

УДК 532.5:536.24

## ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ

Г. В. Кузнецов\*, В. И. Максимов\*, М. А. Шеремет\*,\*\*

\* Томский политехнический университет, 634050 Томск

\*\* Томский государственный университет, 634050 Томск

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Проведен экспериментальный и численный анализ ламинарных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутом параллелепипеде с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Численные исследования выполнены с использованием пакета прикладных программ “Fluent”. Показано, что экспериментальные данные и результаты численных расчетов достаточно хорошо согласуются.

**Ключевые слова:** естественная конвекция, эксперимент, пакет прикладных программ “Fluent”, сопряженный теплоперенос, замкнутый параллелепипед, локальный источник энергии.

**Введение.** В последнее время задачи естественной конвекции привлекают все большее внимание исследователей [1–8], что обусловлено необходимостью повышения энергоэффективности различных технических систем и устройств. В частности, в работах [1–11] экспериментально и теоретически изучены закономерности естественной конвекции с использованием достаточно простых моделей, не описывающих особенности теплопереноса в условиях локального подвода энергии (размеры источника нагрева существенно меньше характерных размеров области, в которой происходят значительные изменения температурных полей), а также не учитывающих влияние теплопроводных ограждающих конструкций.

Кроме того, существует небольшое количество работ, посвященных исследованию сопряженных режимов свободноконвективного теплопереноса в пространственных объектах [12–20], что обусловлено сложностью моделирования естественно-конвективного и кондуктивного процессов переноса энергии. В частности, в [14] проведен численный и экспериментальный анализ двумерных и трехмерных режимов сопряженной естественной конвекции в замкнутой дискретно обогреваемой области. Установлено, что вблизи поверхности локальных источников энергии при малых значениях теплопроводности подложки, на которой расположены источники тепловыделения, наблюдается существенный рост локальных тепловых потоков. Увеличение теплопроводности подложки приводит к сглаживанию про-

---

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (государственный контракт № П2225), а также при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МК-5652.2012.8).

филей локальных тепловых потоков вблизи тепловыделяющих элементов вследствие интенсификации кондуктивного теплопереноса, что оказывает влияние на квазидвумерные распределения термогидродинамических параметров. Трехмерные режимы установившейся свободной конвекции в замкнутом кубе, на противоположных вертикальных гранях которого выполняется условие изотермичности, при наличии теплопроводного источника энергии, расположенного в центре куба, численно проанализированы в [15]. В [16] при исследовании стационарных режимов естественной конвекции в замкнутом кубе с теплопроводными стенками конечной толщины показана возможность учета конечной теплопроводности стенок в граничных условиях. Использование этого подхода позволяет существенно уменьшить вычислительные затраты по сравнению с классическим алгоритмом, учитывающим наличие твердых стенок [17]. В результате математического моделирования ламинарной термогравитационной конвекции в замкнутом кубе с теплопроводным ребром прямоугольного сечения, прикрепленным к вертикальной обогреваемой стенке, установлено, что при наличии ребра, имеющего большой объем, геометрический параметр (отношение ширины ребра к его толщине) не оказывает существенного влияния на термодинамику потока, а интенсивность теплопереноса монотонно возрастает с увеличением длины ребра [18–20]. В случае ребра, имеющего малый объем, интенсивность теплопереноса увеличивается с ростом как геометрического параметра, так и длины ребра. В [19] показано, что при значениях числа Рэлея  $10^5 < Ra < 10^6$  увеличение интенсивности теплопереноса на 20 % возможно при больших значениях относительной теплопроводности и оптимальной длине ребра. Установлено также, что в случае трехмерной модели при  $Ra > 10^6$  интенсивность конвективного теплопереноса выше, чем в случае двумерной модели.

С учетом сказанного выше заметим, что известно небольшое количество работ, содержащих и экспериментальные данные, и результаты численных расчетов, однако именно такой подход является наиболее корректным при моделировании рассматриваемых физических явлений. Поэтому представляет интерес экспериментальное исследование сопряженных процессов конвективного теплопереноса и сравнение полученных данных с результатами численного моделирования, в частности с результатами моделирования свободноконвективных течений вязкой жидкости в областях с теплопроводными стенками и локальными источниками тепловыделения, полученными с помощью пакета программ “Fluent”. В настоящее время возможность использования этого пакета при численном анализе таких процессов полностью не изучена.

Целью данной работы является экспериментальный и численный анализ термогравитационной конвекции в полном параллелепипеде с теплопроводными стенками при наличии на нижней грани локального источника энергии, а также оценка адекватности результатов численного моделирования таких процессов с использованием пакета программ “Fluent”.

**Методика и результаты эксперимента.** Экспериментальные исследования проводились с использованием установки, схема которой приведена на рис. 1. Экспериментальный блок, в котором изучались процессы конвективного теплопереноса, имел вид полого параллелепипеда с размерами  $0,40 \times 0,56 \times 0,40$  м, каждая из граней которого представляла собой пластину толщиной  $5 \cdot 10^{-3}$  м, изготовленную из полиметилметакрилата (плотность  $\rho = 1190$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость  $C = 1467$  Дж/(кг·К), теплопроводность  $\lambda = 0,19$  Вт/(м·К)). Эти пластины являлись стенками замкнутой воздушной полости прямоугольного сечения. Экспериментальный блок находился в помещении с температурой 18 °С.

Воздух нагревался источником энергии, имеющим форму пластины с размерами  $0,08 \times 0,16 \times 0,02$  м и расположенным на нижней горизонтальной стенке экспериментального блока. Нагрев осуществлялся нихромовой спиралью, зачехленной в пластину — нагревательный элемент — и подключенной к автотрансформатору. При изменении напряжения

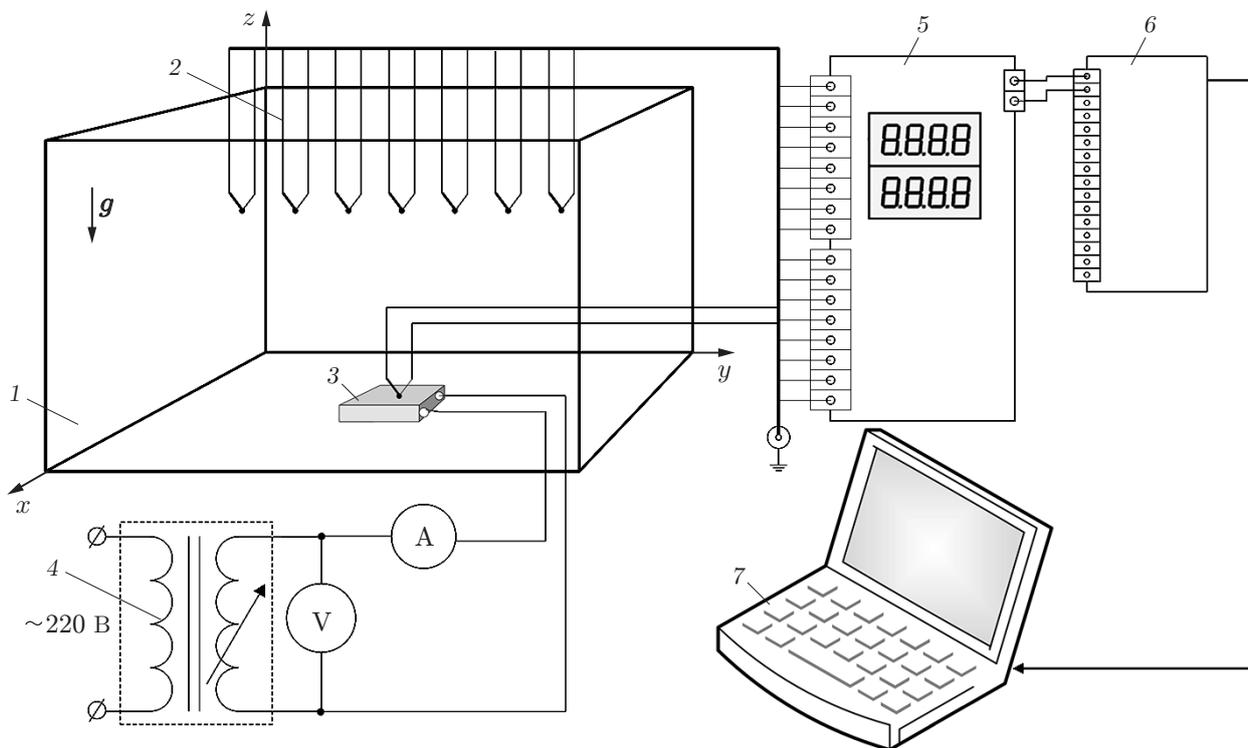


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — экспериментальный блок; 2 — термопары; 3 — нагревательный элемент; 4 — автотрансформатор; 5 — аналого-цифровой преобразователь; 6 — адаптер сети AC-2; 7 — персональный компьютер

на выходе трансформатора изменялась интенсивность нагрева и соответственно температура источника тепловыделения, которая контролировалась в ходе эксперимента.

Измерение температуры проводилось на поверхностях всех стенок и в различных точках пространства внутри экспериментального блока, заполненного воздухом, с использованием градуированных хромель-алюмелевых термопар с диаметром спая 1 мм. Для определения отклонений результатов измерений каждый эксперимент повторялся несколько раз при фиксированных исходных данных и внешних условиях.

Проведены экспериментальные исследования закономерностей теплопереноса при различных режимах конвекции в экспериментальном блоке для следующих значений мощности тепловыделяющего элемента:  $Q_1 = 18,2$  Вт,  $Q_2 = 27,2$  Вт,  $Q_3 = 41,7$  Вт. На рис. 2 показаны распределения температур в центральном сечении вдоль координаты  $y$ , соответствующие режиму естественной конвекции в экспериментальном блоке при наличии источника тепловыделения, расположенного на нижней горизонтальной стенке. Измерения проводились одновременно семью термопарами.

Поскольку в реальных радиоэлектронных устройствах процессы теплопереноса являются нестационарными [1], в выполненных экспериментах моделировались существенно нестационарные режимы изменения температурных полей. Для того чтобы уменьшить относительную погрешность измерения температуры, эксперименты проводились при достаточно больших значениях интенсивности тепловыделения источника.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что характер любого течения в рассматриваемой области существенно зависит от положения источника нагрева. На рис. 2 показаны распределения  $T(y)$ , соответствующие варианту расположения источника

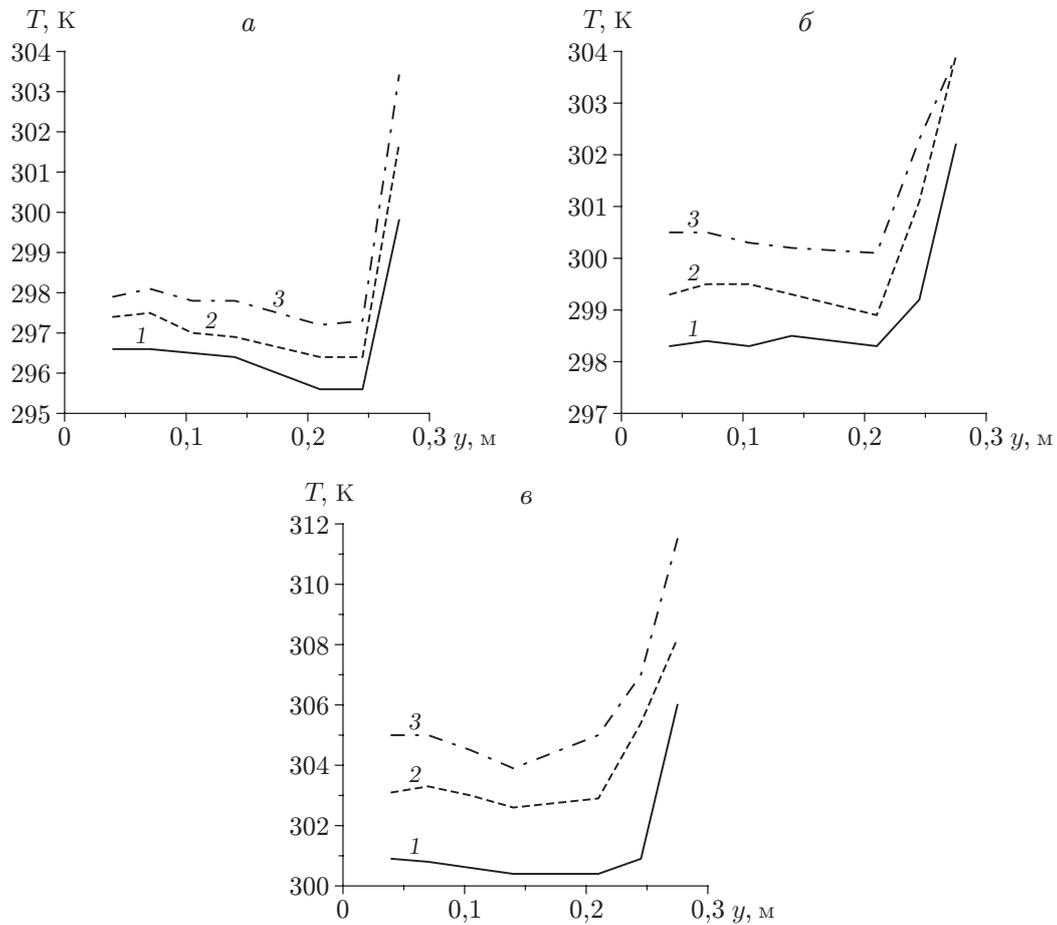


Рис. 2. Профили температуры в центральном сечении рассматриваемой области ( $x = 0,2$  м,  $z = 0,35$  м):  
 а —  $Q = 18,2$  Вт (1 —  $t = 600$  с, 2 —  $t = 1000$  с, 3 —  $t = 1600$  с); б —  $Q = 27,2$  Вт (1 —  $t = 600$  с, 2 —  $t = 800$  с, 3 —  $t = 1200$  с); в —  $Q = 41,7$  Вт (1 —  $t = 400$  с, 2 —  $t = 700$  с, 3 —  $t = 1200$  с)

в центре экспериментального блока. Эксперименты показывают, что в этом случае течение является симметричным по двум координатным направлениям. Поэтому термопары располагались только в области между осью симметрии и одной из вертикальных стенок блока.

На рис. 2,а видно, что профили температуры соответствуют условиям генерации свободноконвективных течений в рассматриваемом режиме. Следует отметить существенную неоднородность температурного поля по координатам  $y$  и  $z$ .

Из рис. 2,б,в следует, что увеличение мощности источника энергии приводит к увеличению температуры не только на оси симметрии, но и вблизи стенок экспериментального блока.

**Численный расчет.** Численные исследования проводились с целью верификации пакета программ “Fluent” 6.3 для класса задач конвективного теплопереноса в замкнутых объемах при наличии локального источника энергии.

В качестве области решения рассматривалась соответствующая экспериментальному блоку область [21], заполненная воздухом, при наличии источника тепловыделения, расположенного на нижней стенке (см. рис. 1).

Процесс переноса тепла в рассматриваемой области описывался с использованием системы нестационарных пространственных уравнений естественной конвекции в воздушной полости в приближении Буссинеска и нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности для твердых стенок. Проведены исследования в ламинарном и турбулентном приближениях. В качестве замыкающих моделей турбулентности использовались стандартная и realizable ( $k-\varepsilon$ )-модели. Безразмерным параметром, характеризующим режим течения, является число Рэлея

$$\text{Ra} = \frac{g\beta L^4 Q}{\nu a \lambda_2 S_{hs}}.$$

Здесь  $a$  — температуропроводность,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $L$  — длина экспериментального блока,  $\text{м}$ ;  $Q$  — мощность источника тепловыделения,  $\text{Вт}$ ;  $S_{hs}$  — площадь тепловыделяющей поверхности источника энергии,  $\text{м}^2$ ;  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения,  $\text{К}^{-1}$ ;  $\lambda_2$  — теплопроводность воздуха,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Начальные условия имеют вид

$$u(x, y, z, 0) = v(x, y, z, 0) = w(x, y, z, 0) = k(x, y, z, 0) = \varepsilon(x, y, z, 0) = 0,$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0 = 292 \text{ К},$$

где  $u, v, w$  — составляющие скорости в проекции на оси  $x, y, z$  соответственно,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $x, y, z$  — декартовы координаты,  $\text{м}$ ;  $k$  — кинетическая энергия турбулентности,  $\text{м}^2/\text{с}^2$ ;  $\varepsilon$  — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности,  $\text{м}^2/\text{с}^3$ ;  $T$  — температура,  $\text{К}$ ;  $T_0$  — начальная температура,  $\text{К}$ .

Кроме того, задаются следующие граничные условия:

— на границе  $z = 0$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0;$$

— на остальных внешних границах

$$-\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \alpha(T^e - T);$$

— на внутренних границах раздела сред

$$u = v = w = 0, \quad T_1 = T_2, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \mathbf{n}} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \mathbf{n}}.$$

Здесь  $\lambda_1$  — теплопроводность материала твердых стенок,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности;  $T^e$  — температура окружающей среды,  $\text{К}$ ;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена с внешней средой,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

Как известно, вблизи стенок местное турбулентное число Рейнольдса является очень малым, поэтому обусловленные вязкостью эффекты преобладают над турбулентными. Одним из наиболее распространенных подходов к моделированию пристенных течений является метод пристенных функций, который позволяет уменьшать вычислительные затраты и учитывать влияние различных факторов, в частности шероховатости, путем введения эмпирических данных [22]. В настоящей работе для корректного описания изменения скорости, кинетической энергии турбулентности, скорости диссипации кинетической энергии турбулентности и температуры вблизи стенок использовался метод пристенных функций [22, 23].

С помощью пакета программ “Fluent” выполнен численный расчет режимов конвективного теплопереноса для всей расчетной области (без использования условия симметрии)

при следующих параметрах задачи:  $\alpha = 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T^e = 291 \text{ К}$ . Внутренняя среда — воздух ( $\rho = 1,225 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $C = 1006,43 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ,  $\lambda = 0,0242 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ,  $\beta = 0,0034 \text{ К}^{-1}$ , динамическая вязкость  $\mu = 1,79 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ), материал стенок — полиметилметакрилат.

На первом этапе для исследования условий сходимости численного метода в построителе сеток “Gambit” были созданы три варианта разностной неравномерной сетки, состоящие из 51 000, 95 607 и 174 400 контрольных объемов. Все сетки сгущались в области расположения тепловыделяющего элемента, что позволяло детализировать картину течения и процесс теплопереноса в этой области. Сгущение сетки осуществлялось путем задания масштабной функции в построителе сеток “Gambit”. С помощью масштабных функций начальный размер ячейки изменялся от 0,002 до 0,010 м, коэффициент роста — от 1,2 до 1,5, а максимальный размер ячейки варьировался от 0,01 до 0,02 м. Созданная масштабная функция использовалась при построении объемной сетки на основе тетраэдров, пирамид и призм. В качестве метода разбиения области применялся подход TGrid, позволяющий строить неструктурированные сетки с помощью универсального алгоритма послойного размещения элементов в объеме. Следует отметить, что созданная сетка с пирамидальными ячейками в программе “Fluent” перестраивалась в сетку с ячейками-многогранниками. Выбор таких сеточных элементов позволяет существенно уменьшить время счета без потери точности. При преобразовании тетраэдральной сетки в полиэдральную количество узлов сетки увеличивается приблизительно в пять раз. Полиэдральная сетка позволяет рассчитывать градиенты параметров с более высокой точностью по сравнению с тетраэдральной за счет того, что на один конечный элемент приходится большее количество узловых точек. Таким образом, вблизи источника энергии формировалось достаточное для детальных расчетов количество узлов.

Созданная область экспортировалась в пакет программ “Fluent”, где воссоздавались все параметры, при которых был проведен эксперимент. Следует отметить, что при проведении эксперимента для выхода температуры источника энергии на режимы, соответствующие заданной мощности, требовалось значительное время. В результате наиболее корректным представляется использование в расчетной модели граничных условий первого рода на поверхности нагревателя, основанных на данных эксперимента. На рис. 3 представлена зависимость температуры на поверхности нагревателя от времени в интервале  $0 \leq t \leq 1200 \text{ с}$  при  $Q = 18,2 \text{ Вт}$ . В пакете программ “Fluent” использовался многочлен, аппроксимирующий эту зависимость:

$$T(t) = 291,12 + 0,16t - 7,36 \cdot 10^{-5}t^2.$$

Следует отметить, что для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнениях движения и энергии использовалась противопоточная схема QUICK, а в уравнениях для турбулентных характеристик — схема третьего порядка MUSCL. При дискретизации уравнения Пуассона для давления использовалась схема PRESTO. Поля скорости и давления определялись совместно на основе алгоритма SIMPLEC.

На рис. 4 приведены профили температуры, полученные в эксперименте и в ходе расчетов с использованием realizable ( $k-\varepsilon$ )-модели турбулентности на различных сетках при  $Ra = 8,92 \cdot 10^{10}$ .

Представленные распределения подтверждают сеточную сходимость при использовании realizable ( $k-\varepsilon$ )-модели турбулентности. Для оптимизации точности вычислений и времени расчета для дальнейшего анализа была выбрана разностная сетка, состоящая из 95 607 контрольных объемов (относительное отклонение от экспериментальных данных составляет менее 0,5 %).

Известно, что realizable ( $k-\varepsilon$ )-модель турбулентности [24] целесообразно использовать при решении задач о внутренних течениях (в замкнутых объемах) при умеренных турбулентных числах Рэлея. Основным отличием этой модели от стандартной ( $k-\varepsilon$ )-модели

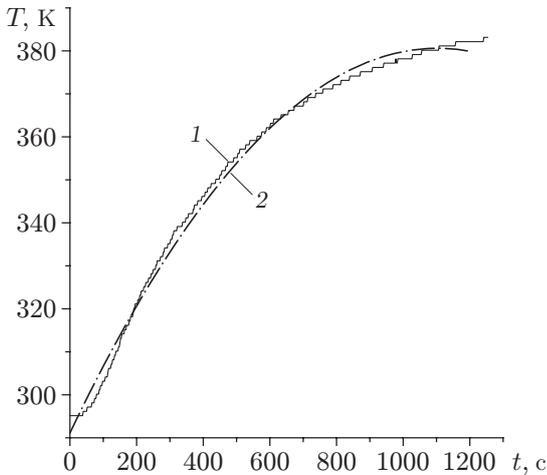


Рис. 3

Рис. 3. Экспериментальная зависимость температуры на поверхности источника энергии от времени (1) и ее аппроксимация, используемая в пакете программ “Fluent” (2)

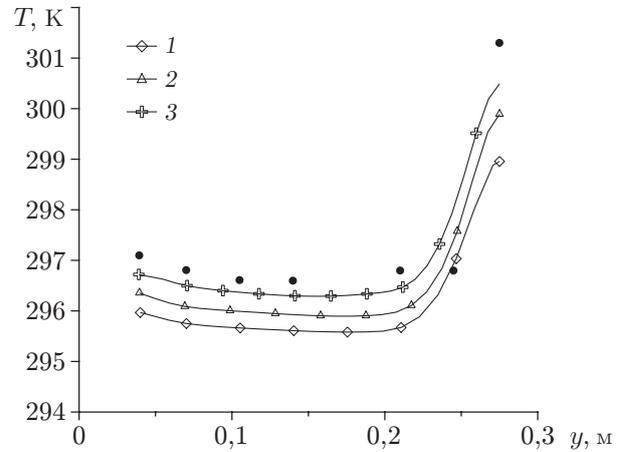


Рис. 4

Рис. 4. Распределения температуры по координате  $y$  при  $z = 0,3$  м,  $x = 0,2$  м,  $t = 600$  с и различных параметрах сетки:

линии — результаты расчетов (1 — 51 000 ячеек, 2 — 95 607 ячеек, 3 — 174 400 ячеек); точки — экспериментальные данные

является новая формулировка уравнений для определения скорости диссипации кинетической энергии турбулентности и коэффициента турбулентной вязкости, что позволяет более точно описать режимы конвективного теплопереноса в замкнутых объемах с использованием пристенных функций.

На рис. 5, 6 приведены экспериментальные и расчетные (полученные с использованием различных моделей течения вязкой жидкости) значения локальных температур. Видно, что данные расчета и эксперимента хорошо согласуются (относительное отклонение от экспериментальных данных составляет менее 0,5 %). С учетом неизбежных случайных и систематических погрешностей измерений температуры можно считать, что максимальные отклонения результатов расчетов от экспериментальных данных, равные 2 К, свидетельствуют об адекватности моделей и алгоритмов пакета “Fluent” реальным процессам естественной конвекции при наличии теплоотвода по внешнему контуру и локального тепловыделения. Заметим, что значения температуры, вычисленные с использованием существенно различающихся моделей течения вязкой жидкости (воздуха), хорошо согласуются (см. рис. 5).

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что в случае турбулентных режимов течения с относительно небольшими значениями числа Рэлея  $Ra < 10^{11}$  учет турбулизации практически не оказывает влияния на результаты численного моделирования процесса теплопереноса в условиях сопряженной естественной конвекции. При этом экспериментальные и расчетные значения локальных температур в любой точке хорошо согласуются. Следовательно, в рассмотренном диапазоне значений  $Ra$  применение ламинарного приближения при анализе сопряженной естественной конвекции является обоснованным. Возможно, определенная “ламинаризация” течения обусловлена наличием теплоотвода на внешних границах области решения. Поток тепла от источника вызывает турбулизацию течения, теплоотвод — ламинаризацию (см. рис. 5).

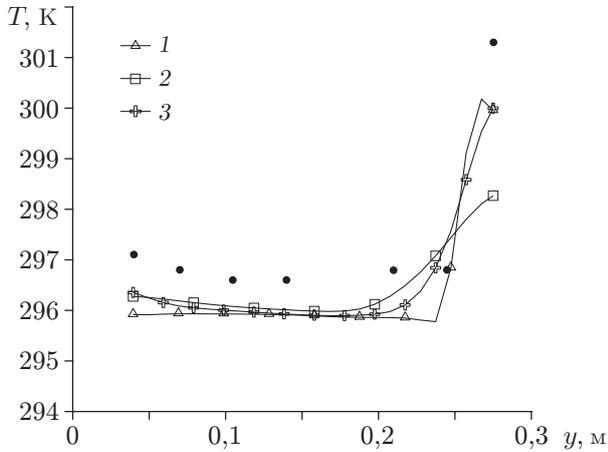


Рис. 5

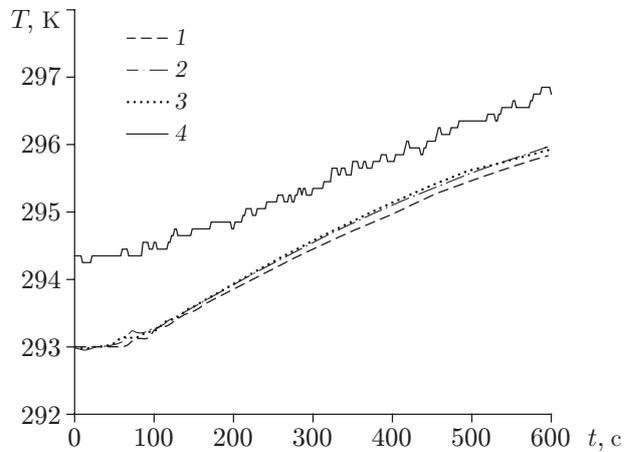


Рис. 6

Рис. 5. Распределения температуры по координате  $y$  в сечении  $z = 0,3$  м,  $x = 0,2$  м, полученные с использованием различных моделей течения вязкой жидкости при  $t = 600$  с:

линии — результаты расчетов (1 — ламинарное приближение, 2 —  $(k-\epsilon)$ -модель, 3 — realizable  $(k-\epsilon)$ -модель); точки — экспериментальные данные

Рис. 6. Зависимость температуры от времени в точке  $z = 0,3$  м,  $x = 0,2$  м,  $y = 0,14$  м:

1-3 — результаты расчетов (1 — ламинарное приближение, 2 —  $(k-\epsilon)$ -модель, 3 — realizable  $(k-\epsilon)$ -модель); 4 — экспериментальные данные

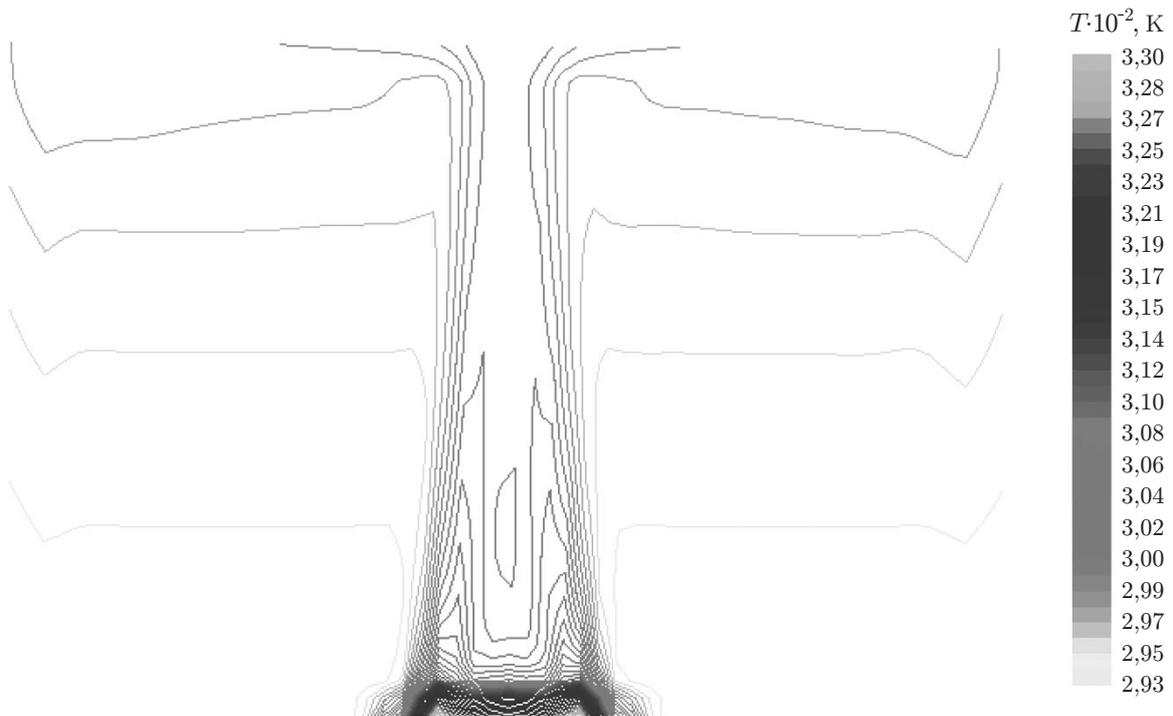


Рис. 7. Профили температуры в сечении  $x = 0,2$  м при  $t = 600$  с

На рис. 6 приведена осциллограмма показаний соответствующей термопары. Видно, что характер зависимости  $T(t)$  соответствует характеру расчетных зависимостей. Экспериментальная кривая  $T(t)$  приведена без сглаживания, что позволяет оценить случайные погрешности измерений в условиях турбулентной (по критерию Ra) естественной конвекции воздуха в замкнутом объеме при наличии локального источника энергии. Видно, что во всем интервале изменения времени отклонения от гладкой монотонной зависимости  $T(t)$  не превышают  $\pm 0,3$  К.

На рис. 7 представлены характерные изотермы в сечении  $x = 0,2$  м при  $t = 600$  с. Анализ этих изотерм показывает, что над источником энергии формируется устойчивый температурный “факел”, в котором наблюдается интенсивный перенос теплоты. При этом в большей части рассматриваемого объема теплоперенос происходит за счет теплопроводности, что обусловлено малыми скоростями движения газа в этой части объема.

Численный анализ проведен также для ряда других режимов течения воздуха в рассматриваемом объеме (при большом тепловыделении источника). Отклонения вычисленных значений температур от экспериментальных данных не превышали  $2 \div 3$  К во всех точках области, в которых проводилось сравнение. Такие отклонения можно считать приемлемыми, учитывая определенную инерционность термопар и небольшие систематические погрешности измерений и регистрации.

**Заключение.** Проведенное исследование позволяет сделать вывод как о достоверности результатов экспериментов в рассматриваемом диапазоне значений основных параметров, так и о возможности моделирования рассматриваемых течений с помощью пакета программ “Fluent”.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Jaluria Y.** Design and optimization of thermal systems. Boca Raton: CRC Press, 2008.
2. **Абрамов А. Г., Смирнов Е. М.** Численное моделирование турбулентной свободной конвекции паровоздушной среды в замкнутой полости при наличии пленочной конденсации на центральной вертикальной трубке // Тр. 5-й Рос. нац. конф. по теплообмену, Москва, 25–29 окт. 2010 г. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 2010. С. 33–36.
3. **Горбунов А. А., Никитин С. А., Полежаев В. И.** Об условиях возникновения конвекции Рэлея — Бенара и теплообмене в околоскритической среде // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 5. С. 19–36.
4. **Бердников В. С.** Гидродинамика и теплообмен при вытягивании кристаллов из расплавов.  
1. Экспериментальные исследования режима свободной конвекции // Изв. вузов. Материалы электронной техники. 2007. № 4. С. 19–27.
5. **Бердников В. С.** Гидродинамика и теплообмен при вытягивании кристаллов из расплавов.  
2. Численные исследования режима свободной конвекции // Изв. вузов. Материалы электронной техники. 2008. № 3. С. 4–17.
6. **Бердников В. С., Винокуров В. А., Винокуров В. В., Гапонов В. А.** Влияние режимов конвективного теплообмена на форму фронта кристаллизации в системе тигель — расплав — кристалл в методе Чохральского // Тепловые процессы в технике. 2011. Т. 3, № 4. С. 177–186.
7. **Terekhov V. I., Terekhov V. V.** Heat-transfer in a high vertical enclosure with multiple fins attached to the wall // Intern. J. Enhanced Heat Transfer. 2008. V. 15, N 4. P. 302–312.
8. **Терехов В. И., Экаид А. Л.** Трехмерная ламинарная конвекция внутри параллелепипеда с нагревом боковых стенок // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 6. С. 905–911.
9. **Corvaro F., Paroncini M.** An experimental study of natural convection in a differentially heated cavity through a 2D-PIV system // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 355–365.

10. **Calcagni B., Marsili F., Paroncini M.** Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below // *Appl. Therm. Engng.* 2005. V. 25. P. 2522–2531.
11. **Ермолаев И. А., Жбанов А. И., Кошелев В. С.** Моделирование естественной термогравитационной конвекции в горизонтальных каналах с сечением нерегулярной формы // *Инж.-физ. журн.* 2003. Т. 76, № 4. С. 134–137.
12. **Kuznetsov G. V., Sheremet M. A.** Conjugate natural convection with radiation in an enclosure // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52, N 9/10. P. 2215–2223.
13. **Kuznetsov G. V., Sheremet M. A.** A numerical simulation of double-diffusive conjugate natural convection in an enclosure // *Intern. J. Therm. Sci.* 2011. V. 50. P. 1878–1886.
14. **Heindel T. J., Ramadhyani S., Incropera F. P.** Conjugate natural convection from an array of discrete heat sources. 1. Two- and three-dimensional model validation // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 1995. V. 16. P. 501–510.
15. **Ha M. Y., Jung M. J.** A numerical study on three-dimensional conjugate heat transfer of natural convection and conduction in a differently heated cubic enclosure with a heat-generating cubic conducting body // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2000. V. 43. P. 4229–4248.
16. **Fusegi T., Hyun J. M., Kuwahara K.** Three-dimensional natural convection in a cubical enclosure with walls of finite conductance // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1993. V. 36. P. 1993–1997.
17. **Шеремет М. А.** Пространственные режимы сопряженной естественной конвекции в замкнутом кубе // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика.* 2012. № 1. С. 119–126.
18. **da Silva A. K., Gosselin L.** On the thermal performance of an internally finned three-dimensional cubic enclosure in natural convection // *Intern. J. Therm. Sci.* 2005. V. 44. P. 540–546.
19. **Frederick R. L., Moraga S. G.** Three-dimensional natural convection in finned cubical enclosures // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 2007. V. 28. P. 289–298.
20. **Frederick R. L.** Heat transfer enhancement in cubical enclosures with vertical fins // *Appl. Therm. Engng.* 2007. V. 27. P. 1585–1592.
21. **Кузнецов Г. В., Шеремет М. А.** О возможности регулирования тепловых режимов типичного элемента радиоэлектронной аппаратуры или электронной техники с локальным источником тепла за счет естественной конвекции // *Микроэлектроника.* 2010. Т. 39, № 6. С. 452–467.
22. **Белов И. А.** Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости / И. А. Белов, С. А. Исаев, В. А. Коробков. Л.: Судостроение, 1989.
23. **Белов И. А.** Моделирование турбулентных течений / И. А. Белов, С. А. Исаев. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2001.
24. **Shih T. H., Liou W. W., Shabbir A., et al.** A new  $k-\varepsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows // *Comput. Fluids.* 1995. V. 24. P. 227–238.

*Поступила в редакцию 23/VIII 2011 г.,  
в окончательном варианте — 8/II 2013 г.*