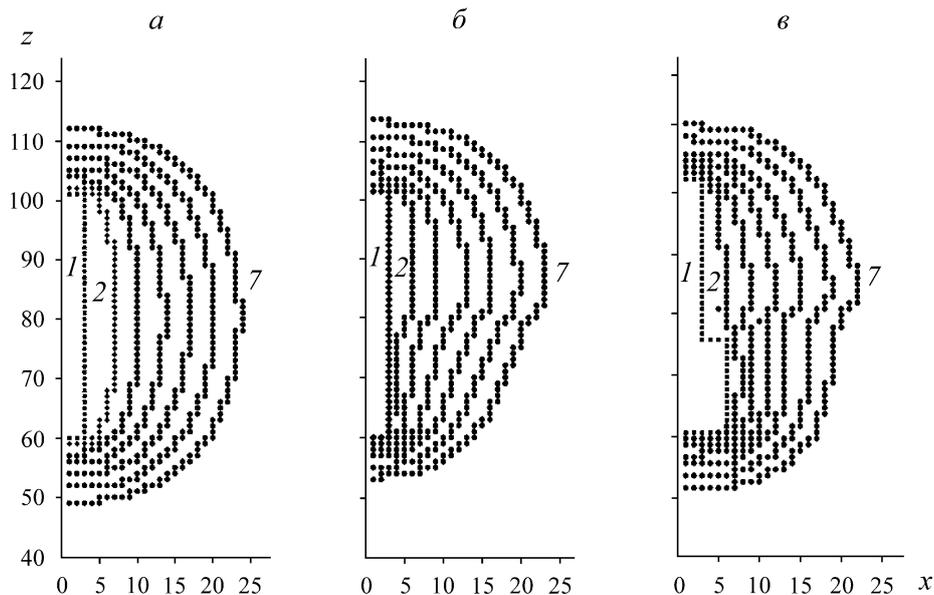


Рис. 1. Форма радиальных трещин: *a* — образующихся при взрыве в однородном массиве  $\alpha = 1$ ; *б* — в массиве с повышенной прочностью нижней его части при  $\alpha = 1.7$ ; *в* — при увеличении радиуса заряда в более прочном слое массива в 2.5 раза

На рис. 1*б* видно, как меняется форма трещин при взрывах скважинных зарядов в зависимости от радиуса в двухслойном породном массиве разной прочности. В более прочном слое трещина развивается в меньшей степени. Такое неоднородное развитие трещин удастся частично компенсировать, увеличивая радиус заряда, располагающегося в более прочной среде, в 2.5 раза (рис. 1*в*).

Результаты расчетов форм трещин, образующихся при взрыве удлиненного заряда в случае наличия пропластка в основном слое, представлены на рис. 2. Предполагалось, что пропласток располагается симметрично относительно середины заряда, поэтому формы трещин приведены в первом квадранте плоскости  $(x, z)$ . На рисунке в безразмерном виде приведен пример расчетных форм трещин, возникающих при взрыве в однородном известняковом массиве и в массиве с прослойкой повышенной прочности ( $|z| < 20$ ).

Расчетные формы трещин, образующиеся при взрыве при разном радиусе шпурового заряда аммонита в однородном массиве известняка, приведены на рис. 2*а*, в массиве с прослойкой, повышенной в 1.5 раза прочностью — на рис. 2*б*, при коррекции радиуса заряда в более прочном слое массива за счет увеличения радиуса заряда в 2 раза — на рис. 2*в*. Кривые 1 соответствуют начальным полоскам трещин, кривые 2–6 — формам трещин, образующихся при взрыве шпурового заряда аммонита радиусом  $a_0 = 16.3, 23.0, 31.8, 45.9$  и 59 мм соответственно. Размеры зон дробления  $b$  и максимальных поперечных размеров трещин  $X_{\max}$  приведены в таблице. Из рис. 2*а, б* видно значительное (до 2 раз) уменьшение координат вдоль оси  $x$  фронта трещин в прослойке по сравнению с основным массивом. Для получения однородного развития трещин вдоль скважины такое различие удастся в некоторой степени скорректировать, увеличивая в 2 раза радиус заряда, находящегося в прослойке (рис. 2*в*).

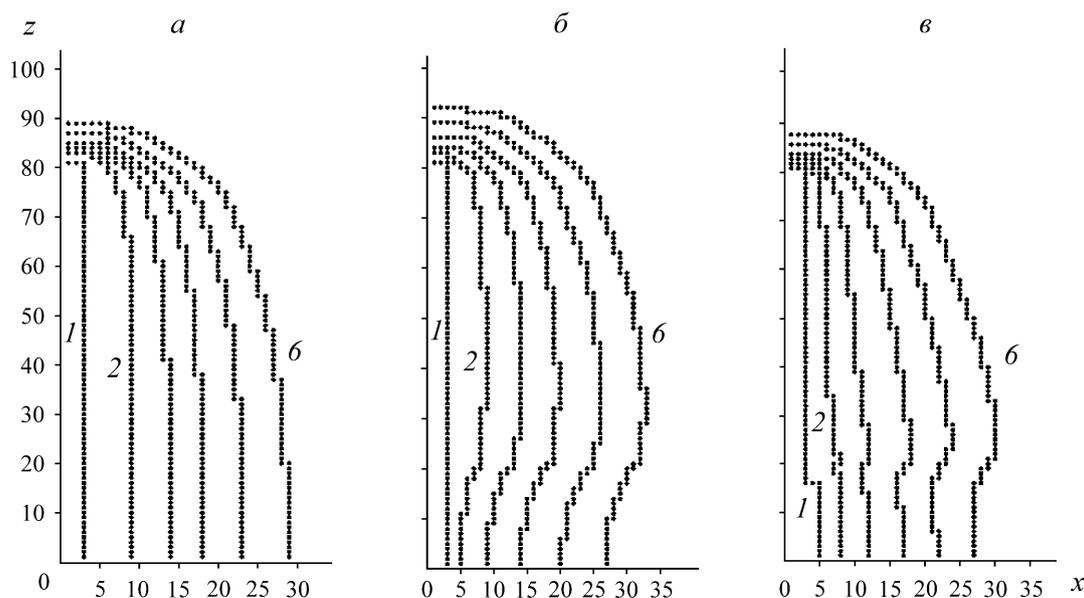


Рис. 2. Форма радиальных трещин: *a* — образующихся при взрыве в однородном массиве  $\alpha = 1$ ; *б* — в массиве с прослойкой при  $|z| < 20$  повышенной прочности  $\alpha = 1.5$ ; *в* — при увеличении радиуса заряда в более прочном слое в 2 раза

Для расчетов развития трещины в известняке использовались следующие прочностные и деформационные данные [6]: модуль Юнга  $E = 50$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , прочность среды на сжатие 70 МПа, коэффициент интенсивности напряжений  $2.55 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ , начальное давление взрыва заряда аммонита 1500 МПа, параметры закона Кулона–Мора  $\alpha = 4$ ,  $\alpha_2 = 11$ . По этим данным по методике квазистатического расчета развития зоны дробления рассчитывался размер зоны дробления  $\bar{b} = b/a_0 = 38.1$  и давление, раскрывающее трещины  $p_b = 5.6$  МПа (формулы (4), (1)). Размер квадратного элемента расчетной сетки принимался  $\Delta = b/2$ , множитель в условии разрушения  $k = 1.3$ .

Размеры зон дробления  $b$ , максимальные поперечные размеры трещин  $X_{\max}$  и равновесный размер трещины  $l_p$

| Параметр                      | Кривая на рис. 2 |       |       |       |       |
|-------------------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|
|                               | 2                | 3     | 4     | 5     | 6     |
| Радиус заряда, мм             | 16.30            | 23.90 | 31.80 | 45.90 | 59.00 |
| Радиус зоны дробления $b$ , м | 0.62             | 0.91  | 1.21  | 1.75  | 2.22  |
| $X_{\max}$ , м                | 2.79             | 5.90  | 10.30 | 20.10 | 31.10 |
| $l_p$ , м                     | 2.40             | 5.10  | 9.00  | 19.00 | 30.30 |

Учитывая, что длина заряда в расчетах, результаты которых приведены на рис. 2*a*, значительно больше поперечного размера трещин, для приближенного определения такого размера воспользуемся решением задачи о равновесном состоянии трещины, нагружаемой постоянным давлением  $p_b$  в ее центре на интервале  $|x| < b$ , в плоской постановке теории упругости. Согласно решению данной задачи, равновесный размер  $l_p$  трещины определяется из уравнения

$$K_{IC} = \frac{2p_b \sqrt{l_p}}{\sqrt{\pi}} \arcsin\left(\frac{r_b}{l_p}\right). \tag{7}$$

Результаты расчетов  $l_p$  по (7) отражены в таблице. Сравнение  $l_p$  с  $X_{\max}$  показало их удовлетворительное согласие, что подтверждает работоспособность предложенной расчетной схемы.

Результаты расчетов форм трещин приведенных задач при сохранении геометрического подобия и постоянства безразмерных параметров можно распространить на другие породы и удлиненные заряды. Рассматриваемая задача о равновесной форме трещины, образующейся при взрыве удлиненного заряда в плоской постановке, определялась набором размерных параметров ( $p_b, \Delta, b, L, K_{IC}$ ) и безразмерных ( $\nu, m, k, \alpha, \beta$ ). Отметим, что модуль Юнга не входил в число параметров, так как задача о расчете формы трещин решалась как первая краевая задача о нахождении напряжений, не зависящая от модуля Юнга. Из размерных параметров, принимая за основные  $p_b$  и  $b$ , имеем следующие безразмерные:  $p_b\sqrt{b}/K_{IC}, \Delta/b, b/L$ . Сохраняя значения этих параметров вместе со всеми безразмерными, можно получить искомые величины для другого набора размерных параметров. Из соотношения  $p_b\sqrt{b}/K_{IC} = \text{const}$  следует выражение для нового значения радиуса зоны дробления  $b^n$  при взрыве шпурового заряда в породе с трещиностойкостью  $K_{IC}^n$  и давлением расширения упругой зоны после остановки развития зоны дробления  $p_b^n$ :

$$b^n = b \left( \frac{K_{IC}^n}{K_{IC}} \right)^2 \left( \frac{p_b}{p_b^n} \right)^2.$$

По величине  $\bar{b}^n = b^n / a_0^n$ , определяемой из решения (1)–(3) квазистатической задачи о развитии зоны дробления, находится радиус удлиненного заряда  $a_0^n$  и его длина  $L^n = Lb^n / b$ . Взрыв такого заряда приводит к образованию в породном массиве трещины, форма которой рассчитана в исходной задаче.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН ПРИ ГИДРОРАЗРЫВЕ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Вопрос моделирования развития трещин при гидроразрыве достаточно хорошо изучен. Кроме классических одномерных моделей [15, 16], существуют двумерные и трехмерные. Последние отличаются большой сложностью их реализации, поэтому в инженерной практике используются приближенные псевдотрехмерные модели [17–20]. Актуальность таких исследований для горного дела показана в [21].

Разработанная в настоящей работе программа позволяет рассчитывать формы трещин гидроразрыва в слоистом пласте, когда разрыв осуществляется маловязкой жидкостью. Считается, что берега трещин нагружены постоянным по их поверхности давлением. Напряжение в элементе вне трещины рассчитывается по формуле, аналогичной (6). С учетом того, что решения двух вспомогательных задач в случае гидроразрыва однородного по напряжениям внешнего поля совпадают и  $\sigma_{n1} = \sigma_{n2}$ , имеем, что дополнительное напряжение на элементах вне трещины  $\sigma_n = (p + \sigma_{01})\sigma_{n1}$ . Отсюда критическое давление в трещине для каждого элемента в ее окружении находится в зависимости от координаты элемента. Если  $z > z_0$ , то  $p_c + \sigma_{01} = \sigma_c / \sigma_{n1}$ , при  $z < z_0$ :  $p_c + \sigma_{01} = \alpha\sigma_c / \sigma_{n1}$ . Минимальное значение вычисленных таким образом  $p_c$  для всех элементов на кромке трещины определяет сумму  $p_c^* + \sigma_{01}$  и давление в трещине  $p_c^*$ , при котором начинается ее подрастание. Оно обусловлено минимальным значением  $\sigma_c / \sigma_{n1}$

и  $\alpha\sigma_c / \sigma_{n1}$  в зависимости от координаты  $z$  элемента. Так как эти величины не связаны с напряжением внешнего сжатия, такое же минимальное критическое напряжение  $p_{c0}^*$  в трещине будет определяться в задаче о напряженном состоянии трещины гидроразрыва при  $\sigma_{01} = 0$ . Отсюда  $p_c^* = p_{c0}^* - \sigma_{01}$  на каждом шаге решения. Форма трещины, ее площадь и объем, полученные в задаче, решенной с условием  $\sigma_{01} = 0$ , будут являться решением и для задачи с  $\sigma_{01} \neq 0$ .

Пример расчета развития трещины гидроразрыва в среде, содержащей при  $|z| < 20$  прослойку с пониженной трещиностойкостью, приведен на рис. 3. На рис. 3а представлены в безразмерном виде в первом квадранте плоскости ( $xz$ ) расчетные формы равновесных плоских трещин гидроразрыва, образующихся в однородном массиве. За единицу длины принят размер квадратного элемента расчетной сетки  $\Delta$ . Кривые 1 соответствуют начальным полоскам роста трещин, кривые 2–6 — формам их развития при равновесных давлениях 0.310, 0.200, 0.165, 0.146 и 0.132 МПа. На рис. 3б показаны формы трещин гидроразрыва, образующихся в случае уменьшения  $K_{IC}$  в прослойке на 10%, по сравнению с окружающим массивом. Формы трещин (кривые 2–6) соответствуют давлениям 0.180, 0.144, 0.123, 0.111 и 0.103 МПа.

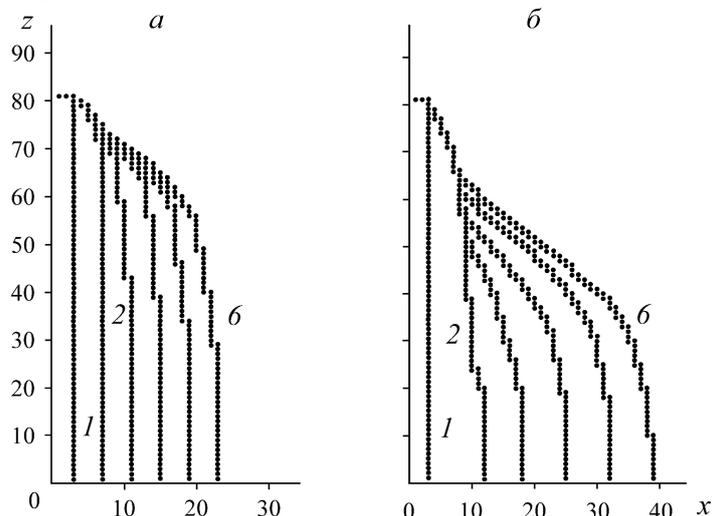


Рис. 3. Форма трещин гидроразрыва, образующихся в однородном массиве (а) и массиве с прослойкой при  $|z| < 20$  с пониженной на 10% трещиностойкостью (б)

Расчеты проведены при внешнем сжатии  $\sigma_{01} = 0$  и следующих параметрах среды: модуль Юнга  $E = 50$  ГПа, коэффициент Пуассона 0.3, трещиностойкость основного массива  $K_{IC} = 1$  МПа·м<sup>1/2</sup> и  $K_{IC} = 0.9$  МПа·м<sup>1/2</sup> в прослойке. Принятые параметры расчетной схемы: размер элемента  $\Delta = 1$  м, поперечный размер начальной трещины  $b = 2$  м, множитель  $k = 1.3$  в условии разрушения. Небольшое уменьшение трещиностойкости в прослойке приводит к существенному изменению формы трещины гидроразрыва (рис. 3). Ее развитие привязано к опережающему распространению вдоль ослабленной прослойки. В качестве контролирующего фактора степени развития гидроразрыва взят объем раскрытия трещины. На рис. 4 в безразмерном виде приведены зависимости максимального удаления кромки трещины от скважины  $X = X_{\max} / \Delta$  (кривые 1, 2) и площади трещины  $S = s / \Delta^2$  (кривые 3, 4) для расчетов роста трещины в однородном массиве и массиве с ослабленной прослойкой соответственно от безразмерного объема трещины  $V = vE / (\Delta^{5/2} K_{IC})$ .

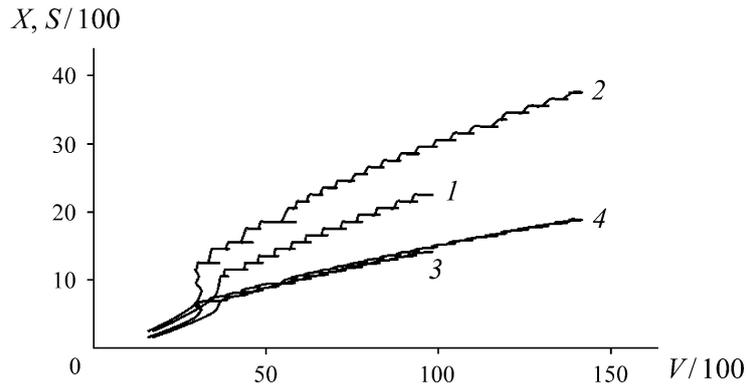


Рис. 4. Зависимости поперечного размера трещин от их объема (1, 2) и площади трещин (3, 4) для случаев распространения трещин в однородном массиве и массиве с ослабленной прослойкой

Из рис. 4 видно, что площадь трещин слабо зависит от наличия ослабленной прослойки, в то время как дальность распространения трещины от скважины при наличии прослойки значительно больше при одинаковом объеме трещины и закаченной жидкости. Последнее — следствие явления преимущественного развития трещины при гидроразрыве в сторону наименьшего сопротивления, особенно если разрыв осуществляется маловязкой жидкостью [22, 23]. При начальном развитии гидроразрыва от скважины, когда распространение трещины невелико, можно оценить равновесное давление в ней в зависимости от поперечного размера трещины  $x$ . Такое давление  $p_t$  определяется условием равновесного состояния плоской изолированной трещины длиной  $2x$ :  $K_{IC} = p_t \sqrt{\pi x}$ . В безразмерном виде отсюда следует:  $P_t = p_t \sqrt{\Delta} / K_{IC} = 1 / \sqrt{\pi X}$ ,  $X = x / \Delta$ .

Графики расчетных зависимостей  $P(X) = p_c \sqrt{\Delta} / K_{IC}$  и  $P_1(X) = p_{c1} \sqrt{\Delta} / K_{IC}$ , соответствующие вариантам *a* и *б* (рис. 3), и  $P_t(X)$  приведены на рис. 5. В диапазоне поперечного размера трещины от 10 до  $40a$  при полудлине скважины  $80a$  теоретическая оценка достаточно хорошо описывает расчетные значения давления, что подтверждает работоспособность расчетной модели определения формы трещин при гидроразрыве в слоистом породном массиве.

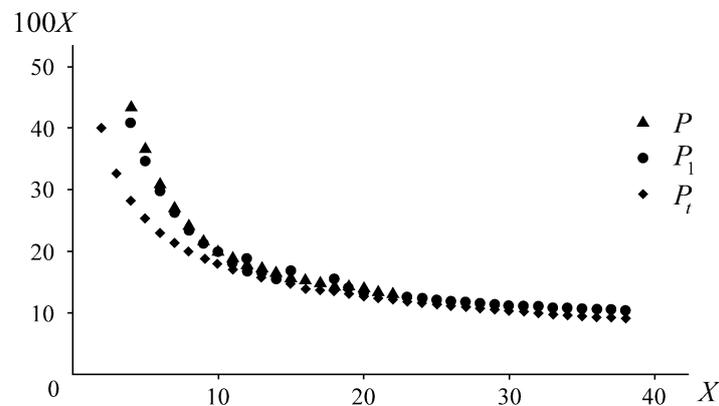


Рис. 5. Зависимости равновесного давления жидкости в трещине, развивающейся от скважины, при гидроразрыве от ее поперечного размера. Треугольные маркеры соответствуют трещинам, формы которых приведены на рис. 3а, круглые — рис. 3б, точки — теоретической оценке

## ВЫВОДЫ

Разработана расчетная схема определения формы и размеров радиальных трещин, образующихся при взрыве скважинных зарядов в слоистом породном массиве. Для равномерного разрушения породы вдоль скважины необходимо корректировать погонное распределение заряда взрывчатого вещества с учетом прочности пород слоистого массива.

Приведены примеры расчетов формы и размеров трещины гидроразрыва, образуемой в слоистом породном массиве. Сравнение результатов расчетов равновесного давления при гидроразрыве с теоретической оценкой подтверждает работоспособность расчетной схемы. Наличие даже небольшого снижения трещиностойкости в слое на 10 % приводит к преимущественному развитию трещины гидроразрыва в нем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мосинец В. Н. Дробящее и сейсмическое действие взрыва в горных породах. — М.: Недра, 1976. — 272 с.
2. Кутузов Б. Н., Андриевский А. П. Новая теория и новые технологии разрушения горных пород удлиненными зарядами взрывчатых веществ. — Новосибирск: Наука, 2002. — 96 с.
3. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Учет дилатансии при описании разрушения горных пород взрывом цилиндрического заряда // ФТПРПИ. — 1999. — № 4. — С. 400–408.
4. Вохмин С. А., Курчин Г. С., Кирсанов А. К., Грибанова Д. А. Обзор существующих методик расчета параметров зон разрушения породного массива // Современные проблемы науки и образования. — 2015. — Ч. 1. — № 1. — 401 с.
5. Шер Е. Н., Черников А. Г. Расчет параметров радиальной системы трещин, образующейся при взрыве удлиненного заряда в хрупких горных породах // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2015. — № 2. — С. 299–303.
6. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород // ПММ. — 1967. — Т. 31. — Вып. 4. — С. 643–669.
7. Механический эффект подземного взрыва / В. Н. Родионов, В. В. Адушкин, А. Н. Ромашев и др. — М.: Недра, 1971. — 221 с.
8. Чедвик П., Кокс А., Гопкинсон Г. Механика глубинных подземных взрывов. — М.: Мир, 1966. — 126 с.
9. Шер Е. Н., Александрова Н. И. Динамика развития зоны дробления в упругопластической среде при камуфлетном взрыве шнурового заряда // ФТПРПИ. — 1997. — № 6. — С. 43–49.
10. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. — М.: Мир, 1987. — 326 с.
11. Peach M. and Koehler J. S. The forces exerted on dislocations and the stress fields produced by them, Phys. Rev., 1950, Vol. 80, No. 3. — P. 436–440.
12. Михайлов А. М. Расчет напряжений вокруг трещины в трехмерном случае // ФТПРПИ. — 2000. — № 5. — С. 445–451.
13. Шер Е. Н., Черников А. Г. Расчет параметров радиальной системы трещин, образующихся при взрыве удлиненного заряда в хрупких горных породах // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2015. — № 2. — С. 299–303.
14. Шер Е. Н. Определение формы и размеров радиальных трещин в слоистом породном массиве, образующихся при взрыве скважинных зарядов и гидроразрыве // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2019. — Т. 6. — С. 266–271.

15. **Kristianovich S. A. and Zheltov Y. P.** Formation of vertical fractures by means of highly viscous fluids, 4<sup>th</sup> World Petroleum Congress, 6–15 June, Rome, Italy, 1955.
16. **Perkins T. K. and Kern L. R.** Widths of hydraulic fractures, *J. of Petroleum Technol.*, 1961, Vol. 13, No. 9. — P. 937–949.
17. **Geertsma J.** Chapter 4. Two-dimensional fracture propagation models, *Recent Advances in Hydraulic Fracturing*, Monograph Series, Eds. Giggley J., Holditch S., Veatch D. N. R., Richardson TX, PE, 1989. — P. 81–94.
18. **Adachi J. I., Detournay E., and Peirce A. P.** An analysis of the classical pseudo-3D model for hydraulic fracture with equilibrium height growth across stress barriers, *J. Rock Mech. and Min. Sci.*, 2010, Vol. 47, Issue 4. — P. 625–639.
19. **Zhang X., Wu B., Jeffrey R. G., Connell L. D., and Zhang G.** A pseudo-3D model for hydraulic fracture growth in a layered rock, *Int. J. of Solids and Structures*, 2017, Vol. 115, 116. — P. 208–223.
20. **Xu B., Liu Y., Wang Y., Yang G., Yu Q., and Wang F.** A new method and application of full 3D numerical simulation for hydraulic fracturing horizontal fracture, *Energies*, 2019, Vol. 12, Issue 1 (48).
21. **Сердюков С. В., Патутин А. В., Шилова Т. В., Азаров А. В., Рыбалкин Л. А.** Технологии повышения эффективности разработки твердых полезных ископаемых с использованием гидроразрыва горных пород // ФТПРПИ. — 2019. — № 4. — С. 90–97.
22. **Алексеев О. П., Вайсман А. М.** Несимметричный рост трещины гидроразрыва // МТТ. — 1996. — № 1. — С. 107–113.
23. **Колыхалов И. В., Панов А. В., Скулкин А. А.** Влияние свойств рабочего флюида на симметричность формы поперечной к скважине трещины гидроразрыва // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук*. — 2019. — Т. 6. — № 3. — С. 77–81.

*Поступила в редакцию 10/VIII 2020  
После доработки 15/X 2020  
Принята к публикации 03/XI 2020*