

ОЧАГОВОЕ ТЕПЛОВОЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЕ РЕАКЦИОННОСПОСОБНОГО ГАЗА В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Р. С. Буркина

Томский государственный университет, 634050 Томск, roza@ftf.tsu.ru

Определены основные стадии развития процесса очагового воспламенения реакционноспособного газа в высокопористой среде при больших значениях параметра Пекле в условиях естественной фильтрации газа и ограниченного внутреннего межфазного теплообмена. В рамках асимптотического анализа при больших значениях температурного напора и параметра Франк-Каменецкого исследовано воспламенение газа в П-образном очаге разогрева. Определена критическая связь параметров, разделяющая режимы воспламенения газа и постепенного охлаждения очага разогрева. Над пределом воспламенения найдена и проанализирована зависимость времени воспламенения от параметров процесса. Показано сильное влияние межфазного теплообмена на предел и время воспламенения. Приведен пример расчета критических параметров очагового воспламенения метана в завале отработанной породы.

Ключевые слова: очаговое воспламенение, пористая среда.

Воспламенение реакционноспособного газа в пористой среде — распространенное явление в различных технологических и природных процессах [1, 2]. Особую значимость определение условий воспламенения газа в пористой среде приобретает при решении проблемы пожаро- и взрывобезопасности производств. Так, при ведении горных выработок в области сильнозагазованного пространства в аварийных ситуациях образуются завалы обрушенной породы, по структуре представляющие собой пористую среду, содержащую внутри порового пространства реакционноспособную смесь газов (метан — воздух). При этом под действием удара, резкого сжатия, разрушения, трения отдельных слоев породы в завалах создаются области повышенной температуры — очаги разогрева. Локальные разогревы завалов могут возникать также в результате сопутствующих процессов: электрических разрядов, прохождения электрического тока, при поглощении каркасом завала концентрированных лучистых потоков тепла от случайных источников. В определенных условиях очаги разогрева могут привести к воспламенению газа и возникновению пожара.

Очаговое воспламенение реакционноспособных гомогенных сред изучено достаточно

широко (см., например, [3–7]). Процессы воспламенения в пористых средах имеют специфические особенности, обусловленные, прежде всего, разделением компонентов химических реакций по фазовым состояниям и усложненным механизмом теплопередачи [8–12]. Эти особенности приводят к качественным изменениям параметров воспламенения в пористых средах и изменяют критические условия, разделяющие различные режимы процессов (пределы воспламенения). В частности, проведенное в [12] исследование очагового воспламенения в пористой среде в условиях естественной фильтрации газа и прохождения гетерогенных химических реакций на поверхности каркаса показало сильную зависимость времени и предела воспламенения от условий внутреннего межфазного теплообмена. Естественно ожидать не меньшую зависимость и параметров очагового воспламенения реакционноспособного газа в пористой среде от условий межфазного теплообмена и величины температурного напора. Их изучение — цель данной работы.

Рассматривается неограниченная пористая среда, внутри порового пространства которой находится реакционноспособный газ. В начальный момент времени в среде имеется область повышенной температуры каркаса и газа — очаг разогрева. Под действием очага разогрева газ в порах может фильтроваться по пористой среде. Внутри пор в газе возможно протекание экзотермических химических реакций

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (номер проекта 03-03-33075) и грантом CRDF (ТО-016-02) в рамках программы BRNE и Министерства образования РФ.

с большим тепловым эффектом. Перенос тепла осуществляется теплопроводностью по каркасу и путем конвекции. Эволюция очага разогрева и воспламенение газа зависят от интенсивностей процессов тепловыделения химических реакций и отвода тепла из очага разогрева. Для упрощения математического описания процесса принимаются следующие допущения.

1. Модель одномерна, т. е. параметры пористой среды меняются вдоль одной пространственной координаты x и постоянны по любому сечению, перпендикулярному оси x .

2. Пористость среды постоянна и не меняется в ходе процесса.

3. Из всех возможных химических реакций (газофазные внутри пор, гетерогенные на внутренней пористой поверхности каркаса, твердофазные) рассматриваются только газофазные. Поскольку процесс исследуется лишь до момента воспламенения, когда влияние выгорания незначительно, используется обычное в тепловой теории воспламенения приближение реакции нулевого порядка [3, 6].

4. Теплофизические характеристики газа в порах и каркаса постоянны.

5. Газ в порах подчиняется уравнению состояния идеального газа, скорость фильтрации газа невысока и определяется законом Дарси [13].

6. Межфазный теплообмен между твердым каркасом и газом в порах определяется по закону Ньютона со стационарным значением коэффициента теплообмена [14].

7. Пористая среда характеризуется сложной разветвленной структурой пор с большой удельной внутренней поверхностью S , при которой кондуктивная передача тепла по газу незначительна по сравнению с интенсивностью межфазного теплообмена: $\lambda_g \ll \alpha S l^2 / \varepsilon$, где λ_g — коэффициент теплопроводности газа, α — коэффициент теплообмена, l — характерный размер пор, ε — пористость среды. Поэтому кондуктивный перенос тепла по газу не учитывается.

При сделанных допущениях система уравнений, определяющая развитие очага разогрева в пористой среде, имеет следующий вид:

$$c_s \rho_s (1 - \varepsilon) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_s (1 - \varepsilon) \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \alpha S (T_g - T_s), \quad (1)$$

$$c_{v,g} \rho_g \varepsilon \frac{\partial T_g}{\partial t} = \alpha S (T_s - T_g) - c_{v,g} \rho_g V_x \frac{\partial T_g}{\partial x} +$$

$$+ \varepsilon Q k_0 a_0^n \rho_g^n \exp\left(-\frac{E}{RT_g}\right) + \\ + \varepsilon \frac{c_{v,g} M (\gamma - 1)}{R \gamma} \left(\frac{\partial p_g}{\partial t} + \frac{V_x}{\varepsilon} \frac{\partial p_g}{\partial x} \right), \quad (2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g V_x) = 0, \quad (3)$$

$$M p_g = \rho_g R T_g, \quad (4)$$

$$V_x = -\frac{k_f}{\mu_g} \frac{\partial p_g}{\partial x}. \quad (5)$$

Здесь T — температура, ρ — плотность, p_g — давление газа в порах, V_x — линейная скорость движения газа, t — время, λ_s — коэффициент теплопроводности каркаса, c — удельная теплоемкость, Q — тепловой эффект химических реакций, k_0 — предэкспонент, a_0 — концентрация горючего компонента газа, E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса газа, γ — показатель адиабаты газа, μ_g — вязкость газа, k_f — коэффициент газопроницаемости пористой среды, индексы $s, g, 0, b$ соответствуют параметрам, относящимся к твердому каркасу, газу в порах, начальному состоянию внутри и вне очага разогрева.

Граничные условия представляют условие симметрии в центре очага разогрева и отсутствие потока тепла на бесконечности:

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=0, \infty} = \left. \frac{\partial T_g}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (6)$$

Начальное условие задает П-образный профиль температуры и давления внутри очага разогрева:

$$T_s(x, 0) = T_g(x, 0) = T_0 - (T_0 - T_b) \eta(x - L), \quad (7)$$

$$p_g(x, 0) = p_0 - (p_0 - p_b) \eta(x - L), \quad (8)$$

где T_0, p_0 — начальные температура и давление газа внутри очага, T_b, p_b — соответствующие начальные параметры вне очага, L — начальный размер очага разогрева,

$$\eta(x - L) = \begin{cases} 0, & x < L, \\ 1, & x \geq L \end{cases}$$

— единичная функция Хевисайда.

В безразмерных переменных, характерных для описания процесса внутри очага разогрева:

$$\theta_{s,g} = \frac{E(T_0 - T_{s,g})}{RT_0^2}, \quad P = \frac{p_g}{p_0}, \quad \rho = \frac{\rho_g}{\rho_{g,0}},$$

$$V = \frac{V_x t_{ad}}{\varepsilon L}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_{ad}},$$

задача (1)–(8) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \xi^2} + \frac{\text{Nu}}{K_{cp} \text{Fk}} (\theta_g - \theta_s), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} = & -\rho V \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} + \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} (\theta_s - \theta_g) - \\ & -\rho^n \exp \left[-\frac{\theta_g}{1 - \sigma \theta_g / \theta_0} \right] - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\theta_0}{\sigma} \left(\frac{\partial P}{\partial \tau} + V \frac{\partial P}{\partial \xi} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho V) = 0, \quad (11)$$

$$P = \left(1 - \sigma \frac{\theta_g}{\theta_0} \right) \rho, \quad (12)$$

$$V = -\frac{\text{Pe}}{\text{Fk}} \frac{\partial P}{\partial \xi}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0,\infty} = \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad (14)$$

$$\theta_s(\xi, 0) = \theta_g(\xi, 0) = \theta_0 \eta(\xi - 1), \quad (15)$$

$$P(\xi, 0) = 1 - (1 - P_i) \eta(\xi - 1). \quad (16)$$

В (9)–(16) использованы следующие безразмерные параметры: $\theta_0 = E(T_0 - T_b)/RT_0^2$ — температурный напор, $\text{Fk} = L^2 c_s \rho_s / \lambda_s t_{ad}$ — параметр Франк-Каменецкого, $t_{ad} = c_{v,g} \rho_{g,0}^{1-n} RT_0^2 \exp(E/RT_0) / EQ k_0 a_0^n$ — время реакции, $\text{Nu} = L^2 \alpha S / a_s c_{v,g} \rho_{g,0} \varepsilon$ — параметр, характеризующий интенсивность межфазного теплообмена, $a_s = \lambda_s / c_s \rho_s$ — температуропроводность, $\sigma = (T_0 - T_b) / T_0$, $\text{Pe} = k_f p_0 / a_s \mu_g \varepsilon$ — фильтрационный аналог параметра Пекле, определяющий интенсивность фильтрационного потока, $P_i = p_b / p_0$,

$K_{cp} = c_s \rho_s (1 - \varepsilon) / c_{v,g} \rho_{g,0} \varepsilon$ — отношение теплоемкостей фаз.

Анализ безразмерных параметров системы для высокопористых сред показывает, что параметр Пекле ($\text{Pe} \approx 10^3 \div 10^4$) существенно больше других безразмерных критериев, значения которых не превосходят 10^2 (исключение составляет только параметр K_{cp} , равный приблизительно 10^3). Поэтому в режиме естественной фильтрации, как и в [12], весь процесс воспламенения очага разогрева можно разделить во времени на две стадии. На первой стадии со скоростью порядка $O(\text{Pe})$ происходит выравнивание давления газа по среде и, как следствие, температуры и плотности газа. Для исследования этой стадии процесса необходимо перейти к переменным $\tau_1 = \text{Pe} \tau$, $V_1 = V / \text{Pe}$. Тогда с точностью $O(\text{Pe}^{-1})$ температура каркаса θ_s не меняется, а изменяются только параметры газовой среды. Прохождение этой стадии процесса в главном приближении не зависит от химических реакций, ее описание приведено в [12]. По завершении первой стадии при больших значениях времени ($\tau_1 \gg 1$) параметры газа в порах принимают значения

$$P(\xi, \tau_1 \gg 1) = P_i, \quad \rho(\xi, \tau_1 \gg 1) = \frac{P_i}{1 - \sigma},$$

$$V_1(\xi, \tau_1 \gg 1) = 0, \quad \theta_g(\xi, \tau_1 \gg 1) = \theta_0.$$

Далее наступает вторая стадия процесса, во время которой происходят нагрев газа от каркаса и изменение температуры в самом твердом каркасе. Для исследования этой стадии процесса необходимо вернуться к переменным τ , V . Тогда процесс будет описываться системой (9)–(14), а начальным условием будет условие сращивания первой и второй стадий процесса:

$$P(\xi, 0) = P_i, \quad \theta_g(\xi, 0) = \theta_0, \quad \theta_s(\xi, 0) = \theta_0 \eta(\xi - 1). \quad (17)$$

На этой стадии процесса, поскольку давление, температура и плотность газа выровнены по пористой среде, движение газа может происходить лишь при прогреве газа от каркаса на очаге разогрева с небольшими скоростями ($V \leq O(1)$). В результате из (13), (12) и (17) следует

$$P = P_i + O(\text{Pe}^{-1}), \quad \rho = \frac{P_i}{1 - \sigma \theta_g / \theta_0} + O(\text{Pe}^{-1}), \quad (18)$$

а изменения температур каркаса и газа и скорость фильтрации газа определяются системой уравнений:

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \xi^2} + \frac{\text{Nu}}{K_{cp} \text{Fk}} (\theta_g - \theta_s), \quad (19)$$

$$\rho \frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} = \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} (\theta_s - \theta_g) - \rho V \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} - \rho^n \exp \left[-\frac{\theta_g}{1 - \sigma \theta_g / \theta_0} \right], \quad (20)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\sigma}{\theta_0 - \sigma \theta_g} \left(\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} + V \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} \right) = 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0, \infty} = \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = V \Big|_{\xi=0} = 0. \quad (22)$$

Решение задачи (18)–(22), (17) проводится асимптотически при $\theta_0 \gg 1$ и $\text{Fk} \gg 1$ аналогично [6]. Для этого от безразмерных температур каркаса и газа переходим к переменным, характеризующим разогрев за счет химических реакций:

$$\Phi_s = \theta_s - \theta_{I,s}, \quad \Phi_g = \theta_g - \theta_{I,g}, \quad (23)$$

где $\theta_{I,s}$ и $\theta_{I,g}$ — решение инертной задачи об охлаждении очага разогрева на каркасе и прогрева газа от каркаса:

$$\frac{\partial \theta_{I,s}}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \theta_{I,s}}{\partial \xi^2}, \quad (24)$$

$$\rho_{eff} \frac{\partial \theta_{I,g}}{\partial \tau} = \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} (\theta_{I,s} - \theta_{I,g}), \quad (25)$$

$$\frac{\partial \theta_{I,s}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0, \infty} = 0, \quad \theta_{I,s}(\xi, 0) = \theta_0 \eta(\xi - 1), \quad (26)$$

$$\theta_{I,g}(\xi, 0) = \theta_0.$$

В инертной задаче (24)–(26) не учитывается охлаждение каркаса газом за счет межфазного теплообмена, поскольку при $\text{Nu} \approx O(1)$ оно мало вследствие больших различий теплоемкостей фаз, что выражается в большом значении параметра $K_{cp} \approx 10^3$ (приближение порядка $O(K_{cp}^{-1})$). Также в (24)–(26) не учитывается движение газа, так как из (21), (22) следует малость скорости фильтрации газа на второй стадии процесса: $V = 0 + O(\theta_0^{-1})$. Кроме того, для

упрощения инертная задача и далее всё решение определяются при эффективной плотности газа $\rho = \rho_{eff} = P_i / (1 - \sigma \theta_1 / \theta_0)$, которая достигается при некоторой средней температуре газа θ_1 ($0 < \theta_1 < \theta_0$), соответственно выполняется условие $P_i / (1 - \sigma) \geq \rho_{eff} \geq P_i$. Сделанные допущения на этапе воспламенения мало влияют на параметры процесса. В результате при замене (23) задача (19)–(22), (17) принимает вид:

$$\frac{\partial \Phi_s}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \Phi_s}{\partial \xi^2} + \frac{\text{Nu}}{K_{cp} \text{Fk}} (\Phi_g - \Phi_s) + \frac{\text{Nu}}{K_{cp} \text{Fk}} (\theta_{I,g} - \theta_{I,s}), \quad (27)$$

$$\rho_{eff} \frac{\partial \Phi_g}{\partial \tau} = \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} (\Phi_s - \Phi_g) - \rho_{eff} V \left(\frac{\partial \Phi_g}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta_{I,g}}{\partial \xi} \right) - \rho_{eff}^n \exp \left[-\frac{\Phi_g + \theta_{I,g}}{1 - \sigma(\Phi_g + \theta_{I,g}) / \theta_0} \right], \quad (28)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\sigma}{\theta_0 - \sigma(\Phi_g + \theta_{I,g})} \left(\frac{\partial \Phi_g}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_{I,g}}{\partial \tau} + V \frac{\partial \Phi_g}{\partial \xi} + V \frac{\partial \theta_{I,g}}{\partial \xi} \right) = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0, \infty} = \frac{\partial \Phi_g}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = V \Big|_{\xi=0} = 0, \quad (30)$$

$$\Phi_s(\xi, 0) = \Phi_g(\xi, 0) = V(\xi, 0) = 0. \quad (31)$$

Из (27), (30), (31) следует, что на этапе воспламенения разогрев каркаса за счет химических реакций мал: $\Phi_s = 0 + O(\text{Fk}^{-1})$. Для исследования процесса воспламенения и определения критических условий аналогично [6] достаточно проследить поведение максимальной температуры газа в центре очага разогрева $\xi = 0$. Из (28)–(31) вытекает, что $V = O(\theta_0^{-1})$ в окрестности $\xi = 0$ и с точностью $O(\theta_0^{-1}, \text{Fk}^{-1})$ имеем уравнение для разогрева газа в центре очага

$$\frac{d\Phi_g(0, \tau)}{d\tau} = -\rho_{eff}^{n-1} \exp[-\Phi_g(0, \tau) - \theta_{I,g}(0, \tau)]. \quad (32)$$

Решением (32) при условии (31) является выражение

$$\Phi_g(0, \tau) = \ln\left\{1 - \rho_{eff}^{n-1} \int_0^\tau \exp[-\theta_{I,g}(0, \tau)] d\tau\right\}. \quad (33)$$

Поскольку на этапе воспламенения выгорание не учитывается, момент воспламенения τ_{ign} определяется из условия неограниченного возрастания температуры газа в центре очага разогрева: $\Phi_g(0, \tau \rightarrow \tau_{ign}) \rightarrow -\infty$. Тогда из (33) получаем уравнение для времени воспламенения

$$1 = \rho_{eff}^{n-1} \int_0^{\tau_{ign}} \exp[-\theta_{I,g}(0, \tau)] d\tau, \quad (34)$$

где $\theta_{I,g}(0, \tau)$ определяется из решения инертной задачи (24)–(26) и с точностью до главных порядков записывается в виде

$$\theta_{I,g}(0, \tau) = \theta_0 \left\{ \exp\left(-\frac{\text{Nu}\tau}{\text{Fk}\rho_{eff}}\right) + \frac{8\text{Nu}\tau^{5/2}}{\sqrt{\pi}\rho_{eff}\text{Fk}^{5/2}} [1 + O(\text{Fk}^{-1})] \exp\left(-\frac{\text{Fk}}{4\tau}\right) \right\}. \quad (35)$$

Уравнение (34) имеет корни τ_{ign} при достаточно больших значениях параметра Fk , при которых $\theta_{I,g}(0, \tau)$ может достигать малых значений. Это соответствует требованию, что воспламенение происходит лишь в том случае, когда газ успевает прогреться от каркаса до высоких температур прежде, чем остынет очаг разогрева на каркасе за счет теплоотдачи в окружающую очаг область. Величина $\theta_{I,g}(0, \tau)$ имеет единственную точку минимума, которая определяет максимальный инертный разогрев газа. Так как $\theta_0 \gg 1$, интеграл в (34) вычисляем асимптотически методом Лапласа [15] при максимуме показательной функции на конце промежутка интегрирования в точке $\tau = \tau_{ign}$.

При $\text{Fk} \gg 1$ имеем $\tau_{ign} \approx O(1)$ и $(1/\text{Fk}^{3/2}) \exp(-\text{Fk}/4\tau_{ign}) \ll 1$, тогда из (35)

$$\theta_{I,g}(0, \tau) \cong \theta_0 \exp\left(-\frac{\text{Nu}\tau}{\text{Fk}\rho_{eff}}\right) \equiv \theta_0 S(\tau).$$

Вычисляя интеграл в (34) с точностью до главных слагаемых

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_{ign}} \exp[-\theta_0 S(y)] dy &= \left(\frac{-1}{\theta_0 S'(\tau_{ign})}\right) \times \\ &\times \exp[-\theta_0 S(\tau_{ign})] [1 + O(\theta_0^{-1})] = \\ &= \frac{\text{Fk}\rho_{eff}}{\theta_0 \text{Nu} \exp(-\text{Nu}\tau_{ign}/\text{Fk}\rho_{eff})} \times \\ &\times \exp\left[-\theta_0 \exp\left(-\frac{\text{Nu}\tau_{ign}}{\text{Fk}\rho_{eff}}\right)\right] [1 + O(\theta_0^{-1})], \end{aligned}$$

получаем трансцендентное уравнение для времени воспламенения

$$\tau_{ign} = \frac{\rho_{eff}\text{Fk}}{\text{Nu}} \ln\left(\frac{\text{Nu}\theta_0}{\text{Fk}\rho_{eff}^n}\right) + \frac{\theta_0 \rho_{eff}\text{Fk}}{\text{Nu}} \exp\left(-\frac{\text{Nu}\tau_{ign}}{\text{Fk}\rho_{eff}}\right). \quad (36)$$

При конечных значениях параметра $\text{Nu} > \text{Fk}\rho_{eff}^n \theta_0^{-1} \exp(-\theta_0)$ уравнение (36) имеет единственный корень, который можно найти, например, с помощью итераций. Учитывая большое значение θ_0 , в качестве асимптотического значения времени воспламенения можно использовать величину

$$\tau_{ign} \approx \frac{\rho_{eff}\text{Fk}}{\text{Nu}} \ln(\theta_0). \quad (37)$$

При $\text{Nu} < \text{Fk}\rho_{eff}^n \theta_0^{-1} \exp(-\theta_0)$ уравнение (36) корней не имеет. Это связано с тем, что при малых значениях Nu интеграл в (34) теряет асимптотический характер и его вычисление методом Лапласа неправомерно. Но при $\text{Nu} \ll 1$ $\theta_{I,g}(0, \tau) \cong \theta_0(1 - \text{Nu}\tau_{ign}/\text{Fk}\rho_{eff})$ и интеграл (34) вычисляется точно. В результате время воспламенения определяется выражением

$$\tau_{ign} = \frac{\rho_{eff}\text{Fk}}{\theta_0 \text{Nu}} \left[\ln\left(\frac{\text{Nu}\theta_0}{\text{Fk}\rho_{eff}^n} \exp(\theta_0)\right) + O(\theta_0^{-1}) \right]. \quad (38)$$

Таким образом, τ_{ign} монотонно возрастает при уменьшении Nu и увеличении θ_0 . В главном приближении время воспламенения из (36)–(38) не зависит от размера очага L (отношение Fk/Nu не содержит L), поскольку ввиду большого значения параметра Франк-Каменецкого с точностью $O((\text{Fk}^{-3/2}) \exp(-\text{Fk}/4\tau_{ign}))$ периферийное охлаждение каркаса не влияет на процесс воспламенения газа в центре очага.

Основное влияние оказывают температурный напор и параметр Нуссельта, посредством которого учитывается прогрев газа от каркаса в центре очага.

При уменьшении размера очага параметр Франк-Каменецкого уменьшается и возрастает охлаждение каркаса, в результате увеличивается $\theta_{I,g}(0, \tau)$ и в соответствии с (34) возрастает время воспламенения. В окрестности критических условий время воспламенения принимает большие значения и в пределе при $Fk \rightarrow Fk_*$ стремится ко времени, при котором функция $\theta_{I,g}(0, \tau)$ принимает минимальное значение: $\tau_{ign} \rightarrow \tau_{max}$. При $\tau_{ign} > \tau_{max}$ воспламенение невозможно, поскольку при таких временах охлаждение в центре очага на каркасе значительно и вместе с каркасом происходит охлаждение газа. Таким образом, максимальное время воспламенения находится из условия минимума функции $\theta_{I,g}(0, \tau)$, которое приводит к трансцендентному уравнению для τ_{max} :

$$\frac{4\tau_{max}}{\pi Fk} \left(1 + \frac{10\tau_{max}}{Fk}\right)^2 = \exp\left(\frac{Fk}{2\tau_{max}} - \frac{2Nu\tau_{max}}{Fk\rho_{eff}}\right). \quad (39)$$

Уравнение (39) имеет единственный корень. При уменьшении Nu время τ_{max} возрастает и при $Nu \ll 1$ $\tau_{max} = 0.29Fk + O(FkNu)$. Это выражение определяет максимально возможное время воспламенения. При больших значениях $Nu = O(Fk) \gg 1$ из (39) можно получить асимптотическое разложение τ_{max} по параметру Nu :

$$\tau_{max} = \frac{Fk}{2} \left[\sqrt{\frac{\rho_{eff}}{Nu}} + \frac{\rho_{eff}}{4Nu} \ln\left(\frac{\pi^2 Nu}{4\rho_{eff}}\right) + \dots \right]. \quad (40)$$

Для определения критической связи параметров, разделяющих режим воспламенения газа в очаге разогрева и режим постепенного охлаждения очага, вычислим интеграл в уравнении (34) с функцией $\theta_{I,g}(0, \tau)$ из (35) при верхнем пределе интегрирования $\tau_{ign} = \tau_{max}$. Вычисление проведем, как и выше, методом Лапласа [15] при $\theta_0 \gg 1$. Поскольку в точке максимума показательной функции $\theta_{I,g}^l(0, \tau_{max}) = 0$, то интеграл равен

$$\int_0^{\tau_{max}} \exp[-\theta_0 S(y)] dy = \sqrt{-\frac{\pi}{2\theta_0 S''(\tau_{max})}} \times$$

$$\times \exp[-\theta_0 S(\tau_{max})][1 + O(\theta_0^{-1})]. \quad (41)$$

Из (34), (35), (41) получаем

$$\begin{aligned} \exp\left\{-4\theta_0 \sqrt{\frac{\tau_{max}}{\pi Fk}} \left(1 + \frac{10\tau_{max}}{Fk} + 4\frac{Nu\tau_{max}^2}{\rho_{eff} Fk^2}\right)\right\} \times \\ \times \exp\left(-\frac{Fk}{4\tau_{max}}\right) = \frac{\theta_0 \rho_{eff}^{1-2n} Nu}{\pi^{3/2} \tau_{max}^{3/2} Fk^{1/2}} \times \\ \times \left(1 + \frac{12\tau_{max}}{Fk} + \frac{60\tau_{max}^2}{Fk^2} + \frac{4Nu\tau_{max}^2}{\rho_{eff} Fk^2} + \right. \\ \left. + \frac{40Nu\tau_{max}^3}{\rho_{eff} Fk^3}\right) \exp\left(-\frac{Fk}{4\tau_{max}}\right). \quad (42) \end{aligned}$$

При исключении из (42) величины τ_{max} , определяемой по (39), можно найти критическую связь параметров. Так, при $Nu \ll 1$ с точностью до главных слагаемых имеем

$$Fk_* = 2.1 \frac{\sqrt{\theta_0 Nu}}{\rho_{eff}^{n-1/2}} \exp(\theta_0). \quad (43)$$

При $Nu = O(Fk)$ для времени воспламенения можно воспользоваться разложением (40) и из (42) с точностью до главных членов определить критическую связь параметров:

$$\frac{Nu_*}{4\rho_{eff}} = \left[\ln\left(\frac{4\theta_0}{c\pi^{1/4}}\right) - \frac{1}{8} \ln\left(\frac{Nu_*}{4\rho_{eff}}\right) \right]^2, \quad (44)$$

где константа c находится из уравнения

$$c = \pi \rho_{eff}^{2n} \left(\frac{Fk}{Nu_*}\right)^2 \exp(-c). \quad (45)$$

В области параметров ниже критических уравнение (34) корней не имеет и воспламенение газа не происходит. Таким образом, выражения (42), (39), а в предельных случаях соответственно (43) и (44) представляют критическую связь параметров процесса, которая определяет предел очагового воспламенения газа.

Из полученных выражений следует, что межфазный теплообмен определяющим образом влияет как на время очагового воспламенения газа, так и на критические условия воспламенения. Кроме того, влияние межфазного теплообмена в пористой среде на очаговое воспламенение газа качественно отличается от влияния очагового воспламенения в случае гетерогенных химических реакций на поверхности

каркаса. В [12] для случая гетерогенных реакций было определено, что межфазный теплообмен затрудняет воспламенение очага: при увеличении межфазного теплообмена время воспламенения возрастало, а критическая зависимость $Fk_*(\theta_0)$ из логарифмической переходила в линейную, что приводило к возрастанию критического размера очага и, следовательно, сужению по параметру Fk области воспламенения. В рассматриваемом случае газофазных реакций время воспламенения при увеличении межфазного теплообмена уменьшается, а критическая зависимость $Fk_*(\theta_0)$ из экспоненциальной переходит в логарифмическую. Это соответствует уменьшению критического размера очага и расширению по значениям параметра Fk области воспламенения. В размерных переменных критическая ширина очага из (43) определяется выражением

$$L_* = 2.1 \frac{\sqrt{\theta_0}}{\rho_{eff}^{n-1/2}} \exp(\theta_0) t_{ad} \sqrt{\frac{\alpha S a_s}{c_{v,g} \rho_{g,0} \varepsilon}},$$

при этом требование $Nu \ll 1$ соответствует условию

$$\frac{Fk}{Nu} = \frac{t_e}{t_{ad}} \gg 2.1 \frac{\sqrt{\theta_0}}{\rho_{eff}^{n-1/2}} \exp(\theta_0) \gg 1,$$

где $t_e = c_{v,g} \rho_{g,0} \varepsilon / \alpha S$ — время тепловой релаксации газа в порах. Соотношению $Nu = O(Fk)$ соответствует условие

$$\frac{Fk}{Nu} = \frac{t_e}{t_{ad}} = O(1),$$

и предельный размер очага определяется выражением

$$L_* = \sqrt{Nu_* \frac{a_s c_{v,g} \rho_{g,0} \varepsilon}{\alpha S}}, \quad (46)$$

где Nu_* находится из (44). В случае

$$\frac{Fk}{Nu} = \frac{t_e}{t_{ad}} \ll 1$$

имеет место большой межфазный теплообмен и полученные в данной работе результаты уже неприменимы, поскольку не будут обоснованы использовавшиеся в работе приближения, связанные с большим значением параметра $Fk \ll 1$. Однако в этом случае вполне применима однотемпературная модель и критические параметры очагового воспламенения можно рассчитать, используя результаты работы [6], как для гомогенной среды.

В качестве примера рассчитаем критические параметры очагового воспламенения 4 %-й смеси (по объему) метана и воздуха в завале отработанной породы. Размерные характеристики системы взяты из [16, 17, 13]: $E = 57 \cdot 10^3$ кал/моль, $Q = 55.7 \cdot 10^6$ Дж/кг, $k_0 = (9660/T_0) \cdot 10^{10}$ с⁻¹, $n = 1$, $a_0 = 2.27 \cdot 10^{-2}$, $R = 1,986$ кал/(моль·К), $\alpha = 5.6$ Дж/(м²·с·К), $c_{v,g} = 0.795 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho_{g,0} = \rho_{g,b} = 1.267$ кг/м³, $\lambda_s = 0.1$ Дж/(м·с·К), $c_s = 0.729 \times 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho_s = 1.4 \cdot 10^3$ кг/м³, $\varepsilon = 0.5$, $S = 1.5 \cdot 10^3$ м⁻¹, $T_b = 300$ К, $T_0 = 1130$ К. Расчет характерных времен дает значения $t_e = 6 \cdot 10^{-2}$ с и $t_{ad} = 3.47 \cdot 10^{-2}$ с, отсюда

$$\frac{Fk}{Nu} = \frac{t_e}{t_{ad}} = 1.73 = O(1),$$

и, следовательно, критический размер очага определяется по формуле (46). Из (45) находим $c = 1.7$. Пересчет параметров на безразмерные критерии дает $\theta_0 = 18.66$. Так как $P_i/(1 - \sigma) \geq \rho_{eff} \geq P_i$ и для рассматриваемых параметров $P_i/(1 - \sigma) = 1$, $P_i = 0.27$, то для оценочных расчетов достаточно взять среднее значение $\rho_{eff} = 0.635$. При таких параметрах из (44) получаем $Nu_* = 26.1$ и из (46) $L_* = 0.39$ мм. Таким образом, при рассмотренных условиях межфазного теплообмена подобная система способна воспламениться от электрического разряда.

Сформулируем основные выводы работы.

- Проведен качественный анализ развития очага разогрева в высокопористой среде при $Re \gg 1$ и конечном внутреннем межфазном теплообмене.

- Установлено, что при ограниченном теплообмене между фазами развитие очага разделяется во времени на две стадии: вначале идет выравнивание давления, температуры и плотности газа по всей среде, а затем происходят тепловые изменения в очаге разогрева на каркасе и прогрев газа от каркаса. Первая стадия может быть отнесена к стадии формирования очага разогрева. На второй стадии газ воспламеняется.

- Выполнена постановка задачи для определения предела очагового воспламенения газа в условиях его естественной фильтрации.

- Проведен асимптотический анализ развития одиночного П-образного очага разогрева при больших значениях температурного напора $\theta_0 \gg 1$. Определены предел очагового вос-

пламенения газа и время воспламенения газа над пределом. Показано сильное влияние межфазного теплообмена на предел и время воспламенения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
2. Бабкин В. С., Лаевский Ю. М. Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 5. С. 27–44.
3. Мержанов А. Г., Барзыкин В. В., Гонтовская В. Т. Задача об очаговом тепловом взрыве // Докл. АН СССР. 1963. Т. 148, № 2. С. 380–383.
4. Thomas P. H. An approximate theory of «hot spot» criticality // Combust. Flame. 1973. V. 21, N 1. P. 99–109.
5. Zaturka M. V. Thermal explosion of interacting hot spots // Combust. Flame. 1975. V. 25, N 1. P. 25–30.
6. Буркина Р. С., Вилюнов В. Н. О возбуждении химической реакции в «горячей точке» // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 4. С. 75–79.
7. Буркина Р. С., Вилюнов В. Н. Очаговое тепловое воспламенение при произвольном начальном распределении температуры // Хим. физика. 1982. № 3. С. 419–422.
8. Сеплярский Б. С. Воспламенение конденсированных систем при фильтрации газа // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 1. С. 3–12.
9. Дик И. Г., Толстых А. В. Двухтемпературная модель воспламенения пористых систем // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 3–8.
10. Буркина Р. С. Зажигание пористого тела потоком излучения // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 5–13.
11. Буркина Р. С., Тимохин А. М. Режимы зажигания пористого тела тепловым потоком // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 1. С. 20–25.
12. Буркина Р. С., Козлов Е. А. Очаговое тепловое воспламенение в пористой среде в условиях естественной фильтрации газа // Физика горения и взрыва. 2001. Т. 37, № 2. С. 35–41.
13. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964.
14. Аэров М. Э., Годес О. М., Наринский Д. А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. Л.: Химия, 1979.
15. Федорюк М. В. Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.
16. Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.
17. Кухлинг Х. Справочник по физике. М.: Мир, 1982.

*Поступила в редакцию 1/VII 2003 г.,
в окончательном варианте — 17/I 2005 г.*