

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ

УДК 532.526

Т. В. Поплавская, В. Н. Ветлущий

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Обоснование модели полного вязкого ударного слоя (ПВУС). Гиперзвуковое обтекание плоской пластины с острой передней кромкой под нулевым углом атаки является классической задачей в механике вязкой жидкости. В условиях обтекания разреженным газом плоская пластина порождает обширный спектр режимов течения. Они изменяются от режима, при котором отдельные молекулярные столкновения у передней кромки описываются с помощью кинетической теории, до континуального режима классического пограничного слоя вниз по потоку. В работах [1–3] приведены различные модели обтекания пластины с острой кромкой разреженным гиперзвуковым потоком.

Общая модель обтекания пластины, которая возникла на основе результатов [1–4], приведена на рис. 1. Непосредственно на передней кромке пластины существует небольшая область свободно-молекулярного течения, далее следует континуальная область, в которой пограничный слой, порождаемый вязкими явлениями на поверхности, и ударная волна (УВ) взаимодействуют и сливаются в такой степени, что между ними невозможно провести четкую границу. Эта область размазанного слоя асимптотически переходит в область сильного взаимодействия. Именно здесь и далее вниз по потоку параметры за УВ могут быть вычислены с помощью обобщенных условий Ренкина — Гюгоньо. В области сильного взаимодействия либо не удастся четко выделить зону невязкого течения между УВ и пограничным слоем, либо она мала. Далее на пластине реализуется режим слабого взаимодействия, где невязкое течение играет значительную роль.

Экспериментальные исследования [5–7] в основном затрагивают область размазанного слоя, которая является промежуточной между областью классического гиперзвукового пограничного слоя, расположенной ниже по потоку, и кинетической моделью течения у передней кромки. В работе [4] обнаружено, что у модели сильного взаимодействия есть определенная граница применимости вверх по потоку, где пограничный слой сливается с УВ. Это происходит при $V = M_\infty \sqrt{C}/Re_x \simeq 0,1 \div 0,2$ (V — параметр разрежения, наиболее подходящий для определения верхней по потоку границы области сильного взаимодействия и области расчета вязкого ударного слоя, C — постоянная Чепмена — Рубезина).

В настоящей работе рассмотрено гиперзвуковое обтекание пластины с острой передней кромкой в рамках модели вязкого ударного слоя в области значений параметра разрежения V от $0,1 \div 0,15$, когда пограничный слой сливается с УВ, до более низких значений V , когда пограничный слой отделяет от УВ область невязкого течения ($V < 0,1$). Уравнения ПВУС описывают всю область течения между телом и УВ, они включают в себя все члены уравнений Эйлера и уравнений пограничного слоя. К преимуществам модели вязкого ударного слоя относятся:

- расчет течений с умеренно низкими числами Рейнольдса и течений в условиях взаимодействия пограничного слоя с УВ, что невозможно по классической теории пограничного слоя;
- возможность избежать проблемы поиска внешних данных для пограничного слоя;
- единый расчет всего поля течения как в области сильного взаимодействия, так и в области слабого взаимодействия;
- использование при решении уравнений ПВУС маршевого подхода;

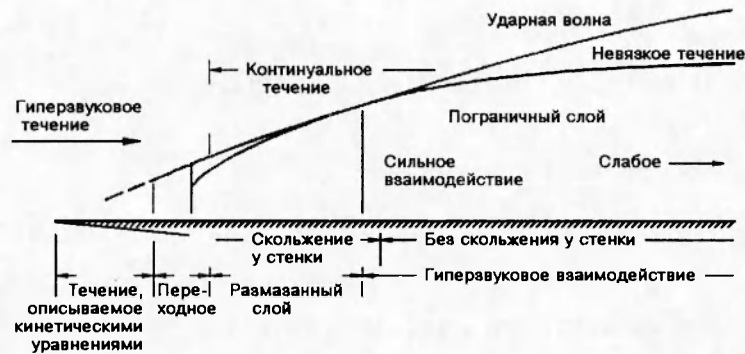


Рис. 1

— экономичность по сравнению с моделью Навье — Стокса.

В последнее время модель вязкого ударного слоя широко используется для решения задач аэрогидродинамики и проблем входа в атмосферу. В большинстве работ [8–12] рассматриваются гладкие затупленные тела. Публикаций по гиперзвуковому обтеканию удлиненных тел с острой передней кромкой в рамках модели вязкого ударного слоя авторами не обнаружено. В [13] приведены приближенные аналитические решения уравнений гиперзвукового пограничного слоя отдельно для областей сильного и слабого взаимодействия. В [14] представлены корреляционные формулы по давлению и теплопередаче на ее поверхности для воздуха в области размазанного слоя и сильного взаимодействия, а в [15] — эмпирические зависимости, аппроксимирующие результаты расчетов расположения скачка и плотности на поверхности скачка в локально-автомодельном приближении в области размазанного слоя.

В [16] с помощью системы уравнений, описывающих пограничный слой, структуру УВ и невязкое ядро потока, рассматривалась задача гиперзвукового вязкого взаимодействия на удлиненных телах с острой передней кромкой. Хотя основной интерес был связан с исследованием континуальной области (размазанного слоя) на передней кромке, где параметр разрежения $V \sim 1$, предложенная теория, по мнению авторов, применима и для меньших значений V , соответствующих началу области сильного взаимодействия.

В настоящей работе в рамках модели вязкого ударного слоя рассчитаны все характеристики потока (скорость, давление, плотность, температура, коэффициенты напряжения трения и теплоотдачи) на пластине под нулевым углом атаки в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса и изучено их влияние на параметры течения.

Постановка задачи. Рассмотрим гиперзвуковое обтекание пластины с острой передней кромкой под нулевым углом атаки. Выпишем уравнения ПВУС в декартовой системе координат (x, y) , в которой координата x направлена вдоль поверхности пластины, а y — по нормали к ней. Эти уравнения могут быть получены аналогично [8] в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \\ \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} &= 0, \\ c_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + c_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{1}{\text{Re}_L} (\gamma - 1) M_\infty^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \\ - (\gamma - 1) M_\infty^2 \left(u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} \right) &= 0, \quad P = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \rho T, \end{aligned} \quad (1)$$

где u и v — компоненты скорости по направлениям x и y ; P — давление; T — температура;

$Pr = \mu_\infty c_{p\infty} / k_\infty$ — число Прандтля; $Re_L = \rho_\infty U_\infty L / \mu_\infty$ — число Рейнольдса, найденное по параметрам набегающего потока и длине модели L . Компоненты скорости обезразмерены по скорости набегающего потока U_∞ , давление отнесено к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty U_\infty^2$, коэффициенты вязкости μ и теплопроводности k , удельная теплоемкость c_p , плотность и температура — к своим значениям в набегающем потоке, координаты x, y — к длине модели L . Далее на графиках, если это не оговорено дополнительно, приводятся именно эти переменные.

Уравнения ПВУС описывают всю область течения между пластиной и УВ. Помимо всех членов уравнений пограничного слоя они содержат уравнение сохранения импульсов в проекции на нормаль к пластине. Здесь сохранены также все члены системы уравнений Эйлера.

Рассматриваются такие числа Маха и Рейнольдса, при которых формируется тонкая УВ, поскольку только в этом случае в качестве граничных условий на ней справедливы обобщенные условия Ренкина — Гюгоньо [17]:

$$\begin{aligned} u_s &= \cos^2 \beta (1 + k_s \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{\mu_s (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) \cos^3 \beta}{Re_L \sin \beta} \frac{\partial u}{\partial y}, & v_s &= u_s \operatorname{tg} \beta - k_s \operatorname{tg} \beta, \\ P_s &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + (1 - k_s) \sin^2 \beta - \frac{2\mu_s \sin \beta \cos \beta}{Re_L} \frac{\partial u}{\partial y}, & (2) \\ H_s &= 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 - \frac{\cos \beta}{\sigma_s Re_L \sin \beta} \left[\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1 - Pr}{2} (\gamma - 1) M_\infty^2 \frac{\partial u^2}{\partial y} \right], & k_s &= \frac{1}{\rho_s}, \quad \gamma = \frac{c_{p\infty}}{c_{v\infty}}, \quad \sigma_s = \frac{Pr}{\mu_s}. \end{aligned}$$

Здесь H — полная энтальпия; β — угол наклона УВ; γ — показатель адиабаты в набегающем потоке; индекс s соответствует параметрам потока за УВ. Для определения формы УВ $y_s(x)$ использовалось интегральное условие сохранения расхода при переходе через УВ.

В качестве граничных условий на пластине применялись условия скольжения и скачка температуры [18]:

$$u_w = 1,252 \frac{(2 - \alpha_u) \mu}{\alpha_u Re_L \sqrt{P \bar{\rho}}} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w, \quad T = T_w + 2,5 \frac{(2 - \alpha_T) \gamma \mu}{\alpha_T (\gamma + 1) Re_L Pr \sqrt{P \bar{\rho}}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w \quad (3)$$

(α_u — коэффициент скольжения, α_T — коэффициент аккомодации).

Для удобства расчетов в системе уравнений (1) введем новую независимую переменную по нормали $\bar{y}$ так, чтобы разностная сетка имела постоянное число шагов между телом и УВ, и новые зависимые переменные путем отнесения всех параметров к их локальным значениям за УВ: $\bar{x} = x$, $\bar{y} = y/y_s(x)$, $\bar{u} = u/u_s$, $\bar{v} = v/v_s$, $\bar{T} = T/T_s$, $\bar{P} = P/P_s$, $\bar{\rho} = \rho/\rho_s$, $\bar{\mu} = \mu/\mu_s$. Тогда уравнения количества движения и уравнение энергии в преобразованных переменных $\bar{x}, \bar{y}$ можно записать в стандартной для параболических уравнений форме (черточки в уравнениях опущены):

$$\begin{aligned} a_i \frac{\partial f_i}{\partial x} + b_i \frac{\partial f_i}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_i \frac{\partial f_i}{\partial y} \right) + d_i &= 0, & (4) \\ f_1 = u: & \quad a_1 = \rho_s u_s^2 \rho u, \quad b_1 = (\rho_s u_s / y_s) \rho (-y u_s u \operatorname{tg} \beta + v_s v), \\ & \quad c_1 = -\frac{1}{Re_L} \frac{1}{y_s^2} \mu_s u_s \mu, \quad d_1 = P_s \frac{\partial P}{\partial x} - y P_s \frac{\operatorname{tg} \beta}{y_s} \frac{\partial P}{\partial y}, \\ f_2 = v: & \quad a_2 = \rho_s u_s v_s \rho u, \quad b_2 = (\rho_s v_s / y_s) \rho (-y u_s u \operatorname{tg} \beta + v_s v), \\ & \quad c_2 = -\frac{4}{3} \frac{1}{Re_L} \frac{1}{y_s^2} \mu_s v_s \mu, \quad d_2 = \frac{P_s}{y_s} \frac{\partial P}{\partial y}, \end{aligned}$$

$$f_3 = T: \quad a_3 = c_p \rho_s u_s T_s \rho u, \quad b_3 = \frac{c_p \rho_s T_s}{y_s} \rho (-y u_s u \operatorname{tg} \beta + v_s v), \quad c_3 = -\frac{1}{\operatorname{Pr}} \frac{1}{\operatorname{Re}_L} \frac{1}{y_s^2} \mu_s T_s k,$$

$$d_3 = -\frac{1}{\operatorname{Re}_L (\gamma - 1) M_\infty^2} \frac{\mu_s u_s^2}{y_s^2} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \left[u_s P_s u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{P_s}{y_s} \frac{\partial P}{\partial y} (-y u_s u \operatorname{tg} \beta + v_s v) \right].$$

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\rho_s u_s \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\rho_s}{y_s} \left(-y u_s \operatorname{tg} \beta \frac{\partial \rho u}{\partial y} + v_s \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right) = 0; \quad (5)$$

уравнение состояния

$$P = (1/(\gamma M_\infty^2)) (\rho_s T_s / P_s) \rho T. \quad (6)$$

Параметры за УВ теперь вошли в основные уравнения (4)–(6) в качестве неизвестных коэффициентов, а граничные условия на ней переходят в $u = v = \rho = 1$ при $y = 1$. В расчетах вязкость аппроксимировалась зависимостью Сазерленда.

Начальные условия. Анализ экспериментальных данных [1, 4–6] показал, что вблизи острой кромки, в конце области размазанного слоя и начале области сильного взаимодействия УВ с пограничным слоем, вязкое течение охватывает всю область между поверхностью пластины и невозмущенным потоком, и в этой области нет отчетливо выраженного невязкого течения. Поэтому было предложено здесь всю возмущенную область описывать уравнениями пограничного слоя, заменяя УВ поверхностью разрыва, хотя на этом участке толщина УВ одного порядка с толщиной вязкого слоя. Последнее допущение может внести некоторую погрешность в решение, которое используется в качестве начального при $x = x_0$. Однако в силу параболичности уравнений ПВУС эта погрешность быстро затухает по мере продвижения вниз по потоку. При $x = x_0$ систему уравнений ПВУС (1) можно свести к обыкновенным дифференциальным уравнениям, используя преобразование вида $\xi = x$, $\eta = y \sqrt{\operatorname{Re}_L} / \sqrt{x}$, характерное для течений в пограничном слое при равномерном внешнем потоке. В переменных ξ, η система уравнений в начальном сечении $x = x_0$ имеет вид

$$\frac{dJ}{d\eta} + \frac{1}{2} \rho u = 0, \quad J = \sqrt{\xi} \rho v - 0,5 \rho u \eta, \quad J \frac{du}{d\eta} - \frac{d}{d\eta} \left(\mu \frac{du}{d\eta} \right) = 0, \quad \frac{dP}{d\eta} = 0,$$

$$c_p \rho \frac{dT}{d\eta} - \frac{1}{\operatorname{Pr}} \frac{d}{d\eta} \left(k \frac{dT}{d\eta} \right) - (\gamma - 1) M_\infty^2 \mu \left(\frac{du}{d\eta} \right)^2 = 0, \quad P = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \rho T. \quad (7)$$

Система (7) решается при следующих граничных условиях:

$$\eta = 0: \quad J = 0, \quad u, T \text{ по формулам (3),}$$

$$\eta = \eta_s: \quad u = u_s, \quad v = v_s, \quad T = T_s, \quad \rho = \rho_s.$$

Здесь η_s — отход УВ — находится из балансового соотношения массы в ударном слое в предположении прямолинейности УВ на участке $0 \leq x \leq x_0$.

Разностная схема и алгоритм решения. Нелинейность системы (4)–(6) требует итерационного подхода, позволяющего свести задачу в пределах одной итерации к последовательному решению методом прогонки разностных краевых задач, аппроксимирующих уравнения (4)–(6): $A_n W_{n+1} + B_n W_n + C_n W_{n-1} + D_n = 0$ (n — номер узла разностной сетки по координате y). Граничные условия на теле получаем, записывая условия скольжения и скачка температуры (3) через односторонние разности по трем точкам. На теле, кроме того, добавляем условие $\partial P / \partial y = 0$, из которого при помощи уравнения состояния (6) находим дополнительное условие для плотности. Условия на УВ теперь сводятся к равенству

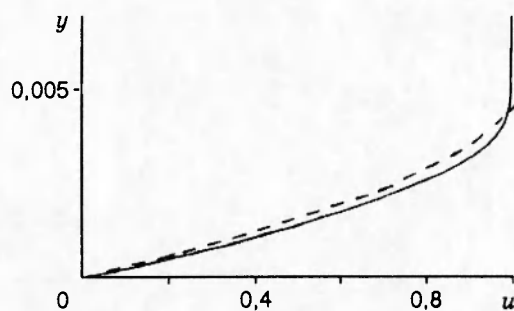


Рис. 2

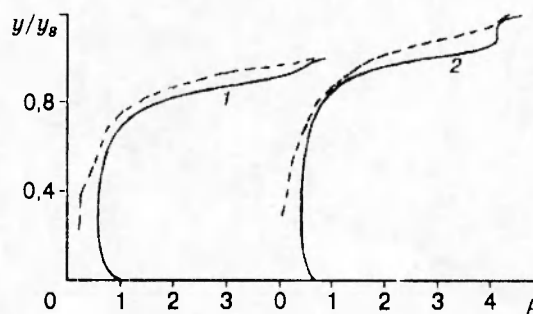


Рис. 3

$W = 1$ для всех параметров.

Алгоритм решения уравнений ПВУС заключается в следующем. Сначала решаются обыкновенные дифференциальные уравнения (7) вблизи кромки пластины. При нахождении положения УВ за начальное значение угла наклона β принимается угол конуса Маха. Полученные таким образом профили u_0 , v_0 , T_0 , P_0 , ρ_0 задаются в качестве начальных условий в сечении $x = x_0$.

Затем маршевым методом по координате x решаются уравнения вязкого ударного слоя: сначала уравнения движения и энергии, из которых находятся компоненты скорости и температура, далее уравнение неразрывности, из которого определяется плотность, и из уравнения состояния находится давление. Вообще говоря, эта задача некорректна, так как система (4)–(6) не является строго параболической, и возмущения могут передаваться вверх по потоку по дозвуковой части пограничного слоя. Для подавления этих возмущений необходима некоторая регуляризация. Метод данной работы основан на идее подслойной аппроксимации [19], заключающейся в том, что член $\partial P / \partial x$ вычисляется за пределами дозвуковой области и переносится в нее постоянным.

Для полученных при данном x значений u , v , T , P , ρ проверяется условие сохранения расхода при переходе через УВ. Если для этих значений оно не выполняется, то подправляется угол β наклона УВ на малую величину ϵ . По новому значению β вычисляются параметры на УВ, и вновь начинает работать алгоритм решения системы уравнений (4)–(6), описанный выше.

В результате решения задачи найдены профили скорости, температуры, плотности и давления во всем ударном слое. По ним на поверхности пластины рассчитывались коэффициент напряжения трения

$$C_f = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} / 0,5 \rho_\infty U_\infty^2$$

и коэффициент теплоотдачи St (число Стантона), в котором при граничных условиях со скольжением учитывается перенос энергии «трением при скольжении» аналогично работе [16]:

$$St = \left(k \frac{\partial T}{\partial y} + u \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} / \rho_\infty U_\infty (H_\infty - H_w).$$

Результаты расчетов. Для проверки правильности алгоритма и полученных результатов было проведено несколько тестовых расчетов.

На рис. 2 штриховой линией приведены значения скорости, полученные аналитически Хантце и Вендтом и взятые авторами из [18], для ламинарного пограничного слоя на пластине, продольно обтекаемой газом со сверхзвуковыми скоростями ($M_\infty = 5$, $Re_L = 5 \cdot 10^5$, $Pr = 0,7$, $T_w = T_\infty$), сплошной — значения скорости, полученные в настоящей

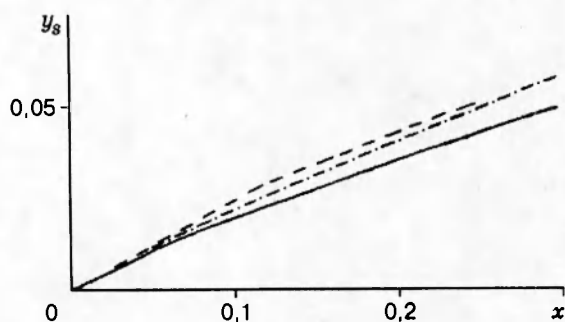


Рис. 4

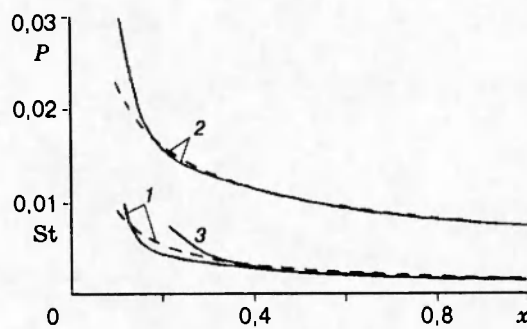


Рис. 5

работе с помощью алгоритма расчета уравнений ПВУС, в сечении $x = 0,17$. Видно, что расхождение не превосходит 7 %. В данном варианте расчета ($M_\infty = 5$) пограничный слой составляет лишь $1/8$ ударного слоя, и сравнение профилей u приведено для этой области, т. е. до $y \sim 0,005$.

В работе [4] экспериментально исследовано поле течения на плоской пластине в режиме размазанного слоя. Результаты получены на основе комбинации нескольких зондовых и оптических методов и измерения давления на поверхности. Плотность была рассчитана путем использования комбинированных измерений, и ее точность, как указано в [4], находится в пределах $\pm 10\%$ в области сильного взаимодействия и в пределах $\pm 20\%$ выше по потоку в области размазанного слоя.

На рис. 3 приведены профили плотности в сечениях $x = 0,14$ и $0,21$ (кривые 1 и 2). Для $M_\infty = 24,5$, $Re_1 = 3,94 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$, $T_0 = 2000 \text{ К}$, $T_w = 295 \text{ К}$ сечение $x = 0,21$ соответствует области сильного взаимодействия, а $x = 0,14$ — области размазанного слоя. Сплошной линией показаны профили плотности, рассчитанные по уравнениям ПВУС, в зависимости от безразмерной координаты y , отнесенной к своему значению на УВ, а штриховой — данные [4]. Расхождение результатов может быть объяснено, с одной стороны, тем, что оба сечения находятся в области перехода от размазанного режима течения к режиму сильного вязкого взаимодействия, т. е. в области перестройки течения, а с другой — тем, что ни один из упомянутых экспериментальных методов не является прямым.

На рис. 4 проведено сравнение с результатами [4] по расстоянию отхода УВ при $M_\infty = 24,5$, $Re_1 = 5,9 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$, $T_0 = 2000 \text{ К}$, $T_w = 300 \text{ К}$. Штрихпунктирная кривая показывает положение УВ, вычисленное по формуле [15], остальные обозначения те же, что и на рис. 3. Расхождение находится в пределах точности эксперимента.

В [14] приведены аппроксимационные формулы для распределения давления и теплоотдачи на поверхности, соответствующие решению в области сильного взаимодействия (индекс SI):

$$P_{SI} = (0,554T_w/T_0 + 0,0973)M_\infty^3 \sqrt{C/Re_x}, \quad (8)$$

$$St_{SI} = (0,368T_w/T_0 + 0,0684) \left[M_\infty \sqrt{C/Re_x} \right]^{3/2}.$$

Здесь C — постоянная Чепмена — Рубезина при линейной зависимости вязкости от температуры [20]. Немаловажно, что постоянная C в формулах (8) вносит существенный вклад в распределения P и St . Однако ее значения сильно отличаются ($\sim 15 \div 20\%$) в зависимости от способа ее вычисления: либо в соответствии с определением Чжэня [20] через характерную температуру, либо с использованием значений μ_∞ и T_∞ [14].

На рис. 5 проведено сравнение значений St_{SI} и P_{SI} (штриховые линии 1 и 2 соответственно) с расчетными значениями настоящей работы (сплошные линии 1 и 2) для

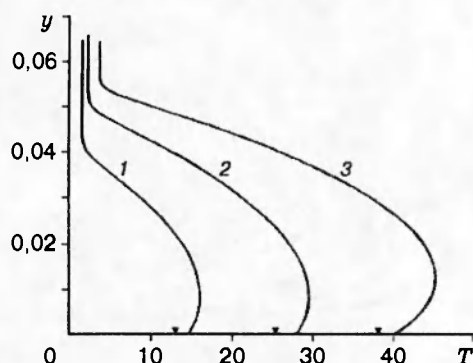


Рис. 6

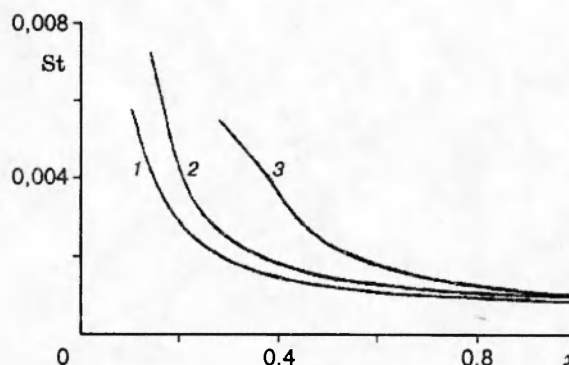


Рис. 7

тех же условий обтекания, что и на рис. 3. Постоянная Чепмена — Рубезина взята равной 0,72, как в [4]. Небольшое расхождение по давлению вдоль поверхности наблюдается лишь вблизи границы области размазанного слоя при $x = 0,135$, что соответствует параметру разрежения $V = 0,15$. Во всей же области сильного взаимодействия, а она здесь наблюдается до конца пластины (параметр $\chi_\infty = \sqrt{C}M_\infty^2/\sqrt{Re_x} \gg 4$ везде), сплошная и штриховая кривые 1 сливаются. Расхождение по тепловым потокам в пределах 10 % на основной части пластины и 18 % вблизи границы размазанного слоя. Следует заметить, что при маршевом методе расчета существует область влияния начального решения задачи.

На рис. 5 приведен расчет числа Стантона (кривая 3) при тех же условиях, но начиная с сечения $x_0 = 0,2$, в отличие от имеющихся расчетов, где $x_0 = 0,1$ (сплошная кривая 1). Видно, что кривые 1 и 3 практически совпадают, начиная с $x = 0,4$. Это означает, что зона влияния начальных данных составляет около 0,2. Важно отметить, что здесь значение St , как и предсказано теорией сильного взаимодействия, практически обратно пропорционально $x^{3/4}$, а не $\sqrt{x}$, как в классической теории пограничного слоя.

В [7] показано, что интенсивность УВ (т. е. $\rho_{\max}/\rho_\infty$), по крайней мере, на 100 длинах свободного пробега от передней кромки пластины зависит только от параметра $M_\infty C/Re_x \sim Kn_x$ (Kn_x — число Кнудсена). По экспериментальным данным [5–7] построена универсальная кривая зависимости интенсивности УВ от Kn_x в диапазоне чисел Кнудсена от 0,001 до 0,2. Область применимости модели ПВУС не дает возможности расчета при $Kn_x > 0,0015$, но в диапазоне $Kn_x \simeq 0,001 \div 0,0015$ расхождение значений $\rho_{\max}/\rho_\infty$ в настоящих расчетах с универсальной кривой составляет менее 3 % для $Re_x \sim 2 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^5$ и $M_\infty > 20$.

Еще одним подтверждением надежности предлагаемого алгоритма расчета уравнений ПВУС является хорошее совпадение рассчитанных и измеренных экспериментально методом электронно-пучковой флюоресценции профилей плотности [21].

К преимуществам теоретического подхода по сравнению с экспериментальным относятся не только получение полной картины течения, т. е. всех параметров потока, но и возможность быстро и легко провести параметрические исследования, изменяя определяющие параметры. Для этого в качестве базового был выбран вариант расчета, который хорошо согласуется с экспериментом [21], при $M_\infty = 21$, $Re_L = 2,1 \cdot 10^5$, $L = 0,36$ м, $T_0 = 1100$ К, $T_w = 310$ К, $x_0 = 0,1$, $Pr = 0,7$, $\alpha_u = \alpha_T = 0,8$. Расчеты проводились на сетке с количеством шагов по нормали 160 и по продольной координате 900 ($\Delta x = 0,001$). Время счета этого варианта на IBM PC/AT 486 равнялось 20 мин. Увеличение количества шагов сетки в 2 раза по обоим направлениям привело к изменению решения менее чем на 1,5 %.

Течение со скольжением заметно изменяет профили скорости и температуры у поверхности пластины. Поэтому встает вопрос, когда следует применять граничные условия со

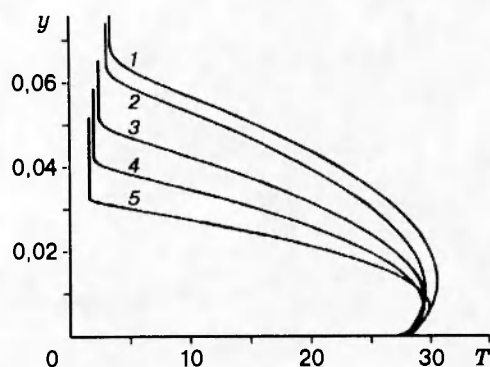


Рис. 8

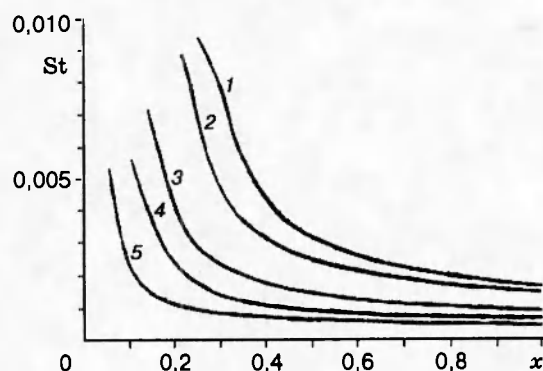


Рис. 9

скольжением и скачком температуры. В [16] по расчетам размазанного слоя вблизи передней кромки пластины показано, что использовать граничные условия со скольжением необходимо для значений параметра $\chi_\infty/M_\infty^2 = \sqrt{C}M_\infty/\sqrt{Re_x} > 0,1$. При больших числах Маха эти значения наблюдаются в области размазанного слоя и в области перехода к режиму сильного взаимодействия, т. е. там, где начинается расчет по уравнениям ПВУС. Поэтому в настоящей работе во всех вариантах использовались граничные условия со скольжением и скачком температуры. В [22] приведены таблицы коэффициентов скольжения α_u и аккомодации α_T для воздуха. Они показывают, что на металлах $\alpha_u = 0,79 \div 1,0$, $\alpha_T = 0,80 \div 0,97$. Коэффициенты скольжения и аккомодации для базового варианта находятся в указанных пределах [22] и выбраны из условия лучшего совпадения с экспериментом [21].

На рис. 6 приведены профили безразмерной температуры по нормали для $M_\infty = 15$; 21; 25 (кривые 1–3) в сечении $x = 0,4$ (все остальные параметры соответствуют базовому варианту). Здесь треугольники на оси абсцисс соответствуют значениям T_w . Видно, что в большей части ударного слоя температура в вязкой области значительно превышает температуру в невязкой вследствие превращения диссипативных эффектов. С ростом M_∞ уменьшается доля невязкого течения за УВ: при $M_\infty = 15$ она составляет примерно 1/3 ударного слоя, а при $M_\infty = 25$ — всего 1/6. Расчеты в рамках модели ПВУС можно также проводить как при больших, так и при меньших числах Маха. Однако следует отметить, что при $M_\infty < 15$ ударный слой практически на 3/4 невязкий (см. рис. 1).

При сверхзвуковом обтекании с ростом M_∞ область невязкого течения уменьшается, и УВ приближается к поверхности тела. При гиперзвуковых скоростях толщина пограничного слоя значительна, и ее увеличение с ростом M_∞ может компенсировать уменьшение невязкой области. Поэтому в диапазоне рассмотренных чисел Маха расстояние отхода УВ практически не изменилось.

На рис. 7 показано влияние числа Маха на коэффициенты теплоотдачи (обозначения те же, что и на рис. 6). Как и следовало ожидать, с ростом M_∞ значения St монотонно увеличиваются по всей длине пластины.

Влияние числа Рейнольдса на различные характеристики потока демонстрируют рис. 8–10. Здесь кривые 1–5 соответствуют $Re_L = 8 \cdot 10^4$; $1 \cdot 10^5$; $2,1 \cdot 10^5$; $4 \cdot 10^5$; $8 \cdot 10^5$. На рис. 8 приведены распределения температуры по нормали для различных Re_L в сечении $x = 0,4$. Видно, что с увеличением Re_L уменьшается расстояние до УВ и профили T как бы прижимаются к пластине. Влияние числа Рейнольдса значительно по всему ударному слою, в отличие от числа Маха, изменение которого более существенно сказывается на распределении температуры вблизи поверхности пластины (см. рис. 6). С ростом Re_L значения St (рис. 9) монотонно уменьшаются во всех сечениях.

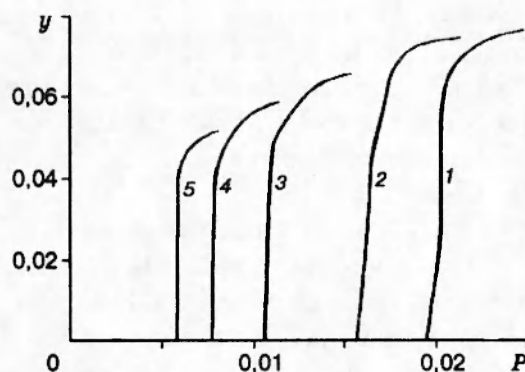


Рис. 10

На рис. 10 в сечении $x = 0,4$ показаны распределения давления по нормали для различных Re_L . Видно, что давление вдоль нормали изменяется в пределах 20 % в основном в невязкой области за УВ. При малых Re_L это изменение в пограничном слое достигает 4 %.

Параметрические исследования показали, что модель ПВУС хорошо описывает гиперзвуковое обтекание пластины как при больших ($Re_x \sim 10^6$), так и при умеренных числах Рейнольдса ($Re_x \sim 10^4$, Re_x — местное число Рейнольдса). Расчеты можно производить и при более низких Re_L , но для меньшей по x области, так как начальное сечение должно находиться на границе размазанного слоя и области сильного взаимодействия, а с уменьшением чисел Рейнольдса эта граница отодвигается от передней кромки пластины вниз по потоку.

Авторы выражают благодарность проф. А. А. Маслову за ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01640).

ЛИТЕРАТУРА

1. Nagamatsu H. T., Sheer Jr. R. E., Schmid J. R. Flow around the flat plate by the hypersonic flow of rarefied gas at high temperatures // ARS J. 1961. V. 31, N7. Рус. пер. PTK. 1961. Т. 31, № 7. С. 58–69.
2. Oguchi H. Leading edge slip effects in rarefied hypersonic flow // Rarefied Gas Dynamics / Ed. J. A. Laurmann. 1963. V. 2. P. 181.
3. Laurmann J. A. Structure of the boundary layer at the leading edge of a flat plate in hypersonic slip flow // AIAA J. 1964. N 2. P. 1655–1657. Рус. пер. PTK. 1964. № 2. С. 175–178.
4. McCroskey W. J., Bogdonoff S. M., McDougall J. G. An experimental model for the sharp flat plate in rarefied hypersonic flow // AIAA J. 1966. V. 4, N 9. Рус. пер. PTK. 1966. Т. 4, № 9. С. 98–108.
5. McCroskey W. J., McDougall J. G. Shock wave shapes on a sharp flat plate in rarefied hypersonic flow // AIAA J. 1966. V. 4, N 1. Рус. пер. PTK. 1966. Т. 4, № 1. С. 231–232.
6. Harbour P. J., Lewis J. N. Preliminary measurements of the hypersonic rarefied flow on a sharp flat plate using an electron beam probe // Rarefied Gas Dynamics / Ed. C. L. Brundin. 1967. V. 2. P. 1031–1046.
7. Metcalf S. C., Lillicrap D. C., Berry C. J. A study of the effect of surface temperature on the shock-layer development over sharp-edged shapes in low-Reynolds-number high-speed flow // Rarefied Gas Dynamics / Ed. L. Trilling, H. Y. Wachman. 1969. V. 1. P. 619–634.

8. **Davis R. T.** Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer equations // AIAA J. 1970. V. 8, N 5. P. 843–851. Рус. пер. РТК. 1970. Т. 8, № 5. С. 3–13.
9. **Головачев Ю. П., Попов Ф. Д.** Обтекание охлаждаемого сферического затупления сверхзвуковым потоком вязкого газа // ПМТФ. 1972. № 5. С. 135–142.
10. **Воронкин И. Г.** Расчет вязкого ударного слоя на притупленных конусах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 6. С. 99–105.
11. **Вершинин И. В., Тирский Г. А., Утюжников С. В.** Сверхзвуковое ламинарное обтекание наветренной части скользящих крыльев бесконечного размаха в широком диапазоне чисел Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 40–44.
12. **Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В.** Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27, № 5. С. 741–750.
13. **Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф.** Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
14. **Pan Y. S., Probstein R. F.** Rarefied-flow transition at a leading edge // Fundamental Phenomena in Hypersonic Flow / Ed. J. Gordon Hall. N. Y.: Cornell University Press, 1966. P. 259–306.
15. **Shorenstein M. L., Probstein R. F.** The hypersonic leading-edge problem // AIAA J. 1968. V. 6, N 10. P. 1898–1906. Рус. пер. РТК. 1968. Т. 6, № 10. С. 91–102.
16. **Rudman S., Rubin S. G.** Hypersonic viscous flow over slender bodies with sharp leading edges // AIAA J. 1968. V. 6, N 10. P. 1883–1890. Рус. пер. РТК. 1968. Т. 6, № 10. С. 72–81.
17. **Тирский Г. А.** К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим газом при наличии вдува // Науч. тр. Ин-та механики МГУ. 1975. № 39. С. 5–38.
18. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
19. **Lin T. C., Rubin S. G.** Viscous flow over a cone at moderate incidence // J. Computer and Fluids. 1973. V. 1. P. 37–57.
20. **Cheng H. K., Gordon Hall J., Golian T. C., Hertzberg A.** Boundary-layer displacement and leading-edge bluntness effects in high-temperature hypersonic flow // J. Aerospace Sciences. 1961. V. 28, N 5. P. 353–381.
21. **Ветлуцкий В. Н., Маслов А. А., Миронов С. Г. и др.** Гиперзвуковой поток на плоской пластине: экспериментальные результаты и численный расчет // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 60–67.
22. **Тзян Х. Ш.** Аэродинамика разреженных газов // Газовая динамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1950.

*Поступила в редакцию 29/VI 1995 г.,
в окончательном варианте — 21/XI 1995 г.*
