УДК 621.762

С. Е. Александров, Б. А. Друянов

ПРЕССОВАНИЕ УПЛОТНЯЕМОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Прессование в закрытой прессформе рассматривалось многими авторами [1—5]. В настоящей работе в отличие от других показано, что процесс уплотнения происходит в два этапа: на первом деформация — только в области, прилегающей к пуансону, на втором — во всем объеме материала. На первом этапе около дна прессформы существует жесткая (недеформируемая) зона. Положение границы между жесткой и деформируемой зонами зависит от величины осадки. Первый этап заканчивается, когда эта граница достигает дна прессформы. Наличие фронта уплотнения подтверждено экспериментально [6].

При относительно небольшой плотности на трущихся поверхностях действует закон трения Кулона. При увеличении плотности нормальное давление и силы трения неограниченно растут и в некоторый момент достигают максимальной величины, допускаемой условием текучести. Тогда закон трения Кулона теряет силу и в действие вступает закон трения Прандтля. На некоторой стадии процесса на трущихся поверхностях возможно наличие двух зон трения: Кулона и Прандтля. При дальнейшем возрастании плотности зона Кулона исчезает и на всей поверхности прессформы действует закон Прандтля.

Постановка задачи. Рассмотрим прессование осесимметричной втулки с внутренним стержнем. Введем цилиндрическую систему координат (r, θ, z), ось z которой совпадает с осью симметрии прессуемого изделия (рис. 1 : *1* — прессформа, *2* — пуансон, *3* — стержень).

Радиальная скорость частиц v_r должна обращаться в нуль на поверхности стержня и стенке прессформы, т. е. эта величина мала. Положим $v_r = 0$. Соответствующее уравнение равновесия получим по методу Хилла [7]. Уравнение виртуальных мощностей имеет вид

$$(1)\qquad \int_{R_1}^{R_2}\int_0^h \left(\sigma_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \tau_{rz}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) r\,dr\,dz = \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z v_z r\,dr\Big|_{z=h} + \int_0^h \tau_{rz} v_z r\,dz\Big|_{r=R_1}^{r=R_2}.$$

Здесь R_2, R_1— радиусы прессформы стержня; h — текущая высота заготовки; v_z— проекция скорости на ось z; σ_z, τ_{rz}— нормальная и касательная компоненты тензора напряжений.

Чтобы удовлетворить краевым условиям на дне контейнера и основании пуансона, положим, что v_z не зависит от r, и выполним в левой части уравнения (1) интегрирование по частям:

$$(2)\qquad \int_0^h \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(r\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial (r\tau_{rz})}{\partial r}\right) dr\right] v_z\,dz = 0.$$

Так как v_z — произвольная функция z, то из (2) следует, что выражение в квадратных скобках должно быть равно нулю. Уравнение равновесия запишем как $\partial S/\partial z + T_1R_1 + T_2R_2 = 0$ $\left(S = \int_{R_1}^{R_2} r\sigma_z\,dr\right.$ пропорционально среднему по поперечному сечению значению σ_z; T_1, T_2— удельные силы трения на поверхности стержня и стенках прессформы).

Предполагаем, что влияние сил внешнего трения сказывается в узких зонах, прилегающих к боковым поверхностям прессуемого объема, и что распределение σ_z по поперечному сечению близко к равномерному. Тогда $S = 0{,}5(R_2^2 - R_1^2)\sigma_z$ и уравнение равновесия принимает форму

$$(3)\qquad \partial\sigma_z/\partial z + T_1 2R_1/(R_2^2 - R_1^2) + T_2 2R_2/(R_2^2 - R_1^2) = 0.$$

Величины T_1 и T_2 определяются законом трения. Таким образом, статические краевые условия учитываются в уравнениях равновесия. В даль-

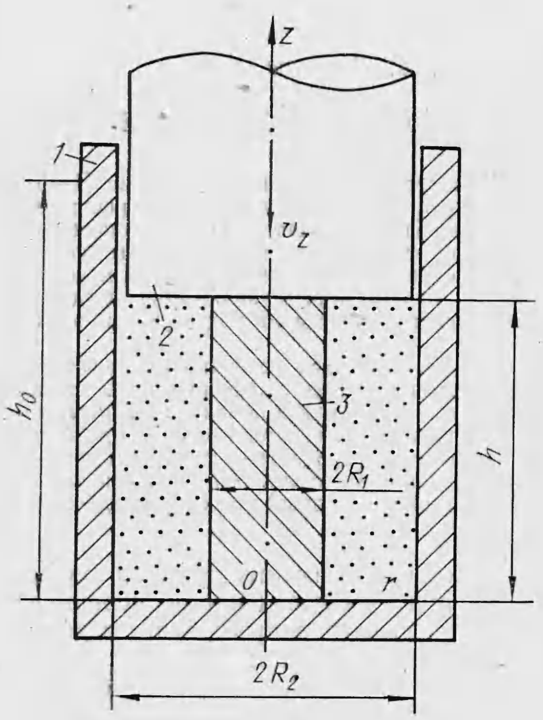

Рис. 1

нейшем считаем $T_1 = T_2 = T$. Уравнение (3) может быть получено по методу плоских сечений. Однако использованный метод Хилла связывает это уравнение с предположениями кинематического характера, сделанными ранее.

Положим, что материал подчиняется условию текучести Грина

(4) $\sigma^2/\alpha + \tau^2/\beta = k^2.$

Здесь σ — среднее напряжение; τ — интенсивность касательных напряжений; k — предел текучести на сдвиг материала основы; α, β — известные функции ρ (ρ — относительная плотность, равная отношению размерной плотности к плотности твердой фазы). Из уравнений ассоциированного закона течения при принятых предположениях относительно напряжений и скоростей напряженное состояние рассматриваемого процесса представляем формулами [5]

(5) $$\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{(3\alpha - 2\beta)}{\sqrt{3}\,(3\alpha + 4\beta)^{1/2}}\,k, \quad \sigma_z = -\frac{1}{\sqrt{3}}\,(3\alpha + 4\beta)^{1/2} k$$

(σ_r, σ_θ, σ_z— главные нормальные напряжения). Подставляя последнее из равенств (5) в (3), имеем уравнение, определяющее зависимость плотности от координаты z:

(6) $$\partial\rho/\partial z = 1/g(\rho), \; g(\rho) = k(R_2 - R_1)/[4\sqrt{3}\,T(3\alpha + 4\beta)^{1/2}](3d\alpha/d\rho + 4d\beta/d\rho)$$

(T — известная функция плотности при любом законе трения). Так, при законе трения Кулона $T = f|\sigma_r|$ (σ_r— из (5)). Для нахождения v_z имеем уравнение неразрывности, которое при сделанных предположениях записывается как

(7) $$\partial\rho/\partial t + v_z \partial\rho/\partial z + \rho\,\partial v_z/\partial z = 0.$$

Соотношения (6) и (7) совместно с краевыми и начальными условиями определяют зависимость ρ и v_z от z и t.

Первый этап уплотнения. Положим, что в начальный момент плотность распределена равномерно ($\rho = \rho_0$) и высота заготовки равна h_0. Решение уравнения (6) примет вид

(8) $$z + \varphi(t) = G(\rho), \qquad G(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} g(\rho)\,d\rho$$

($\varphi(t)$— произвольная функция времени). Соотношение (8) перепишем в форме $\rho = F(z + \varphi(t))$ (F — функция, обратная G). Отсюда видно, что изменение ρ со временем имеет волнообразный характер. Если $\varphi(t)$— возрастающая функция, то волна движется в отрицательную сторону оси z. Распределение плотности в текущий момент времени t представим так: $\rho = \rho_0$ при $h_A(t) \geqslant z \geqslant 0$ (жесткая зона), $\rho = F(z + \varphi(t))$ при $h(t) \geqslant z \geqslant h_A(t)$ (зона уплотнения), где $h(t)$— текущая высота рабочего объема,

$h_A(t)$ — высота, соответствующая границе деформируемой и жесткой зон, которая определяется из условия непрерывности плотности на границе этих зон ($\rho = \rho_0$ при $z = h_A$). Из (8) следует, что $h_A = -\varphi(t)$. Потребуем, чтобы в начальный момент $h_A = h_0$, т. е. чтобы зона уплотнения отсутствовала. Тогда функция $\varphi(t)$ должна удовлетворять условию $\varphi(0) = -h_0$.

Процесс уплотнения можно представить следующим образом. В начальный момент плотность по всей длине заготовки распределена равномерно. Затем под пуансоном появляется зона уплотнения, в которой $\rho = F(z + \varphi(t))$. Она занимает отрезок $h_A(t) \leqslant z \leqslant h(t)$, распространяется вниз со скоростью $|\dot{h}_A| = \dot{\varphi}$ ($\dot{h}_A = dh_A/dt$, $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$). При $0 \leqslant z < h_A$ деформация отсутствует, плотность сохраняет начальное значение.

Чтобы определить $\varphi(t)$ и проекцию скорости v_z, рассмотрим уравнение неразрывности (7). Используя (8), приведем его к виду $\rho \partial v_z/\partial \rho + v_z + \dot{\varphi} = 0$, откуда $v_z = -\dot{\varphi}(t) + \psi(t)/\rho$ ($\psi(t)$ — произвольная функция времени).

Для нахождения φ и ψ имеем два краевых условия: первое выражает условие непрерывности плотности и скорости на границе деформируемой и жесткой зон: $v_z = 0$ при $\rho = \rho_0$, второе — условие непроницаемости дна пуансона: $v_z = \dot{h}$ при $z = h$. Из первого условия вытекает, что $\psi(t) = \dot{\varphi}(t)\rho_0$, второе совместно с соотношением $v_z = -\dot{\varphi}(t) + \psi(t)/\rho$ приводит к дифференциальному уравнению для $\varphi(t)$:

$$d\varphi = [\rho_m/(\rho_0 - \rho_m)]dh \tag{9}$$

($\rho_m = F(h + \varphi)$ — плотность под пуансоном). Уравнение (9) дает зависимость φ от h, причем из начального условия следует $\varphi(h_0) = -h_0$, этим определяется зависимость φ от t, так как $h(t)$ известна. Используя соотношение $h + \varphi(t) = G(\rho_m)$, можно рассматривать φ как функцию ρ_m. Продифференцируем это равенство и подставим полученное выражение в (9), после интегрирования которого имеем

$$\varphi = \frac{1}{\rho_0} \int_{\rho_0}^{\rho_m} \rho_m g(\rho_m)\, d\rho_m - h_0. \tag{10}$$

Распределение плотности по высоте получим из (8). С помощью (9) находим

$$v_z = \frac{\rho_m}{\rho} \frac{(\rho_0 - \rho)}{(\rho_0 - \rho_m)} \dot{h}.$$

Второй этап уплотнения. Уплотнение происходит во всем объеме прессуемого материала. Момент времени t_* и высоту рабочей части h_*, соответствующие началу второго этапа, определим из условия $h_A = 0$. Поскольку $h_A = -\varphi(t)$, то t_* находится из уравнения $\varphi(t_*) = 0$. Так как h — заданная функция времени, то известна и h_*. Распределение плотности на втором этапе по-прежнему описывается функцией $\rho = F(z + \varphi(t))$. Однако вместо краевого условия $v_z = 0$ при $\rho = \rho_0$ должно быть принято $v_z = 0$ при $z = 0$. Так как $v_z = -\dot{\varphi} + \psi/\rho$, то это условие приводит к соотношению $\psi = \dot{\varphi}\rho_n$, где ρ_n — плотность на дне прессформы ($z = 0$). Тогда

$$v_z = \dot{\varphi}(\rho_n/\rho - 1). \tag{11}$$

Из второго краевого условия ($v_z = \dot{h}$ при $z = h$) имеем

$$(\dot{h} + \dot{\varphi})\rho_m = \dot{\varphi}\rho_n. \tag{12}$$

Так как $h + \varphi = G(\rho_m)$, то $\dot{h} + \dot{\varphi} = g(\rho_m)\dot{\rho}_m$. Кроме того, $\varphi = G(\rho_n)$, так что $\dot{\varphi} = g(\rho_n)\dot{\rho}_n$. Подставив эти выражения в (12), получим $\rho_n g(\rho_n) d\rho_n =$

$= \rho_m g(\rho_m) d\rho_m$. Отсюда

$$\int_{\rho_0}^{\rho_n} \rho g(\rho)\,d\rho = \int_{\rho_0}^{\rho_m} \rho g(\rho)\,d\rho - c \quad (c = \text{const}).$$

Постоянная c находится из условия $\rho_m = \rho_m{}^* = \rho_m(t_*)$, $\rho_n = \rho_0$ в момент начала второго этапа. Окончательно получаем соотношение между текущими значениями ρ_m и ρ_n:

$$\int_{\rho_0}^{\rho_n} \rho g(\rho)\,d\rho = \int_{\rho_m^*}^{\rho_m} \rho g(\rho)\,d\rho, \tag{13}$$

оно определяет ρ_n как функцию ρ_m. Поскольку $\varphi = G(\rho_n)$, тем самым $\varphi = \varphi(\rho_m)$. Таким образом, через ρ_m выражаются все параметры процесса. Так как ρ_m однозначно связано с h, то решение не зависит явно от времени, но зависит от h и z, как и должно быть в пластическом материале.

Чтобы получить окончательную формулу для скорости на втором этапе, выразим $\dot{\varphi}$ через $\dot{h}$ при помощи (12) и подставим в (11):

$$v_z = \frac{(\rho_n - \rho)}{(\rho_n - \rho_m)} \frac{\rho_m}{\rho} \dot{h}. \tag{14}$$

Решение, построенное выше, зависит от вида функций α и β, входящих в условие текучести (4), и закона трения на стенках прессформы и стержня. Для α и β примем [8]:

$$\alpha = (4/3)\rho^4/(1 - \rho), \quad \beta = \rho^3. \tag{15}$$

Закон трения на контактирующих поверхностях зависит от напряженного состояния и коэффициента трения Кулона f, который считаем постоянным. Если напряженное состояние таково, что удельные силы трения, найденные по закону Кулона, меньше $\tau_{\max}$ ($\tau_{\max}$ — максимальное касательное напряжение, допускаемое условием текучести, при данном значении среднего напряжения σ), то $T = f|\sigma_r| \leqslant \tau_{\max}$, если же это неравенство не выполняется, то должен быть принят закон трения Прандтля $T = \tau_{\max}$.

Так как напряжения, определяемые (5), удовлетворяют условию текучести и являются главными, то $\tau_{\max} = |\sigma_r - \sigma_0|/2$ и, следовательно, с учетом (15) имеем

$$\tau_{\max} = (\sqrt{3}/2)\rho^{3/2}(1 - \rho)^{1/2}. \tag{16}$$

На начальной стадии, пока ρ и $|\sigma_r|$ малы, выполняется закон трения Кулона. Из (5) следует, что $|\sigma_r| \to \infty$ при $\rho \to 1$, поэтому в процессе уплотнения удельные силы трения возрастают и в некоторый момент времени достигают $\tau_{\max}$. Впервые это происходит в тех точках поверхностей трения, которые прилегают к пуансону, поскольку именно там имеет место максимальная плотность. Дальнейшая осадка приводит к распространению зоны трения Прандтля по всей высоте очага деформации.

Определим условия появления зоны трения Прандтля и исчезновения зоны трения Кулона. Для этого сравним $\tau_{\max}$ из (16) со значением удельных сил трения при законе Кулона ($T = f|\sigma_r|$, σ_r дается зависимостью (5)). В результате получим

$$\rho_1 = (3 + 2f)/3(2f + 1).$$

Условие $\rho_m = \rho_1$ соответствует появлению зоны трения Прандтля, а $\rho_n = \rho_1$ — исчезновению зоны трения Кулона. Если $f = 0{,}1$ и $0{,}2$, то $\rho_1 = 0{,}89$ и $0{,}81$. На первом этапе плотность мала, силы трения, как правило, не достигают $\tau_{\max}$ и такой случай не исследуется.

Случай, когда на всей высоте очага деформации действует закон трения Кулона. Рассмотрим начальную стадию уплотнения ($\rho_m \leqslant \rho_1$). Здесь на всем протяжении очага деформации действует закон трения Кулона, т. е. $T = f|\sigma_r| = f\frac{k}{\sqrt{3}}\frac{\rho^{3/2}(3\rho-1)}{(1-\rho)^{1/2}}$. Согласно (6) и (15), имеем

(17) $g(\rho) =$

$$= \frac{(R_2-R_1)}{2f}\frac{(3-2\rho)}{(1-\rho)\rho(3\rho-1)},$$

$$G(\rho) = \frac{(R_2-R_1)}{2f}\ln\left[c_0\frac{(3\rho-1)^{3,5}}{\rho^3(1-\rho)^{0,5}}\right]$$

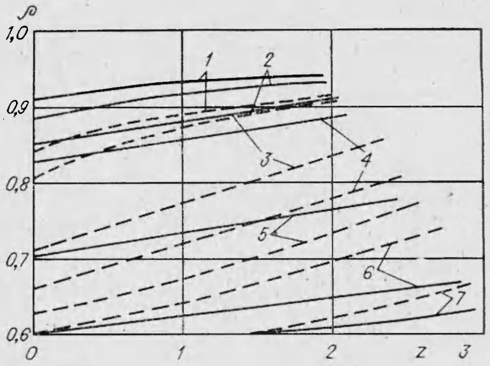

Рис. 2

$$(c_0 = \rho_0^3(1-\rho_0)^{0,5}(3\rho_0-1)^{-3,5}).$$

На первом этапе уплотнения функция φ определяется соотношением (10):

$$\varphi = \frac{(R_2-R_1)}{2f\rho_0}\ln\left\{\left(\frac{3\rho_m-1}{3\rho_0-1}\right)^{7/6}\left(\frac{1-\rho_0}{1-\rho_m}\right)^{1/2}\right\} - h_0. \quad (18)$$

Текущая высота рабочего объема

$$h = G(\rho_m) - \varphi(\rho_m). \quad (19)$$

Зная зависимость (18), с помощью (8) и (17) можно вычислить распределение плотности и давление прессования для разных значений ρ_m. При этом (19) определяет положение пуансона в данный момент времени.

Результаты расчета при $R_1 = 0$, $h_0/R_2 = 3$, $\rho_0 = 0{,}6$, $f = 0{,}1$ (сплошные линии) и 0,2 (штриховые) приведены на рис. 2 (кривые *6*, *7*).

Значение ρ_m, соответствующее концу первого этапа уплотнения $\rho_m{}^*$, находится из уравнения $\varphi = 0$: $\rho_m{}^* = 0{,}614$ при $f = 0{,}2$, $\rho_m{}^* = 0{,}607$ при $f = 0{,}1$. На втором этапе уплотнения φ определяется формулой $\varphi = G(\rho_n)$. Величину ρ_n получаем из (13), которое теперь примет вид

$$\left(\frac{3\rho_n-1}{3\rho_0-1}\right)^{7/6}\left(\frac{1-\rho_0}{1-\rho_n}\right)^{1/2} = \left(\frac{3\rho_m-1}{3\rho_m^*-1}\right)^{7/6}\left(\frac{1-\rho_m^*}{1-\rho_m}\right)^{1/2}. \quad (20)$$

Результаты расчета распределения плотности представлены на рис. 2 (кривые *4*, *5*). Это решение в силе до тех пор, пока $\rho_m \leqslant \rho_1$. Если $\rho_1 < \rho_m$, то нужно рассматривать совместное существование зон трения Кулона и Прандтля.

Случай, когда имеются обе зоны. Этот период длится, пока выполняется неравенство $\rho_m \geqslant \rho_1 \geqslant \rho_n$. Каждой зоне соответствует свое решение: для зоны трения Кулона

$$z + \varphi_к(t) = G_к(\rho),\quad G_к(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} g_к(\rho)\,d\rho,\quad \rho = F_к(z+\varphi_к),\quad v_к = -\dot\varphi_к + \dot\psi_к/\rho;$$

для зоны трения Прандтля

$$z + \varphi_п(t) = G_п(\rho),\quad G_п(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} g_п(\rho)\,d\rho,\quad \rho = F_п(z+\varphi_п), \quad (21)$$

$$v_п = -\dot\varphi_п + \dot\psi_п/\rho.$$

Здесь $g_к(\rho)$ и $G_к(\rho)$ определяются из (17), а

$$(22)\quad g_п(\rho)=\frac{(R_2-R_1)}{4}\frac{(3-2\rho)}{\rho(1-\rho)^2},\quad G_п(\rho)=\frac{(R_2-R_1)}{4}\left\{\left[3\ln\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{1}{1-\rho}\right)\right]-\left[3\ln\left(\frac{\rho_0}{1-\rho_0}\right)+\left(\frac{1}{1-\rho_0}\right)\right]\right\}.$$

Граница зон z^* находится из условия $\rho=\rho_1$. Отсюда $z^*=G_к(\rho_1)-\varphi_к(t)$ и $z^*=G_п(\rho_1)-\varphi_п(t)$, следовательно, $\varphi_п(t)=\varphi_к(t)-G_к(\rho_1)+G_п(\rho_1)$ и $\dot\varphi_п(t)=\dot\varphi_к(t)$. Так как на границе зон должна быть непрерывна проекция скорости v_z, то $\psi_к(t)=\psi_п(t)$. Зона трения Кулона примыкает к дну прессформы, поэтому $v_к=0$ при $z=0$, тогда $\dot\varphi_к(t)\rho_п=\psi_к(t)$. Зона трения Прандтля примыкает к пуансону, значит, $\dot\varphi_к(t)+\psi_к(t)/\rho_m=\dot h$. Комбинируя два последних равенства, получаем

$$(23)\qquad \dot\varphi_к(t)(\rho_n/\rho_m-1)=\dot h.$$

Определяя из $h=G_п(\rho_m)-\varphi_п(t)$ значение $\dot h$ и подставляя его с учетом $\dot\varphi_п(t)=\dot\varphi_к(t)$ в (23), имеем для нахождения $\varphi_к(t)$

$$(24)\qquad d\varphi_к=\rho_m g_п(\rho_m)d\rho_m/\rho_n.$$

Граничное условие для (24): $\varphi_к=\varphi^*$ при $\rho_m=\rho_1$ ($\varphi^*=G_к(\rho_n)$ при $\rho_m=\rho_1$). Отсюда $\varphi_к=\int\limits_{\rho_1}^{\rho_m}\frac{\rho_m g_п(\rho_m)}{\rho_n}d\rho_m+\varphi^*$.

Зависимость ρ_n от ρ_m отыщем с помощью уравнения

$$(25)\qquad \int\limits_{\rho_n^*}^{\rho_n}\rho_n g_к(\rho_n)\,d\rho_n=\int\limits_{\rho_1}^{\rho_m}\rho_m g_п(\rho_m)\,d\rho_m,$$

а ρ_n^* — из (20) при $\rho_m=\rho_1$. Интегрирование (25) дает

$$(26)\qquad \frac{1}{f}\ln\left[\frac{(3\rho_n-1)^{7/3}(1-\rho_n^*)}{(3\rho_n^*-1)^{7/3}(1-\rho_n)}\right]=\frac{(\rho_m-\rho_1)}{(1-\rho_m)(1-\rho_1)}+2\ln\left(\frac{1-\rho_1}{1-\rho_m}\right).$$

Теперь, вычислив $\varphi_к(t)$, можно найти все функции интегрирования, а следовательно, распределение плотности и усилие прессования. Результаты расчета представлены на рис. 2 (кривые *2*, *3*).

Случай, когда на всей длине очага деформации действует закон трения Прандтля. Начало этого периода определяется условием $\rho_n=\rho_1$. Из (26) находится плотность под пуансоном ρ_m' в начале этого периода. Распределение плотности и скорости описывается зависимостями (21) и (22). Граничные условия: $v_z=0$ при $z=0$, $v_z=\dot h$ при $z=h$. Проводя преобразования, подобные прежним, имеем

$$(27)\qquad \varphi_п=\int\limits_{\rho_m'}^{\rho_m}\frac{\rho_m g_п(\rho_m)}{\rho_n}d\rho_m+\varphi'.$$

Используя уравнение $\varphi_п(t)=\varphi_к(t)-G_к(\rho_1)+G_п(\rho_1)$, запишем $\varphi'=\varphi_п(\rho_m')$. Плотность на дне прессформы получаем из

$$(28)\qquad \int\limits_{\rho_m'}^{\rho_m}\rho_m g_п(\rho_m)\,d\rho_m=\int\limits_{\rho_1}^{\rho_n}\rho_n g_п(\rho_n)\,d\rho_n.$$

Результаты расчета распределения плотности по зависимостям (27), (28) представлены на рис. 2 (кривые *1*).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жданович Г. Н.** Теория прессования металлических порошков.— М.: Металлургия, 1969.
2. **Лаптев А. М.** Деформирование пористого материала в закрытой матрице // Изв. вузов. Машиностроение.— 1979.— № 7.
3. **Перельман В. Е.** Формирование порошковых материалов.— М.: Металлургия, 1979.
4. **Петросян Г. Л.** Пластическое деформирование порошковых материалов.— М.: Металлургия, 1988.
5. **Штерн М. Б., Сердюк Г. Г., Максименко Л. А. и др.** Феноменологические теории прессования порошков.— Киев: Наук. думка, 1982.
6. **Глухов Л. М., Бахтин В. Г., Кудрин А. Б. и др.** Исследование способов повышения качества порошковых изделий сложной формы при прессовании // Изв. вузов. Черная металлургия.— 1987.— № 3.
7. **Хилл Р.** Общий метод анализа процессов металлообработки // Механика.— М., 1964.— № 3.
8. **Скороход В. В., Тучинский Л. И.** Условие пластичности пористых тел // Порошковая металлургия.— 1978.— № 11.

г. Москва *Поступила 8/VIII 1988 г.*

УДК 539.374

Э. И. Блинов

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕОБРАТИМОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В [1] разработана теория неизотермической деформации металлов, которая, в частности, объясняет и описывает деформацию нагруженного тела при колебаниях температуры. Ниже в рамках этой теории аналитически описывается необратимое изменение формы из-за циклических теплосмен свободного от внешней нагрузки металлического образца.

1. Коэффициент роста. Эксперимент и теория. Относительную необратимую деформацию за один полный цикл теплосмены образца вслед за [2] будем называть коэффициентом роста γ. Как отмечено в [2], обычно бывает достаточно около 10—20 теплосмен, чтобы γ принял свое установившееся значение. А так как он редко превышает $5\cdot10^{-5}$ 1/цикл, то за такое число циклов относительное изменение размеров составляет не более 0,1 %. Поэтому при нескольких тысячах или десятках тысяч циклов теплосмен, за которые размеры образца вырастают на десятки и сотни процентов, нет смысла учитывать зависимость изменения формы от числа предшествующих циклов.

Анализ многочисленных экспериментов приводит авторов [2] к заключению, что γ в основном определяется интервалом и областью температур цикла и временем пребывания при верхней и нижней температурах. При достаточно быстрых теплосменах он почти не зависит от скорости нагреваний и охлаждений. Во всяком случае, эта скорость не является главным определяющим фактором, так что при расчетах ею можно пренебречь и полагать изменения температуры мгновенными.

В [1] получены формулы (6.5) и (6.6), воспроизведенные ниже:

$$\varepsilon_*^{\text{н}} = \varepsilon_0^{\text{н}} + B\,|\Delta T\,|/c; \tag{1.1}$$

$$c\varepsilon^{\text{н}} = c\Delta\varepsilon_*^{\text{н}} + K\alpha_* t + \frac{B}{\beta}\left[Kt - \left(1 - \frac{K}{\beta}\right)(1 - \exp(-\beta t))\right]|\,\Delta T\,|, \tag{1.2}$$

где $\varepsilon^{\text{н}}$, $\varepsilon_0^{\text{н}}$, $\varepsilon_*^{\text{н}}$ — относительная необратимая деформация полная, в начале и в конце скачка температуры соответственно; ΔT — мгновенное приращение температуры; t — время; B, K, α, β, c — постоянные материала.