

УДК 66.011

Внешняя и внутренняя задачи моделирования коэффициентов тепло- и массоотдачи при движении частиц в жидкостях

А.Г. Лаптев, Е.А. Лаптева

Казанский государственный энергетический университет

E-mail: tvt_kgeu@mail.ru

Рассмотрен подход к определению коэффициентов тепло- и массоотдачи от дисперсных частиц путем развития гидродинамической аналогии. Получены уравнения для расчета коэффициентов тепло- и массоотдачи в сплошной фазе при ламинарном режиме обтекания твердых частиц, а также коэффициентов массоотдачи в каплях. Приведено сравнение с экспериментальными данными различных авторов.

Ключевые слова: тепломассоотдача, дисперсная фаза, аналогия переноса, капля, экстракция.

Введение

В большинстве колонных аппаратов и другом оборудовании процессы тепло- и массообмена происходят с участием дисперсной фазы (при наличии твердых частиц, капель и пузырей). Для расчета эффективности таких процессов необходимо вычисление коэффициентов массоотдачи в сплошной и дисперсной фазах, и далее — коэффициентов массопередачи. Значения этих коэффициентов используются независимо от применяемых подходов — аналитических, приближенных или численных. Поэтому развитие математических моделей тепло- и массоотдачи в двухфазных средах является важным и актуальным направлением в научных исследованиях для различных отраслей промышленности.

В настоящее время практически все подходы к моделированию явлений переноса в двухфазных средах являются приближенными. В первую очередь они связаны с решением нелинейных систем дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса [1, 2], а также с применением различных моделей пограничного слоя и гидродинамической аналогии [3–5].

Целью настоящей работы является получение в рамках единого подхода уравнений для расчета коэффициентов тепло- и массоотдачи в сплошной фазе при движении твердых частиц и в дисперсной фазе в сферических каплях с внутренним циркуляционным движением, а также сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Постановка задачи

В процессах массо- и теплообмена в дисперсных потоках можно выделить следующие стадии: перенос вещества в период образования капель или пузырей, свободное движение элементов дисперсной фазы в рабочей зоне аппарата, процесс коалесценции.

В ряде случаев перенос вещества в период образования и отрыва пузырей и капель может достигать 50–90 % от общей перенесенной массы [6–10], и тогда математическое моделирование «входного эффекта» имеет большое значение. Однако во многих случаях размеры промышленного аппарата и скорость движения фаз таковы, что, например, в условиях экстракции основная доля вещества извлекается за время свободного движения капель. Тогда с незначительной погрешностью влиянием «входных эффектов» можно пренебречь. Влияние «входных участков» на тепломассообмен необходимо учитывать только при интенсивных режимах, например, в развитом барботажном слое [4].

При рассмотрении массоотдачи от дисперсных частиц при их свободном движении исследователями [6–9] отмечается неравномерность вклада лобовой и кормовой областей частиц в общий диффузионный поток. Локальные значения коэффициентов массоотдачи изменяются по поверхности в несколько раз, являясь максимальными в точке набегания потока ($\varphi = 0^\circ$) и минимальными в экваториальной плоскости. Установлено [8], что вблизи кормовой части сферической частицы локальный коэффициент массоотдачи примерно в четыре раза меньше, чем в точке набегания потока, а при угле $\varphi \approx 90^\circ$ он принимает еще меньшие значения.

Исследования локальной массоотдачи в системе «жидкость–жидкость» методом голографической интерферометрии [10] показали, что до 70–80 % вещества переносится через лобовую поверхность капли. Значения коэффициентов массоотдачи, имеющие локальный максимум в области $\varphi = 0^\circ$, с увеличением φ понижаются, достигая минимума при $\varphi \approx 90\text{--}120^\circ$. Данные интерферограмм показывают пересечение линий равных концентраций в этой области, что свидетельствует об отрыве пограничного слоя. За точкой отрыва происходит увеличение значений коэффициентов массоотдачи и их пульсаций относительно некоторой средней величины. С возрастанием скорости движения капли область отрыва пограничного слоя все сильнее смещается в сторону, обратную точке набегания потока, и за дисперсной частицей образуется зона гидродинамического следа с внутренним вихревым движением жидкости. Вследствие этого вклад кормовой части капли в массообмен возрастает. Поэтому, если при ламинарном обтекании частиц массоотдачу можно рассматривать без учета турбулентности в кормовой части, то в области изменения числа Рейнольдса Re от 200 и выше (для капель) и $Re > 1000$ (для твердых частиц) учет массоотдачи от кормовой части и следа существенен [5].

Известно, что процесс массоотдачи от пузырей и капель имеет в основном нестационарный характер. Однако, как показано в работе [3], нестационарный массообмен при $t \rightarrow \infty$ хорошо описывается уравнениями, полученными на основе стационарных моделей, и максимальная погрешность в расчетах составляет около 1 %.

Рассмотрим подход к определению коэффициентов тепло- и массоотдачи путем развития гидродинамической аналогии для течения с продольным градиентом давления и его возмущениями [11–13]. Гидродинамическая аналогия Рейнольдса и Чилтона–Кольборна справедлива для потоков при отсутствии продольного градиента давления, что ограничивает область ее применения. Например, в шероховатых каналах, трубах с кольцевыми накатками и насадочных слоях коэффициент гидравлического сопротивления ξ возрастает в большей степени, чем характеристики теплообмена [14–17], и применение классической аналогии Чилтона–Кольборна на основе известной связи $C_f = \xi/4$ дает значительную погрешность.

В работах [18–20] рассматривалась модифицированная аналогия Рейнольдса для внутренних пограничных слоев, развивающихся после отрыва и присоединения потока за малыми препятствиями на стенках каналов. Для этого использовалось выражение аналогии в виде $St = K(C_f/2)$, где коэффициент K показывает степень различия в интенсивности переноса импульса и теплоты в отрывном потоке.

В прикладной аэрогазодинамике [21, 22] получил применение метод «эффективной длины». В этом случае влияние градиента давления учитывается соответствующим подбором эффективной длины обтекаемого тела при условии равенства толщины потери энергии пограничного слоя. При известной эффективной длине характеристики пограничного слоя рассчитываются с помощью соответствующих формул для пластины. Следовательно, чтобы применить аналогию Чилтона–Кольборна, воспользуемся свойствами консервативности законов трения к различным возмущениям. Для этого при известном касательном напряжении на поверхности тела определим параметры градиентного потока и приведем их к плоскому пограничному слою без гидродинамических возмущений [11–13].

Предположим, что средний поток импульса на поверхности тела известен. Тогда в приближении плоского ламинарного пограничного слоя запишем [23]

$$\tau = \nu \rho \frac{du}{dy} = \nu \rho \frac{3}{2} \cdot \frac{\bar{U}_\infty}{\delta}, \quad (1)$$

где $\delta = \frac{4,64}{l} \int_0^l \sqrt{\frac{\nu x}{\bar{U}_\infty}} dx = 3,09 \sqrt{\frac{\nu l}{\bar{U}_\infty}}$. Из полученных выражений найдем осредненную скорость \bar{U}_∞ , приведенную к плоскому безградиентному пограничному слою:

$$\bar{U}_\infty = 1,62 (\tau/\rho)^{2/3} (l/\nu)^{1/3}. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае эквивалентными параметрами градиентного и безградиентного потоков являются касательное напряжение τ и размер тела, а влияние градиента давления учитывается путем расчета эффективной скорости \bar{U}_∞ на основе известного коэффициента трения плоской поверхности [11–13]. Представленный подход рассмотрен на примерах теплоотдачи при движении газожидкостных смесей в тубках, в аппарате с мешалкой, тепло- и массоотдачи в зернистых и насадочных слоях [11, 12], а также для теплоотдачи в каналах с шероховатой стенкой и массоотдачи в каналах со стекающей пленкой [13]. Результаты получены с применением гидродинамической аналогии в форме уравнений Чилтона–Кольборна:

$$\beta = \frac{\tau}{\rho \bar{U}_\infty \text{Sc}^{2/3}}, \quad \alpha = \frac{c_p \tau}{\bar{U}_\infty \text{Pr}^{2/3}}. \quad (3)$$

Используя выражение (2) запишем формулы для средних коэффициентов массо- и теплоотдачи:

$$\beta = 0,62 \left(\frac{\tau \nu}{\rho l} \right)^{1/3} \text{Sc}^{-2/3}, \quad \alpha = 0,62 \rho c_p \left(\frac{\tau \nu}{\rho l} \right)^{1/3} \text{Pr}^{-2/3}. \quad (4)$$

Параметры модели

Рассмотрим обтекание одиночной твердой дисперсной частицы ламинарным потоком. Так как $\delta \ll R$, где δ — толщина пограничного слоя, м, R — радиус частицы, м, будем рассматривать модель плоского пограничного слоя. Среднее касательное напряжение (поток импульса τ) при безотрывном обтекании частиц найдем из уравнения баланса сил

$$\Delta P \pi R^2 = \tau 4 \pi R^2, \quad (5)$$

где $\Delta P = \xi \rho V_\infty^2 / 2$ — перепад давления при движении частицы, Па. Отсюда

$$\tau = \rho V_\infty^2 \xi / 8. \quad (6)$$

Для расчета коэффициента сопротивления в литературе известны различные зависимости вида $\xi = f(\text{Re})$ [2, 3, 5], например, наиболее распространенная формула, $\xi = 24/\text{Re} + 4/\sqrt{\text{Re}} + 0,4$. Для твердой сферы уже при $\text{Re} \approx 20$ происходит отрыв пограничного слоя с образованием возвратно-вихревых течений в кормовой части и поэтому уравнение (6) является приближенным.

Следующий подход заключается в использовании средней скорости диссипируемой энергии при движении частиц в объеме пограничного слоя и вихревого следа. В общем виде среднее касательное напряжение записывается [24] как

$$\tau = \chi^2 \rho_c (\varepsilon \nu_c)^{1/2}, \quad (7)$$

где ε — средняя объемная скорость диссипации энергии, $\text{м}^2/\text{с}^3$; ν_c — кинематический коэффициент вязкости среды, $\text{м}^2/\text{с}$; χ — эмпирический коэффициент. Среднюю скорость диссипации энергии представим в виде

$$\varepsilon = \frac{\Delta P S V_\infty}{\rho_c V_c} = \xi \frac{4\pi R^2 V_\infty^3}{2V_c}, \quad (8)$$

здесь V_c , м^3 — объем сплошной среды, где в основном диссипирует энергия при движении частиц. Из (4) и (8) получим

$$\tau = \chi^2 \rho_c \left(\xi \frac{\nu_c \pi R^2 V_\infty^3}{2V_c} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где коэффициент пропорциональности примерно равен $\chi = 2$ [24]. Энергия при движении частицы диссипирует в пограничном слое, который образуется на поверхности частицы, а так же в вихревом следе. Зона с замкнутыми линиями тока — вихревая зона за твердой сферой образуется при $\text{Re}_{\text{отр}} \approx 20$. На рис. 1 показана зависимость длины вихревого следа S от числа Re [25].

Представляя объем вихревого следа в виде полуэллипсоида вращения, в центр которого вписана сферическая дисперсная частица, запишем

$$V_{\text{сл}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{S}{2R}. \quad (10)$$

Кривую, представленную на рис. 1, также можно аппроксимировать функцией вида

$$\frac{S}{2R} = -0,39 + 0,022 \text{Re} - 0,00011 \text{Re}^2 + 1,86 \cdot 10^{-7} \text{Re}^3, \quad (11)$$

при $20 \leq \text{Re} \leq 200$.

Используя зависимость, приведенную на рис. 1, можно приближенно найти объем следа $V_{\text{сл}}$, образующегося за каплей, предположив, что характер зависимости длины следа от числа Рейнольдса сохранится с тем условием, что след образуется при $\text{Re}_{\text{отр}} \approx 200\text{--}300$.

При этом используется следующее выражение для пересчета числа Рейнольдса:

$$\text{Re} = \text{Re}_c \left(\text{Re}_{\text{отр.сф}} / \text{Re}_{\text{отр.к}} \right). \quad (12)$$

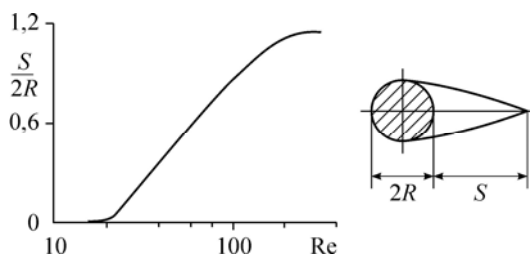


Рис. 1. Зависимость длины вихревого следа ($S/(2R)$) от числа Рейнольдса для твердой сферы [25].

Расчеты среднего касательного напряжения на поверхности частицы по формулам (6) и (9) показывают их удовлетворительное согласование в диапазоне $10 < Re < 1000$, поэтому для практических расчетов можно использовать более простое выражение (6).

Коэффициенты тепло- и массоотдачи

Из уравнений (4), (6) получим

$$\beta = 0,62 \left[\frac{\xi V_{\infty}^2 \nu}{8l} \right]^{1/3} Sc^{-2/3}, \quad (13)$$

$$\alpha = 0,62 \rho c_p \left[\frac{\xi V_{\infty}^2 \nu}{8l} \right]^{1/3} Pr^{-2/3}, \quad (14)$$

где длина пути жидкости для сферической частицы $l = \pi R$.

Тогда уравнение для расчета коэффициента массоотдачи получит вид

$$\beta = 0,62 \left(\frac{\xi V_{\infty}^2 D^2}{4\pi \nu d} \right)^{1/3}, \quad (15)$$

где D — коэффициент диффузии, m^2/c ; d — диаметр частицы, м. Аналогично записывается выражение и для коэффициента теплоотдачи.

Выражения (13), (14) можно переписать в безразмерной форме с учетом того, что в теории тепломассообмена при $Re = 0$ число Нуссельта $Nu = 2$. Тогда имеем:

$$Nu = 2 + 0,62 Re^{2/3} \left[\xi/8 \right]^{1/3} Pr^{1/3}, \quad (16)$$

$$Sh = 2 + 0,62 Re^{2/3} \left[\xi/8 \right]^{1/3} Sc^{1/3}. \quad (17)$$

На рис. 2 представлено сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными, обобщенными в работе [26] для теплоотдачи от твердых частиц. На рис. 3 приведено сравнение расчетов по формуле (17) с известным выражением $Sh = 2 + 0,7 Re^{0,5} Sc^{0,33}$.

Как видно из сравнения расчетных и опытных (рис. 2, 3) коэффициентов тепло- и массоотдачи, наблюдается удовлетворительное согласование их значений даже при отно-

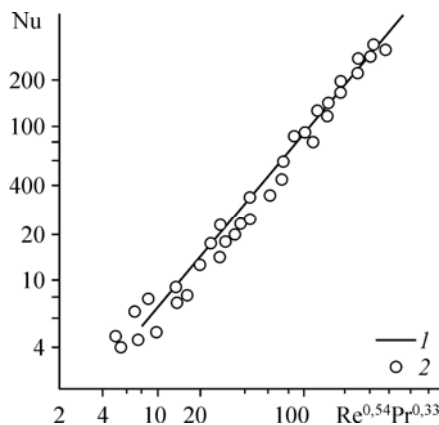


Рис. 2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по теплоотдаче от дисперсных частиц.

1 — расчет по выражению (16),
2 — данные работы [26].

сительно больших числах Рейнольдса (до 10^3). Возможно, это достигается за счет того, что, как было отмечено выше, основной вклад в процесс

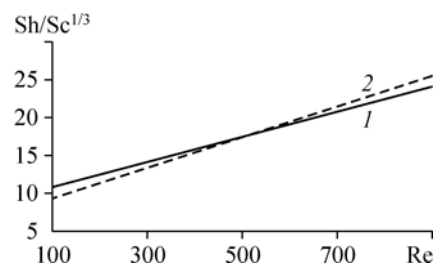


Рис. 3. Зависимость безразмерного комплекса от числа Рейнольдса при массоотдаче от дисперсного элемента.

1 — расчет по уравнению (17), 2 — расчет по эмпирическому выражению [5].

тепло- и массоотдачи вносит лобовая поверхность частицы, и влияние вихревого следа в данных условиях незначительно. Выражения (16), (17) проверены в интервале $10 < Re < 10^3$.

Следует отметить, что рассмотренное в данном разделе обобщение гидродинамической аналогии на градиентные потоки дает удовлетворительные результаты не только в случае обтекания дисперсных частиц, но также и при теплоотдаче в каналах с кольцевыми накатками, теплоотдаче при движении газожидкостных смесей в трубах, массо- и теплоотдаче в насадочных и зернистых слоях, теплоотдаче поперечно-обтекаемых труб, теплоотдаче в аппаратах с мешалками и в градирнях [11–13].

Безвихревое циркуляционное движение в капле

Далее будем рассматривать применение выражения (4) для расчета коэффициента массоотдачи в капле.

Как известно, массоотдача внутри капли представляет собой достаточно сложное явление, при котором о стационарности или нестационарности процессов переноса у исследователей нет однозначного мнения [2, 5, 27–29]. Обычно считается, что в период каплеобразования и в начальный момент времени движения капля массоотдача существенно нестационарна, а при установившемся движении она носит квазистационарный характер до стадии полного перемешивания в капле.

Установлено [30, 31], что при $Fo \ll Re^{0,5} \pi/12$ (Fo — безразмерное время или число Фурье, Re — число Пекле) основное сопротивление массоотдачи внутри капли сосредоточено в пограничном слое.

Используем полученное выше уравнение для β (4) для расчета коэффициента массоотдачи в капле сферической формы с внутренним циркуляционным движением ($Re \leq 200$). Эффективная толщина диффузионного слоя δ_D в капле увеличивается с течением времени по закону [31]

$$\delta_D = \varphi \sqrt{D_D t}, \quad (18)$$

где φ — численный коэффициент порядка единицы, D_D — коэффициент молекулярной диффузии, m^2/c , t — время, с. Тогда коэффициент массоотдачи $\beta_D(t)$ будет равен

$$\beta_D(t) = \frac{D_D}{\delta_D} = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\frac{D_D}{t}}. \quad (19)$$

Если $Re^* Fo \geq 3$ [5], процесс массоотдачи в капле стационарен, т.е. должно выполняться условие

$$t \geq 12(1 + \mu^*) d / V_\infty, \quad (20)$$

где $Re^* = Re / (4(1 + \mu^*))$ — модифицированный критерий Пекле. В этом случае под стационарностью подразумевается автомодельность коэффициента массоотдачи по времени движения капли [3, 5, 32]. Например, в работе [33] для газовых пузырей отмечено: «...если процесс определяется газовой фазой, то диффузионный пограничный слой нарастает внутри пузыря (рис. 4). Конечно, с некоторого времени средняя концентрация внутри пузыря или капли начнет заметно изменяться, но во многих случаях можно рассчитывать процесс с приемлемой для практических целей точностью в рамках стационарной модели». Тогда коэффициент массоотдачи в капле при стационарном режиме можно найти по уравнению (4):

$$\beta_D = 0,62 \left(\frac{2\tau_D V_D}{\rho_D \pi d} \right)^{1/3} Sc_D^{-((n-1)/n)}, \quad (21)$$

Рис. 4. Схема внутренней задачи моделирования массоотдачи в капле.

где $n = 2$ для капле $\mu^* \leq 1$ и без наличия в системе поверхностно-активных веществ; $n = 3$ при $\mu^* > 3$ и возможном присутствии поверхностно-активных веществ.

На межфазной поверхности капли при незначительном градиенте поверхностного натяжения выполняется баланс потока импульса: $\tau_D = \tau_c$, где τ_c можно вычислить по соотношению (6).

При соотношении $Re^* \cdot Fo = 3$ коэффициенты массоотдачи (19) и (21) должны быть равны. Из этого условия найдем

$$\varphi = 1,61 \left(\frac{V_\infty}{3(1+\mu^*)} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi\rho_D}{2\tau_D} \right)^{1/3} \left(\frac{v_D}{d} \right)^{1/6}. \quad (22)$$

Тогда средний за время t коэффициент массоотдачи можно вычислить по уравнению

$$\bar{\beta}_D = \frac{1}{t} \int_0^{t_k} \beta_D(t) dt = 1,25 \left(\frac{3D_D(1+\mu^*)}{t_k V_\infty} \right)^{1/2} \left(\frac{2\tau_D}{\pi\rho_D} \right)^{1/3} \left(\frac{d}{v_D} \right)^{1/6}. \quad (23)$$

Коэффициенты массоотдачи в дисперсной фазе, рассчитанные в стационарном режиме по уравнению (21), сравнивались с экспериментальными данными [28] (рис. 5). Эксперименты проводились в колоннах диаметром $D_a = 100$ мм, с высотой рабочей части, равной 1060, 640, 450 и 80 мм.

Уравнение (23) получено с учетом нестационарности массоотдачи в капле и проверялось путем сравнения с экспериментальными данными [34], полученными при экстракции в распылительной колонне диаметром $D_a = 45$ мм, высотой $H = 650$ мм систем «вода (спл. ф.)–уксусная кислота–бензол» (рис. 6).

При $Re > (200-300)$ расчет по уравнению (21) дает меньшее значение коэффициента массоотдачи по сравнению с опытными данными. Это можно объяснить тем, что с увеличением числа Рейнольдса процесс массоотдачи интенсифицируется все в большей степени подвижной межфазной поверхностью за счет осцилляции капли и волнообразования. В капле развивается турбулентность, что не учитывается в выражении (21).

Преимущество рассмотренного подхода и полученных выражений для расчета коэффициентов тепло- и массоотдачи заключается в возможности учитывать изменение гидродинамических условий при движении капель за счет касательного напряжения на межфазной поверхности. Например, в турбулентном несущем потоке касательное напряжение на поверхности повышается, что сказывается на коэффициентах массоотдачи в каплях. Учет влияния внешней турбулентности на коэффициент массоотдачи от капель показан в работе [35] (турбулентный

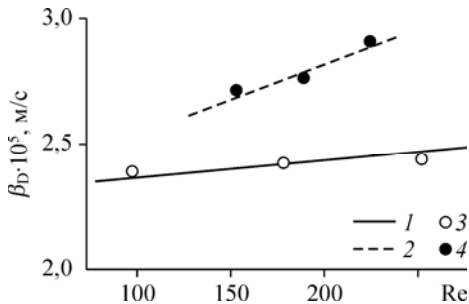
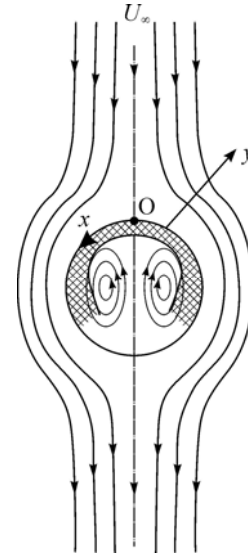


Рис. 5. Зависимость коэффициента массоотдачи от числа Рейнольдса капли при экстракции различных систем.

1, 2 — расчет по формуле (21), 3, 4 — эксперимент [28];
1, 3 — гептиловый спирт–соляная кислота–вода (спл. ф.),
2, 4 — гептиловый спирт + 0,15 NHCl–соляная кислота–вода (спл. ф.).

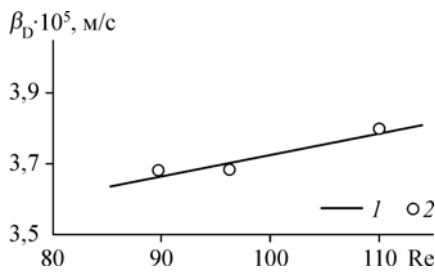


Рис. 6. Зависимость коэффициента массоотдачи от числа Рейнольдса капли.

1 — расчет по формуле (23), 2 — эксперимент [34].

прямоток в канале с элементами интенсификации и в аппарате с механическим перемешиванием). Установлено повышение коэффициентов массоотдачи в сплошной фазе в 1,3–2 раза по сравнению со свободным гравитационным дви-

жением капель в практически неподвижной жидкости.

Рассмотрим аналогичным образом влияние внешней турбулентности потока на коэффициент массоотдачи в дисперсной фазе (в капле) с применением выражения (21). Согласно правилу аддитивности среднее касательное напряжение на поверхности капли будет равно $\bar{\tau} = \tau + \tau_T$, где τ — касательное напряжение при свободном движении капли (6) и τ_T — напряжение, вызванное турбулентными пульсациями внешнего потока. Значение τ_T находится с использованием средней объемной скорости диссипации энергии, выраженной через перепад давления в канале [24, 35]

$$\bar{\tau} = 4\rho \left(\frac{\bar{\varepsilon}V}{\rho} \right)^{1/2} = 4\rho \left(\frac{\Delta P w_{cp} V}{\rho H} \right)^{1/2}.$$

Расчеты коэффициентов массоотдачи показывают, что если в канале с мелкой хаотичной насадкой при турбулентном режиме коэффициент массоотдачи в сплошной фазе повышается примерно в два раза [35], то в дисперсной — в 1,5–1,6 раза по сравнению с движением капли в неподвижной жидкости.

Выводы

На основе развития гидродинамической аналогии для потоков с различными возмущениями получены выражения для расчета средних коэффициентов тепло- массоотдачи в сплошной фазе при движении твердых частиц и продемонстрировано согласование с экспериментальными данными. Показано применение данной модели для расчета коэффициентов массоотдачи в сферических каплях при экстракции. Получено удовлетворительное согласование результатов расчетов средних коэффициентов массоотдачи как при стационарном, так и нестационарном режимах. Кроме этого показана возможность вычисления коэффициентов массоотдачи в капле в условиях внешней турбулентности (при прямотоке в канале с нерегулярной насадкой). Полученные выражения могут использоваться при проектировании экстрактов и других аппаратов как при свободном движении капель, так и с интенсивными гидродинамическими режимами.

Обозначения

D — коэффициент молекулярной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$,
 d — диаметр частицы, м ,
 H — высота колонны (длина канала), м ,
 c_p — удельная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$,
 t — время, с ,
 l — характерный размер, м ,
 U_∞ — скорость потока, м/с ,
 ΔP — перепад давления, Па ,
 R — радиус частицы, м ,
 V_c — объем сплошной среды, м^3 ,

μ — динамическая вязкость, $\text{Па}\cdot\text{с}$,
 ε — средняя объемная скорость диссипация энергии, $\text{Вт}/\text{м}^3$ или $\text{м}^2/\text{с}^3$,
 χ — эмпирический коэффициент,
 ξ — коэффициент гидравлического сопротивления,
 τ — касательное напряжение, Па ,
 φ — численный коэффициент порядка единицы,
 w_{cp} — средняя скорость жидкости в потоке, м/с ,
 $C_f = 2\tau / (\rho U_\infty^2)$ — коэффициент трения,

$V_{\text{сл}}$ — объем следа, м³,
 V_{∞} — скорость движения частицы, м/с,
 S — длина вихревого следа, м,
 x, y — продольная и поперечная координаты, м,
 α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К),
 β — коэффициент массоотдачи, м/с,
 ν — коэффициент кинематической вязкости среды, м²/с,
 ρ — плотность фазы, кг/м³,
 δ — толщина пограничного слоя, м,

$Pr = \nu/a$ — число Прандтля,
 $Re = V_{\infty} d/\nu$ — число Рейнольдса для частицы,
 St — число Стантона,
 $Sc = \nu/D$ — число Шмидта,
 $Nu = \alpha/\lambda$ — число Нуссельта,
 $Sh = \beta/D$ — число Шервуда,
 $Pe = V_{\infty} d/D$ — число Пекле,
 $Fo = Dt/d^2$ — диффузионное число Фурье,
 $\mu^* = \mu_c/\mu_D$ — относительная вязкость.

Индексы

D — дисперсная фаза,
 к — капля или конечное значение,

отр — отрыв потока,
 спл.ф. — сплошная фаза,
 сф — сфера.

Список литературы

1. Холпанов Л.П., Шкадов В.Я. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела. М.: Наука, 1990. 272 с.
2. Гупало Ю.П., Полянин А.Д., Рязанцев Ю.С. М.: Массотеплообмен реагирующих частиц с потоком. М.: Наука, 1985. 336 с.
3. Дильман В.В., Полянин А.Д. Методы модельных уравнений и аналогий. М.: Химия, 1988. 304 с.
4. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет тепломассообменных процессов. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2007. 500 с.
5. Броунштейн Б.И., Щеголев В.В. Гидродинамика, массо- и теплообмен в колонных аппаратах. Л.: Химия, 1988. 336 с.
6. Heideger W.U., Wright M.W. Liquid extraction during drop formation: effect of formation time // A. I. Ch. E. J. 1986. Vol. 32, No. 8. P. 1372–1376.
7. Броунштейн Б.И., Фишбейн Г.А. К вопросу о нестационарном механизме переноса внутри движущейся капли и конечном эффекте // Теор. основы хим. технол. 1974. Т. 8, № 2. С. 196–202.
8. Гвоздев-Карелин С.В. Локальная и средняя массоотдача в начальной фазе процессов диспергирования в системе жидкость–жидкость: автореф. дис. ... на соиск. учен. степени канд. техн. наук: 05.17.08. Казань: КХТИ, 1991. 15 с.
9. Lee K., Varrow H. Some observations on transport processes in the wake of a sphere in low speed flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 1965. № 8. P. 403–410.
10. Шарнин И.В. Локальная и средняя массоотдача на элементах дисперсной фазы в процессах диспергирования в системах газ–жидкость и жидкость–жидкость: дис. ... канд. техн. наук. Казань: КХТИ, 1990.
11. Дьяконов С.Г., Лаптев А.Г. Обобщение гидродинамической аналогии на градиентные потоки // Теор. основы хим. технол. 1998. Т. 3, № 3. С. 229–236.
12. Лаптев А.Г., Лаптева Е.А. Обобщение гидродинамической аналогии для различных условий обтекания поверхности // Вестник Казанского технол. ун-та. 2013. Т. 16, № 23. С. 64–69.
13. Лаптев А.Г., Лаптева Е.А. Модель тепло- и массоотдачи в шероховатых и орошаемых каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 4. С. 453–458.
14. Лыков А.В. Тепломассообмен: справочник. 2-е изд. М.: Энергия, 1978. 480 с.
15. Петухов Б.С. Вопросы теплообмена. Избр. тр. / отв. ред. В.А. Кириллин. М.: Наука, 1987. 280 с.
16. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
17. Щукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М.: Машиностроение, 1970. 331 с.
18. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 263 с.
19. Дементьев Б.А. Ядерные энергетические реакторы: уч. для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1984. 280 с.
20. Гортышов Ю.Ф., Олимпиев В.В., Байгалиев Б.Е. Теплогидравлический расчет и проектирование оборудования с интенсифицированным теплообменом. Казань: Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2004. 432 с.
21. Авдучевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / под ред. В.К. Кошкина. М.: Машиностроение, 1975. 528 с.
22. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Захарченко В.Ф. и др. Основы прикладной аэрогазодинамики. Кн. 2. Обтекание тел вязкой жидкостью / под ред. Н.Ф. Краснова. М.: Высшая школа, 1991. 263 с.
23. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой / М.: Физматгиз, 1962. 479 с.
24. Соколов В.Н., Доманский И.В. Газожидкостные реакторы. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
25. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. В 2-х ч. М.: Наука, 1987. 464 с, 359 с.
26. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.

27. Scibert A.F., Fair J.R. Hydrodynamics and mass transfer in spray and packed liquid-liquid extraction columns // Ind. Eng. Chem. Res. 1988. № 27. P. 470–481.
28. Розен А.М., Беззубова А.И. Массоотдача в одиночных каплях // Теор. основы хим. технол. 1968. Т. 2, № 6. С. 850–862.
29. Полянин А.Д. Качественные особенности внутренних задач нестационарного конвективного массо- и теплообмена при больших числах Пекле // Теор. основы хим. технол. 1984. Т. 18, № 3. С. 284–296.
30. Крылов В.С., Сафонов А.И., Гомонова К.В. Особенности диффузионного пограничного слоя внутри движущейся сферической капли // Теор. основы хим. технол. 1977. Т. 11, № 6. С. 916–918.
31. Ягодин Т.А., Каган С.З., Тарасов В.В. Основы жидкостной экстракции. М.: Химия, 1981. 399 с.
32. Левич В.Г., Крылов В.С., Воротилин В.П. К теории нестационарной диффузии из движущейся капли // Докл. АН СССР. 1965. Т. 161, № 3. С. 648–651.
33. Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 301 с.
34. Железняк А.С., Броунштейн Б.И. Массопередача при экстракции единичными каплями // Журн. прикл. химии. 1963. Т. 36, № 11. С. 2437–2445.
35. Лантнев А.Г., Фарахов Т.М., Дударовская О.Г. Модель массоотдачи при жидкостной экстракции в турбулентном потоке // Инж.-физ. журн. 2015. Т. 88, № 1. С. 203–209.

*Статья поступила в редакцию 12 августа 2015 г.,
после доработки — 18 января 2016 г.*