

**О ПРИРОДЕ «ПИНЧ-ЭФФЕКТА» И НЕКОТОРЫХ ДРУГИХ ВОПРОСАХ  
ТЕОРИИ РАЗРУШЕНИЯ**

**Г. П. Черепанов (Москва)**

В книге П. Бриджмена [1] описано несколько видов разрушений твердого тела, характерных для больших давлений. Ниже предлагается объяснение этих явлений на основе современных представлений о разрушении хрупкого и пластического тела.

1°. Явление «пинч-эффекта» заключается в следующем. «Сплошной цилиндр подвергается давлению, действующему только на наружную цилиндрическую поверхность; края же остаются не подверженными давлению. Когда давление достигает величины, численно примерно равной пределу прочности при чисто растягивающей нагрузке, то части цилиндра обычно разрываются где-либо около середины и очень редко в зоне, примыкающей к сальникам. Впечатление создается такое, как будто цилиндр разорван растягивающей силой, приложенной непосредственно к его выступающим концам... Если прут сделан из хрупкого материала, например стекла или стали, обладающей твердостью стекла, разрыв образует ясно выраженную плоскость, перпендикулярную к оси, но если прут сделан из материала, который до разрыва обладает текучестью, как, например, из мягкой стали, то получается значительное сужение площади в месте излома; вообще своим видом излом очень похож на тот, который получается при обыкновенном испытании на разрыв» ([1], стр. 96]. Объяснение «пинч-эффекта», данное Бриджменом и основанное на критерии максимального удлинения, представляется неудовлетворительным.

Главные упругие напряжения в цилиндре, очевидно, равны

$$\sigma_r = -p, \quad \sigma_\theta = -p, \quad \sigma_z = 0 \quad (1)$$

Здесь  $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты (ось  $z$  совпадает с осью цилиндра),  $p$  — величина бокового давления.

Цилиндр из идеально пластического материала, очевидно, разрушится при давлении  $p$ , равном  $\sigma_s$ , где  $\sigma_s$  — предел текучести, так как именно при этом давлении он переходит в пластическое состояние ( $2 \max\{|\sigma_r|, |\sigma_z|\} = \sigma_s$ ). Эта величина разрушающего давления, а также направление площадок скольжения совпадают с соответствующими величинами для случая растяжения стержня напряжением  $\sigma_z = \sigma_s$ .

Будем теперь считать материал цилиндра идеально хрупким или квазихрупким [2]. Характерным свойством таких материалов является наличие на их поверхности большого числа микротрецин-дефектов. Согласно теории хрупкого разрушения [2], прочность стержня на растяжение равна  $\sigma$

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{R}} f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \quad (2)$$

Здесь  $K$  — модуль сцепления,  $R$  — радиус цилиндра. Функция  $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  зависит от безразмерных геометрических параметров  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ ; она полностью определяется геометрией поверхностных микротреций. При этом наибольшую роль играют максимальные по размерам и нормальные к поверхности стержня трещины. В опытах Бриджмена давление на боковую поверхность цилиндра передавалось посредством жидкости или газа. Очевидно, жидкость или газ проникали в поверхностные микротреции и производили давление на их стены, равное давлению на боковую поверхность цилиндра. Решая соответствующую задачу теории трещин, нетрудно сообразить, что, по крайней мере, в том случае, когда все микротреции нормальны к поверхности стержня, разрывающее давление будет совпадать с величиной  $\sigma$ , определяемой формулой (2). Строго говоря, функция  $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  для различных стержней одинаковой длины и радиуса будет различной; однако для стержней из одинакового материала с одной и той же технологией изготовления, одинаковой предысторией и одной и той же температурой, при которой производится эксперимент, весьма достоверным является предположение о несущественном различии этих функций. Отсюда получается результат Бриджмена о примерном равенстве предельного давления пределу прочности на растяжение.

Бриджмен описал также другой случай разрушения, когда удлинение не определяет разрыва, а каждое отдельное напряжение и деформация являются сжимающими. Стальной цилиндр конечной длины плотно пригнан внутрь эbonитовой трубки той же длины. В таком виде и то, и другое подвергается гидростатическому давлению, действующему на всю внешнюю поверхность. Разрыв происходит так, как если бы в трубку был введен конус, растягивающий ее до точки разрыва. Объяснение этого явления аналогично объяснению «пинч-эффекта» и основано на том, что напряжение  $\sigma_\theta$  в трубке по абсолютной величине всегда меньше внешнего давления. Нетрудно найти величину

разрушающего внешнего давления  $p^*$ , используя высказанные ранее предположения

$$\bar{p}^* = \frac{E_1 \sigma_p}{(1 - 2\nu_2) E_1 - (1 - 2\nu_1) E_2} \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_p$  — прочность на растяжение материала трубы (эбонита);  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль Юнга; индекс 1 относится к материалу сплошного цилиндра (стали), индекс 2 — к материалу трубы (эбониту).

2°. Рассмотрим вопрос о пределе прочности на сжатие в случае хрупких или квазихрупких тел. Этот вопрос представляет также интерес в связи с опытами Бриджмена по разрушению толстостенных хрупких цилиндров [1].

Пусть сплошной хрупкий цилиндр со свободной боковой поверхностью подвергается осевому сжатию. Казалось бы, нет причины, вызывающей разрушение, так как пластическое или вязкое течения исключаются. Однако наличие в реальном хрупком теле большого числа микротрещин и дефектов, особенно вблизи его поверхности, приводит к тому, что тело, как бы разбиваемое дефектами на ряд стержней очень сложной формы, теряет упругую устойчивость и разрушается. При этом критическое давление полностью определяется величиной и расположением дефектов. Точный расчет здесь невозможен, однако на основе соображений анализа размерностей и некоторых естественных предположений можно получить оценочные формулы.

Пусть характерный размер трещин в хрупком теле обозначен через  $l$ , а характерный размер концевой области трещины, в которой действуют силы сцепления, — через  $d$ . Пусть интенсивность сил сцепления в концевой области трещины имеет порядок  $G$ . Параметры  $l, d, G$  будут определяющими.

Прочность хрупкого тела на сжатие  $\sigma_-$ , очевидно, можно записать в виде

$$\sigma_- = GF(l/d) \quad (4)$$

Отметим, что формула (4) не учитывает влияния размера самого образца; очевидно, это влияние пренебрежимо мало лишь тогда, когда характерный размер трещины мал по сравнению с характерным линейным размером тела.

Следуя Г. И. Баренблатту [2], примем естественное предположение

$$d \ll l \quad (5)$$

При этом формулу (4) можно записать в виде

$$\sigma_- \sim G \quad (6)$$

или, вспоминая [2], что модуль сцепления  $K$  имеет порядок  $G\sqrt{d}$ , а прочность на растяжение  $\sigma_+$  — порядок  $Kl^{-1/2}$ , в виде

$$\sigma_- / \sigma_+ \sim \sqrt{l/d} \quad (7)$$

Очевидно, для идеально хрупкого тела интенсивность сил сцепления имеет порядок модуля Юнга  $E$ , а для пластического или близкого к нему тела — порядок предела текучести. Поэтому близость прочности на сжатие к величине модуля Юнга  $E$ , согласно формуле (6), может служить качественной характеристикой близости соответствующего материала к идеально хрупкому. Формулу (7) можно использовать для проверки выполнимости гипотезы малости (5) в случае естественных микротрещин, всегда имеющихся в реальном теле, на основе макроскопических испытаний.

Приведем для сравнения данные о механических характеристиках некоторых квазихрупких материалов; цифры (в кг/мм<sup>2</sup>) взяты из справочника [3]:

силикатные стекла

$$\sigma_+ = 3 - 9, \quad \sigma_- = 50 - 200, \quad E = (5 - 8.5) \cdot 10^8$$

каменное литье

$$\sigma_+ = 2, \quad \sigma_- = 20, \quad E = 11.000$$

кислотоупорные керамические изделия

$$\sigma_+ = 1.15 - 11, \quad \sigma_- = 35 - 160, \quad E = 42 - 70$$

фарфор

$$\sigma_+ = 2.5 - 3.5, \quad \sigma_- = 45 - 55, \quad E = 60 - 80$$

Небольшая величина прочности на сжатие  $\sigma_-$  по сравнению с модулем Юнга в случае стекол и других вязкоупругих тел объясняется интенсивной релаксацией напряжений в окрестности концов трещин.

Поступила 8.Х 1964

#### ЛИТЕРАТУРА

- Br i d g m a n P. The Physics of High Pressure. London, 1931 (русск. перев. Бриджмен П. Физика высоких давлений. М.—Л., 1935).
- Б а р е н бл а тт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4.
- Справочник по машиностроительным материалам, т. 4. Гостехиздат, М., 1960.