

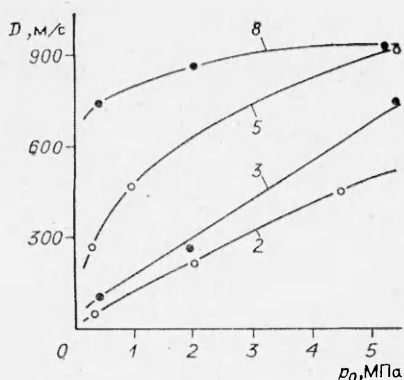


Рис. 5

мым слабым разрывом давления на фронте волны. Такие осциллограммы наблюдались в насыпной среде при  $D > 290$  м/с (соответствующих  $n \geq 1$ ). При  $0 < n < 1$  профиль волны разрежения трансформируется и слабый разрыв отсутствует. Это наблюдалось при  $D < 290$  м/с (см. рис. 2, сыпучая среда).

Из сравнения с «равновесной» скоростью звука ясно (см. рис. 4), что при  $d_0 < 20$  мкм ( $p_0 = 0,1-5,0$  МПа) для оценки скорости малых возмущений давления в насыпных системах можно пользоваться уравнением (2) (с ошибкой 20%). При  $d_0 > 2$  мм скорость лежит в диапазоне  $D = 250-330$  м/с, т. е.

близка к «замороженной» скорости звука. Для оценок можно принимать ее равной скорости звука в газе (азоте). В диапазоне  $d_0 = 0,02-2$  мм лежит «переходная» область, в которой необходимо конкретно учитывать размер частиц (пор).

На рис. 5 представлены зависимости скорости головы импульса разрежения  $D$  от начального давления  $p_0$  в насыпной системе при наличии в КВД гелия (смесь 98% гелия + 2% воздуха,  $a = 950$  м/с). Видно, что замена газа не влияет на общий характер зависимостей (ср. рис. 3).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Стрижевский И. И., Заказнов В. Ф. Промышленные огнепреградители. М.: Химия, 1966.
2. Бабкин В. С., Бунев В. А., Коржавин А. А. Распространение пламени в пористых инертных средах. — В кн.: Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение газов и натуральных топлив. Черноголовка, 1980.
3. Мамонтов Г. М., Митрофанов В. В., Субботин В. А. Режимы детонации в жесткой пористой среде. — В кн.: Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация. Черноголовка, 1980.
4. Kauffman C. W., Chuanjun Yan, Nicholls J. A. Gaseous detonations in porous media. — Proc. of 19th Symp. (Intern.) on Combustion., Comb. Inst., 1982.
5. Вулпе Л. А. Газовая динамика (стационарные одномерные течения). М.: МАИ, 1949.
6. Rudinger G. Some effects of finite particle volume on the dynamics of gas — particle mixtures. — AIAA J., 1965, v. 3, N 7. Рус. пер. Ракетн. техника и космонавтика, 1965, № 7.
7. Бувенич Ю. А., Федотов С. П. О слабонелинейных возмущениях в концентрированных газовзвесьях. — ПМТФ, 1983, № 3.
8. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984.
9. Христианович С. А. Неустойчивое течение грунтовой массы, содержащей в порах газ высокого давления. — ФТПРПИ, 1982, № 3.

Поступила 18/X 1984 г.

УДК 539.374:534.222.2

#### КВАЗИОПТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ПУЧКА СДВИГОВЫХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНОЙ НАСЛЕДСТВЕННОЙ СРЕДЕ

А. И. ПОТАПОВ, И. Н. СОЛДАТОВ

(Горький)

В интенсивном волновом пучке, распространяющемся в среде с наследственностью, наряду с нелинейными проявляются дифракционные, дисперсионные и диссипативные эффекты. В наиболее интересной зоне, где все перечисленные эффекты имеют сравнимое между собой влияние, можно воспользоваться квазиоптическим приближением для описания волнового процесса. Основываясь на этом приближении, авторы [1] вывели уравнение для акустических волн в жидкости. Подобный подход использовался и при рассмотрении продольных волн в твердых телах и пластинах [2, 3].

В данной работе выводится приближенное интегродифференциальное уравнение, описывающее распространение квазиплоской сдвиговой волны в твердом теле с наследственностью.

Нелинейные волны деформации в среде с линейной наследственностью описываются уравнениями

$$(1) \quad \rho \ddot{u}_i = L_{ij,j};$$

$$(2) \quad L_{ij} = \frac{\partial}{\partial u_{i,j}} \left[ \frac{\lambda}{2} (\varepsilon_{kk})^2 + \mu \varepsilon_{lk} \varepsilon_{kl} + \frac{\nu_1}{6} (\varepsilon_{kk})^3 + \nu_2 \varepsilon_{kk} \varepsilon_{ln} \varepsilon_{nl} + \right. \\ \left. + \frac{4}{3} \nu_3 \varepsilon_{ln} \varepsilon_{nk} \varepsilon_{kl} + \gamma_1 (\varepsilon_{kk})^4 + \gamma_2 (\varepsilon_{kk})^2 \varepsilon_{ln} \varepsilon_{nl} + \gamma_3 (\varepsilon_{lk} \varepsilon_{kl})^2 + \right. \\ \left. + \gamma_4 \varepsilon_{kk} \varepsilon_{lm} \varepsilon_{mn} \varepsilon_{nl} \right] - \delta_{ij} \int_{-\infty}^t K_1(t-\xi) u_{k,k}(\xi) d\xi - \\ - \int_{-\infty}^t K_2(t-\xi) u_{i,j}(\xi) d\xi, \quad i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3,$$

где  $L_{ij}$  — лагранжев тензор напряжений;  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j})$  — тензор конечных деформаций;  $u_i$  — компонента вектора перемещения;  $K_1(t)$ ,  $K_2(t)$  — ядра объемной и сдвиговой релаксации соответственно. Будем рассматривать плоское поле деформаций, когда вектор перемещения лежит в плоскости  $xOy$ . Пусть пучок сдвиговых волн распространяется вдоль оси  $x$ . Для удобства дальнейшего изложения выпишем подробно линейную часть системы уравнений (1), (2):

$$(3) \quad \rho \ddot{u}_1 - (\lambda + \mu) (u_{1,xx} + u_{2,yy}) - \mu (u_{1,xx} + u_{1,yy}) + \int_{-\infty}^t [K_1(t-\xi) + K_2(t-\xi)] \times \\ \times [u_{1,xx}(\xi) + u_{2,yy}(\xi)] d\xi + \int_{-\infty}^t K_2(t-\xi) [u_{1,xx}(\xi) + u_{1,yy}(\xi)] d\xi = f_1;$$

$$(4) \quad \rho \ddot{u}_2 - (\lambda + \mu) (u_{2,yy} - u_{1,xy}) - \mu (u_{2,xx} + u_{2,yy}) + \int_{-\infty}^t [K_1(t-\xi) + K_2(t-\xi)] \times \\ \times [u_{2,yy}(\xi) + u_{1,xy}(\xi)] d\xi + \int_{-\infty}^t K_2(t-\xi) [u_{2,xx}(\xi) + u_{2,yy}(\xi)] d\xi = f_2.$$

Здесь  $f_1$  и  $f_2 = (3/2)(\lambda + 2\mu + 2\nu_2 + 4\nu_3 + 2\gamma_3)(u_{2,x})^2 u_{2,xx} + f_{22}$  — нелинейные слагаемые, причем в явном виде выписано лишь слагаемое, определяющее нелинейные эффекты вдоль распространения пучка. Для вывода приближенного уравнения волнового пучка, распространяющегося вдоль оси  $x$ , воспользуемся представлением о дифракции как о поперечной диффузии амплитуды. Введем лучевые переменные, связанные с распространяющейся волной [1, 3–5]:

$$\tau = t - x/c, \quad \eta = \varepsilon^{1/2} y, \quad \chi = \varepsilon x$$

( $c$  — характерная скорость волны, заранее неизвестная), разложим перемещения в ряд по степеням малого параметра нелинейности  $\varepsilon$ :

$$(5) \quad u_1 = \varepsilon^{1/2} (u_1^1 + \varepsilon u_1^2 + \dots), \quad u_2 = u_2^0 + \varepsilon u_2^1 + \dots,$$

где  $\varepsilon = 3(\lambda + 2\mu + 2\nu_2 + 4\nu_3 + 2\gamma_3)A^2/2\mu l^2$ ;  $A$  — максимальная амплитуда перемещения  $u_2$ ;  $l$  — длина волны. Выбор переменных объясняется тем, что в силу расходимости пучка, нелинейности и наследственности изменяются все величины как вдоль направления распространения пучка, так и поперек. Причем изменения поперек пучка происходят быстрее. Подставив асимптотические разложения (5) в уравнения (3), (4), удержим только члены с  $\varepsilon$  в степени не выше первой:

$$(6) \quad \rho u_{2,\tau\tau}^0 - \frac{\mu}{c^2} u_{2,\tau\tau}^0 = 0;$$

$$(7) \quad \rho u_{1,\tau\tau}^1 - \frac{(\lambda + \mu)}{c^2} (u_{1,\tau\tau}^1 - c u_{2,\tau\tau}^0) - \frac{\mu}{c^2} u_{1,\tau\tau}^1 = 0;$$

$$(8) \quad \rho u_{2,\tau\tau}^1 - (\lambda + \mu) \left( u_{2,\eta\eta}^0 - \frac{1}{c} u_{1,\tau\eta}^1 \right) - \mu \left( \frac{1}{c^2} u_{2,\tau\tau}^1 - \frac{2}{c} u_{2,\tau\chi}^0 + u_{2,\eta\eta}^1 \right) + \\ + \frac{1}{c^2} \int_{-\infty}^{\tau} K_2(\tau - \xi) u_{2,\tau\tau}^0(\xi) d\xi = - \frac{3}{2} \frac{(\lambda + 2\mu + 2\nu_2 + 4\nu_3 + 2\gamma_2)}{c^3 \varepsilon} (u_{2,\tau}^0)^2 u_{2,\tau\tau}^0.$$

Из соотношения (6) следует выражение для скорости  $c = \sqrt{\mu/\rho}$ , а из (7) — связь между деформациями  $u_{1,\tau}^1$  и  $u_{2,\tau}^0$ :

$$(9) \quad u_{1,\tau}^1 - cu_{2,\tau}^0 = 0,$$

которая отражает тот факт, что в нулевом и первом приближениях распространяющаяся волна остается чисто сдвиговой, т. е.  $\text{div } \mathbf{u} = 0$ . Подставляя (9) в (8), получим одно-скалярное уравнение для пучка:

$$(10) \quad u_{2,\tau\tau}^0 + \alpha (u_{2,\tau}^0)^2 u_{2,\tau\tau}^0 + \int_{-\infty}^{\tau} G(\tau - \xi) u_{2,\tau\tau}^0(\xi) d\xi = \gamma u_{2,\eta\eta}^0$$

или, обозначая  $u_{2,\tau} = \psi$ , имеем

$$(11) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \psi_{,\chi} + \alpha \psi^2 \psi_{,\tau} + \int_{-\infty}^{\tau} G(\tau - \xi) \psi_{,\tau\tau}(\xi) d\xi \right) = \gamma \psi_{,\eta\eta},$$

$$\text{где} \quad \alpha = \frac{3(\lambda + 2\mu + 2\nu_2 + 4\nu_3 + 2\nu_3)}{4\rho c^3 \varepsilon}; \quad G(t) = K_2(t)/\rho;$$

$$\gamma = (2c_l^2 - c^2)/2; \quad c_l^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho.$$

Как видно из приведенных выражений,  $\gamma > 0$  всегда, а  $\alpha > 0$  — в большинстве случаев. Пусть  $\alpha > 0$ , тогда заменой зависимой переменной  $\varphi = \psi \sqrt{\alpha}$  приведем уравнение (11) к виду

$$(12) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \varphi_{,\chi} + \varphi^2 \varphi_{,\tau} + \int_0^{\infty} G(\xi) \varphi_{,\tau}(\tau - \xi) d\xi \right) = \gamma \varphi_{,\eta\eta}.$$

Для классической модели упруговязкой среды Фойгта ( $G(t) = \kappa_1 \delta(t)$ ) интегродифференциальное уравнение (12) становится дифференциальным:

$$(13) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (\varphi_{,\chi} + \varphi^2 \varphi_{,\tau} + \kappa_1 \varphi_{,\tau\tau}) = \gamma \varphi_{,\eta\eta}.$$

В случае вязкоупругой среды Максвелла (вязкоупругая жидкость  $G(t) = \kappa_2 e^{-\beta t}$ ) интегральный оператор также можно заменить дифференциальным, когда время релаксации  $1/\beta$  много меньше характерного времени изменения волны. Для этого искомым функцию  $\varphi(\tau - z)$  разложим в ряд Тейлора в окрестности  $\tau$ :

$$\varphi_{,\tau}(\tau - z) = \varphi_{,\tau}(\tau) - \varphi_{,\tau\tau}(\tau)z + \varphi_{,\tau\tau\tau}(\tau)z^2/2 + \dots$$

и интегральный член в уравнении (12) представим в виде

$$\kappa_2 \int_{-\infty}^{\tau} \exp[\beta(\xi - \tau)] \varphi_{,\tau}(\xi) d\xi = \frac{\kappa_2}{\beta} \varphi_{,\tau} - \frac{\kappa_2}{\beta^2} \varphi_{,\tau\tau} + \dots$$

Ограничиваясь в асимптотическом разложении двумя членами, запишем уравнение пучка сдвиговых волн в наследственной среде с экспоненциальным ядром:

$$(14) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \varphi_{,\chi} + \left( -\frac{\kappa_2}{\beta} + \varphi^2 \right) \varphi_{,\tau} - \frac{\kappa_2}{\beta^2} \varphi_{,\tau\tau} \right] = \gamma \varphi_{,\eta\eta}.$$

В рамках уравнений (12)–(14) можно рассматривать широкий круг явлений, обусловленных самовоздействием пучка и несвойственных плоским волнам: нелинейная рефракция, самофокусировка, нелинейное волноводное распространение и др. Эти уравнения содержат кубическую нелинейность, что отличает их от соответствующих уравнений звуковых пучков в жидкости и газе [4, 6], где определяющую роль играет квадратичная нелинейность. Следовательно, в твердых телах, так же как и в оптике, можно ожидать эффекты самофокусировки для пучков квазигармонических сдвиговых волн. В этом случае удобно работать с уравнением для медленно меняющейся комплексной амплитуды  $A(\chi, \eta)$ :

$$(15) \quad u_j^0 = A(\chi, \eta) \exp(-i\omega\tau) + \text{к. с.}$$

Подставляя (15) в (10), находим, что амплитуда должна удовлетворять нелинейному уравнению Шредингера

$$(16) \quad 2i\omega \frac{\partial A}{\partial \chi} + \alpha \omega^4 |A|^2 A + \gamma \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} = -\omega^2 \tilde{G}A,$$

где  $\tilde{G}(\omega)$  — преобразование Фурье ядра  $G(\xi)$  на полубесконечном интервале:

$$\tilde{G}(\omega) = \int_0^{\infty} G(\xi) \exp(i\omega\xi) d\xi.$$

В случае среды Фойгта в первой части уравнения (16) будет стоять чисто диссипативный член  $-i\omega^3 A/2$ .

Кубическое уравнение Шреддингера с нулевой правой частью достаточно подробно исследовано в связи с проблемой самофокусировки двумерных пучков и образованием волн огибающих в нелинейных средах [7]. Правую часть в (16) можно рассматривать как малое возмущение, для учета которого разработаны различные приближенные методы, основанные, в частности, на методе обратной задачи рассеяния (см., например, [8, 9]).

В заключение отметим, что для описания волновых процессов в твердых средах используются также сингулярные ядра наследственности, причем сингулярные ядра предлагается выбрать с особенностью не сильнее логарифмической [10].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Заболотская Е. А., Хохлов Р. В. Квазиплоские волны в нелинейной акустике ограниченных пучков. — Акуст. журн., 1969, т. 15, вып. 1.
2. Энгельбрехт Ю. К. К асимптотическому анализу двумерного волнового процесса деформации в твердой среде. — Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 6.
3. Потапов А. И., Солдатов И. Н. Квазиплоский пучок продольных волн в нелинейной пластине. — Акуст. журн., 1984, т. 30, вып. 6.
4. Бахвалов И. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982.
5. Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К. Нелинейные волны деформации. М.: Наука, 1981.
6. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
7. Захаров В. Е., Шабат А. Б. Точная теория двумерной самофокусировки и одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, № 1.
8. Карпман В. И., Маслов В. Е. Теория возмущений для солитонов. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, № 2 (8).
9. Лэм Дж. мл. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983.
10. Локшин А. А., Суворова Ю. В. Математическая теория распространения волн в средах с памятью. М.: Изд-во МГУ, 1982.

Поступила 24/X 1984 г.

УДК 622.235

#### КАМУФЛЕТНЫЙ ВЗРЫВ В МАЛОПОРИСТОЙ ТВЕРДОЙ СРЕДЕ

А. Н. БОВТ, А. А. МИХАЙЛОВ, В. Н. НИКОЛАЕВСКИЙ,  
Е. А. ШУРЫГИН

(Москва)

1. Постановка задачи. Полевыми и лабораторными экспериментальными исследованиями [1, 2] установлено, что камуфлетный взрыв в таких хрупкоразрушаемых практически монолитных средах, как гранит, приводит к гигантскому увеличению проницаемости за счет возникновения системы трещин. На основе этого высказаны [3] рекомендации, в частности, по практическому проектированию взрывов в рудных телах с целью последующего проведения процессов выщелачивания.

С другой стороны, мощные взрывы в пористых коллекторах, содержащих газ низкого давления, не привели к увеличению притока газа [4], тогда как проведение в том же пласте крупномасштабного гидроразрыва оказалось явно эффективным [5]. Результаты мощных взрывов в нефтесодержащих коллекторах [6] внесли интерпретируемые изменения в распределение дебитов по скважинам, но, видимо, сводящиеся к умеренному увеличению нефтеотдачи пласта.

Лабораторные взрывы в искусственно изготовленных высокопористых модельных насыщенных жидкостью средах подтвердили слабое увеличение проницаемости в дальних, немонотонное ее изменение в ближних зонах [2, 7]. В то же время взрыв в сухой среде с пористостью  $m_0 = 25\%$  привел [2, 8] к явному снижению проницаемости за счет ударного, а затем и сдвигового уплотнения пор, анализ [2, 8] позволил установить, что изменения проницаемости обусловлены малыми допредельными пластическими деформациями, а дилатансионное разуплотнение, приводящее к росту пористости в ближайшей окрестности полости, подавляется сопутствующим дроблением, а следовательно, и уменьшением эффективного диаметра поровых каналов. Эти выводы подтвердились опубликованными данными лабораторных взрывов в образцах естественных